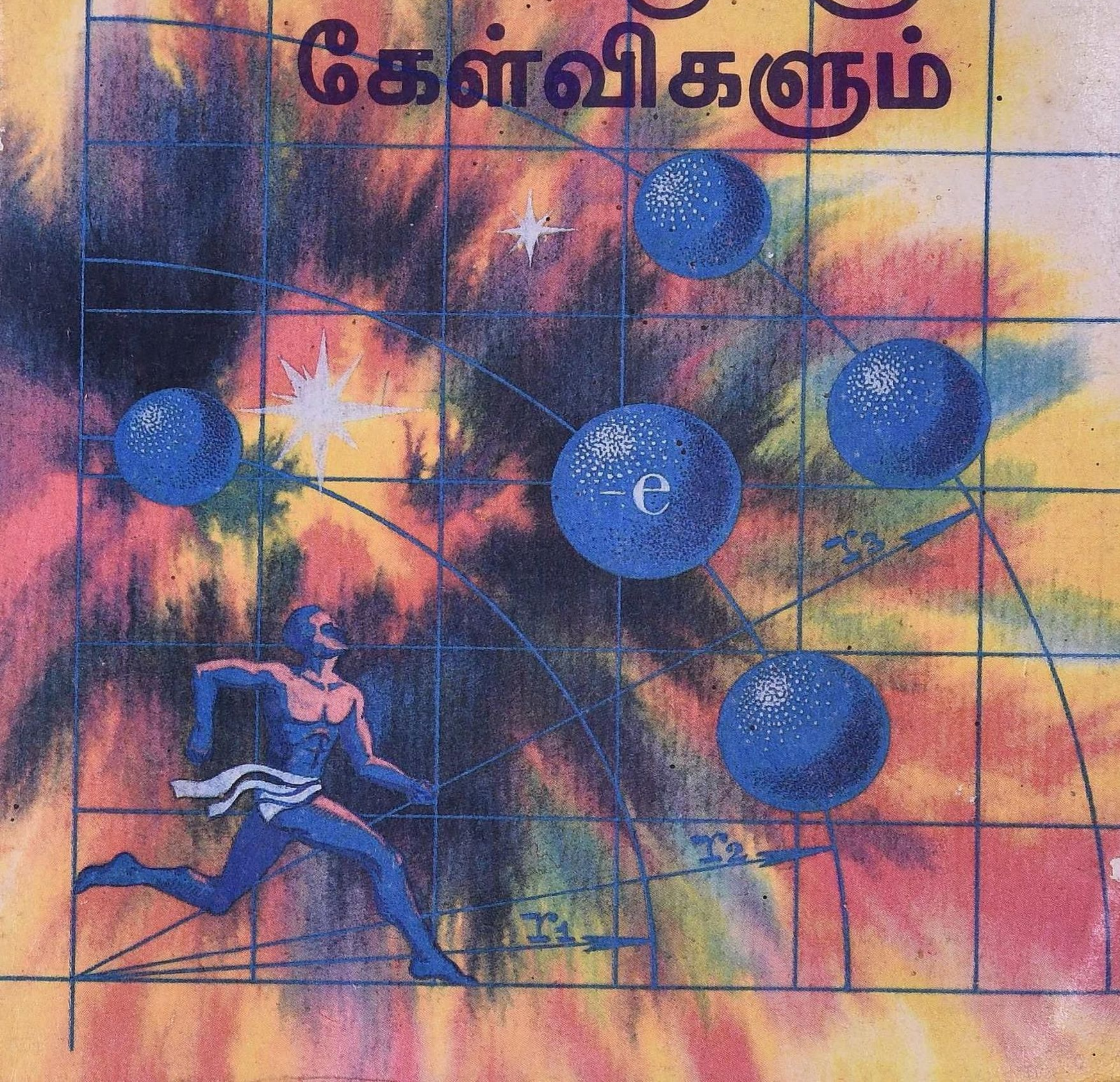
லெவ் தாராஸோவ், ஆல்டினா தாராஸோவா

பள்ளிநிலைப் பௌதிகத்தில் கணக்குகளும் கேள்விகளும்



மீர் பதிப்பகம்

தமிழறிஞர் பொ. வேல்சாமி
அவர்களின் அன்பளிப்பு

Л.В.Тарасов, А.Н.Тарасова

ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

L.Tarasov, A.Tarasova

QUESTIONS AND PROBLEMS IN SCHOOL PHYSICS

„Высшая школа“
Москва

லெவ் தாராஸோவ், ஆல்டினு தாராஸோவா

பள்ளிநிலைப் பௌதிகத்தில் கணக்குகளும் கேள்விகளும்

ஆங்கில மொழிபெயர்ப்பிலிருந்து
தமிழில் மொழிபெயர்த்தவர்
அ. நடராஜன்

மீர் பதிப்பகம்
சோவியத் நாடு, மாஸ்கோ

நியூ சேஞ்சுரி புக் ஹவுஸ் பிரைவேட் லிமிடெட்
சென்னை

На тамильском языке

© தமிழ் மொழிபெயர்ப்பு,
மீர் பதிப்பகம், 1984

பொருளடக்கம்

பக்கம்

ருஷ்யப் பதிப்பின் பதிப்பாசிரியரிடமிருந்து *9*

முன்னுரை *11*

§ *1*. நேர்கோட்டு இயக்கத்தின் சலனவியலை விளக்கிக் காட்டும் வரைகோடுகளை உங்களால் ஆராய முடியுமா? *15*

§ *2*. ஒரு பண்டத்தின் மீது செயல்படும் விசைகளை உங்களால் காண்பிக்க முடியுமா? *22*

§ *3*. உராய்வு விசையை உங்களால் கணக்கிட முடியுமா? *33*

§ *4*. நியூட்டனின் இயக்க விதிகள் உங்களுக்கு எவ்வளவு நன்ருகத் தெரியும்? *39*

§ *5*. சலனவியல் கணக்குகளுக்கு எப்படி விடை காணுவது? *54*

§ 6. இயக்கவியலில் கணக்குகளுக்கு விடை காணுவது எப்படி? 64

§ 7. உராய்வைக் கணக்கிலெடுத்துக் கொண்டால் இயக்கவியல் கணக்குகளுக்கு விடைகாணுவது மேலும் அதிக சிரமமாக இருக்குமா? 71

§ 8. வட்டப் பாதை இயக்கத்தை எப்படி ஆராய்வது? 80

§ 9. பண்டங்களின் எடையின்மையை விளக்குவது எப்படி? 96

§10. ஆற்றல் அழிவின்மை விதி, நீள் உந்தம் அழிவின்மை விதி ஆகியவற்றை உங்களால் பயன்படுத்த முடியுமா? 103

§11. 'ஹார்மானிக்' அதிர்வுகளை உங்களால் ஆராய முடியுமா? 125

§12. எடையின்மை நிலையில் ஊசலுக்கு என்ன நேர்கிறது? 134

§13. விசைப் பகுப்பு முறையைத் திறமையாக உங்களால் பயன்படுத்த முடியுமா? 142

§14. பண்டங்களின் சமநிலை பற்றி உங்களுக்கு என்ன தெரியும்? 148

§15. ஈர்ப்பு மையத்தின் இடத்தை உங்களால் குறிப்பிட முடியுமா? 155

§16. உங்களுக்கு ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் தெரியுமா? 163

§17. விண்வெளிக் கலத்தில் ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் உண்மையாக இருக்குமா? 170

§18. பொருளின் மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாடு பற்றி உங்களுக்கு என்ன தெரியும்? 175

§19. நீரின் வெப்பவியல் விரிவின் விசித்திரமான தனியியல்பை எவ்வாறு விளக்குவீர்கள்? 192

§20. வாயுவிதிகளைப் பற்றி உங்களுக்கு எவ்வளவு நன்ருக தெரியும்? 194

§21. வாயுவிதிகள் பற்றிய கணக்குகளுக்கு நீங்கள் எவ்வாறு விடை கண்டுபிடிப்பீர்கள்? 211

§22. புலக் கோட்பாடு என்பதனை ஆராய்வோம் 225

§23. நிலை மின்புலம் எவ்வாறு விவரிக்கப்படுகிறது? 233

§24. விசைக் கோடுகள் ஒரு கடத்தியின் பரப்பின் அருகில் எவ்வாறு இயங்குகின்றன? 245

§25. சீரான நிலைமின்புலம் ஒன்றில் நிகழும் இயக்கத்தை ஆராய்வது எப்படி? 250

§26. குலூம்ப் விதியை உங்களால் பயன்படுத்த முடியுமா? 262

§27. உங்களுக்கு ஓம் விதி தெரியுமா? 272

§28. மின்னியல் உறைகலம் ஒன்றை ஒரு நேர் மின்னேட்ட மின்சுற்றில் இணைக்க முடியுமா? 283

§29. மின் சுற்று ஒன்றின் கிளைப் பகுதியின் மின்தடையை உங்களால் கணக்கிட முடியுமா? 288

§30. மின் விளக்கு ஏன் எரிந்து போயிற்று? 295

§31. ஒளிக் கற்றைகள் எவ்வாறு திருப்பப் படுகின்றன என்பதும் எவ்வாறு விலகுகின்றன என்பதும் உங்களுக்குத் தெரியுமா? 304

§32. ஆடிகளினுலும் லென்சுகளினுலும் அமைக்கப்படும் பிம்பங்களை நீங்கள் எவ்வாறு வரைவீர்கள்? 312

§33. ஆடிகள் மற்றும் லென்சுகள் பற்றிய கணக்குகளை நீங்கள் எவ்வளவு நன்ருகப்போட முடியும்? 324

விடைகள் 331

சொல் விளக்கம் 336

சொல் வரிசை 340

ருஷ்யப் பதிப்பின் பதிப்பாசிரியரிடமிருந்து

பொறியியற் கழகத்தில் சேரும் பொருட்டுப் பௌதிக வியலில் நடத்தப்பெறும் நுழைவுத் தேர்வுக்காகப் பயின்று வரும் மாணவர் எவரும் இதுமாதிரியானதொரு நூலைப் படித்திருக்கமுடியாதென உறுதியாகச் சொல்ல முடியும். நிரம்பவும் சுவையார்ந்த உரையாடல் முறையைப் பயன் படுத்தி, பாடத்திட்டத்திலுள்ள ஏறத்தாழ எல்லாப் பொருள் கள் குறித்து — சிறப்பாக, புரிந்துகொள்வதற்குக் கடின மானவையென வழக்கமாகக் கருதப்படும் வினக்கள் பற்றி— நூலாசிரியர்கள் விரிவாக் ஆராய்ந்துள்ளனர். பௌதிகவியல் நுழைவுத் தேர்வில் பங்குகொள்ளும் மாணவர்கள் செய்யும் சாதாரணத் தவறுகளே இந்நூல் விரிவாக எடுத்துக் கூறுகிறது. பல்வேறு நோக்குகளினின்றும் சிக்கலானவையெனக் கருதப்படும் கணக்குகளே இந்நூல் ஆராய்கிறது என்பதையும், இப் பொருள்பற்றிய கருத்துக்களேயும் கோட்பாடுகளேயும் ஆழப் புரிந்துகொள்வதை எளிதாக்கும் வகையில் அமைந்துள்ள ஏராளமான விளக்கப்படங்கள் இதில் இருப்பதையும், நிரம்பத் தெளிவும் சுவையும் மிகுந்து இந்நூல் விளங்குவதையும் மாணவர்கள் உணர்வர்.

இந்நூலாசிரியர்கள் எலக்ட்ரான் பொறியியற் கழகத்தைச் சேர்ந்த விரிவுரையாளர்கள்; பொறியியற் கழகங்களில் சேர விரும்பும் மாணவர்களின் பொதுப் பயிற்சியறிவு நிலையை நன்கு அறிந்தவர்கள்; நுழைவுத் தேர்வுகள் நடத்துவதில் பல ஆண்டு அனுபவமுள்ளவர்கள். நூலாசிரியர்களுக்கிருக்கும் சிறப்பறிவு மற்றும் சுவையும் தெளிவும் மிகுந்த விளக்கமுறை காரணமாக, பௌதிகவியல் தேர்வுகளுக்காகப் பயிலும் மாணவருக்கு இது மிகவும் பயனுள்ளதொரு துணை நூலாக விளங்குகிறது.

பேராசிரியர் ஜீ. எபிபனேவ்.

டீ. எஸ்ஸீ. (பௌதிகம், கணிதம்)

முன்னுரை

இந்நூல், பொறியியற் கழகத்தில் சேரும் பொருட்டுப் பௌதிகவியலில் நடத்தப்பெறும் நுண்ழைவுத்தேர்வுக்காகப் பயின்று வரும் மாணவர்களுக்கு ஒரு துணை நூலாகத் திட்டமிடப்பட்டுள்ளது. நூலாசிரியருக்கும் **(ஆசிரியர்)** அறி வார்வமிக்க வாசகருக்கும் **(மாணவன்)** இடையே நிகழும் உரையாடல் வடிவில் இந்நூல் அமைந்திருக்கின்றது. நுழைவுத் தேர்வுகளில் மாணவர்கள் செய்யும் சாதாரணத் தவறுகளை ஆராய்வதற்கும், ஒரேமாதிரியான கணக்குகளுக்கு விடை காணுவதற்கான வெவ்வேறு வழிமுறைகளை மீட்டாய் வதற்கும், பௌதிகக் கோட்பாட்டின் கடினமான வினுக்களைச் சீராய்வதற்கும் இது மிக வசதியானதொரு வழிவகையாகும். பள்ளிப் பௌதிகவியலில் வரும் ஏராளமான கணக்குகளும் வினுக்களும் விளக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றுள் பெரும் பாலானவை 1964-66 ஆண்டுகளில் நடைபெற்ற மாஸ்கோ எல்க்ட்ரான் பொறியியற் கழகத்தின் நுழைவுத்தேர்வுகளில் கேட்கப்பட்டனவாகும்.

மாணவர்கள் செய்யும் தவறுகளை ஆராய்வது என்பது அறிவூட்டுவதாக இருக்கும் ஒன்ருகும். இதனுல் கணக்கின் பல்வேறு அம்சங்களைக் கவனிக்க முடியும்; நுட்பமான

விவரங்கள் சிலவற்றைக் குறிப்பிடவும் இயலும்; அடிப் படைக் கருத்துக்களை மேலும் முழுமையாகப் புரிந்து கொள்வதும் சாத்தியமாகிறது. ஆனால், அத்தகைய ஆய்வு மிகக் கடினமானதாக இருக்கக்கூடும். சரியான விடை ஒன்றேயானாலும், தவறான விடைகள் பலவாக இருக்க முடியும். குறிப்பிட்டதொரு வினாவிற்குத் தவறான விடைகள் அனைத்தையுமே முன்னதாக அறிந்துகொள்வது என்பது இயலாததாகும். அத்தகைய தவறான விடைகள் பல, வாய் மொழித் தேர்வுமுறையில் மாணவர்கள் சோதிக்கப்படும் போது அவர்களது வேதனைமிகுந்த மௌனத்தில் மறைந் திருப்பவை. எனினும், குறிப்பிட்ட வினாக்களுக்குத் தொடர்ந்து அளிக்கப்பட்டுவரும் தவறான விடைகள் சிலவற்றைக் குறிப்பிட முடியும். தவிர்க்க முடியாதவகையில் தவறான விடைகளே வழங்கப்பட்டு வரும் வினாக்கள் பலவும் உள்ளன. இத்தகைய வினாக்களையும் கணக்குகளையும் அடிப்படையாகக் கொண்டதே இந்நூல்.

இது, பாடத் திட்டத்திலுள்ள எல்லாப் பொருள்களையும் பற்றி விரிவாக விளக்கும் பாடநூல் இல்லையென வாசகரை எச்சரிக்க விரும்புகிறோம். பௌதிகவியற் பாடத் திட்டத்தில் எதிர்பார்க்கப்படும் முறையான பாட அமைப்பை இதில் காணமுடியாது. இது, சரளமாகச் சொல்லப்பட்ட ஒரு கதையைப்போல, அல்லது சுதந்திரமாக நடத்தப்பட்ட ஒரு விவாதத்தைப் போல இருப்பதைக் காணலாம். எனவே, பௌதிகவியல் பாடப் பயிற்சியைத் தொடங்குவதற்கோ, இவ்வறிவியல்துறை பற்றிய அறிவை முறைப்படுத்திக் கொள்வதற்கோ விரும்புவோருக்கு இது பயன்படாது. மாறாக, தேர்வுக்கு முன்பாகத் தங்களது பௌதிகவியலறிவை அதிகப் படுத்திக் கொள்ள விரும்புவோருக்காக எழுதப்பட்ட ஒன்றாகும் இந்நூல்.

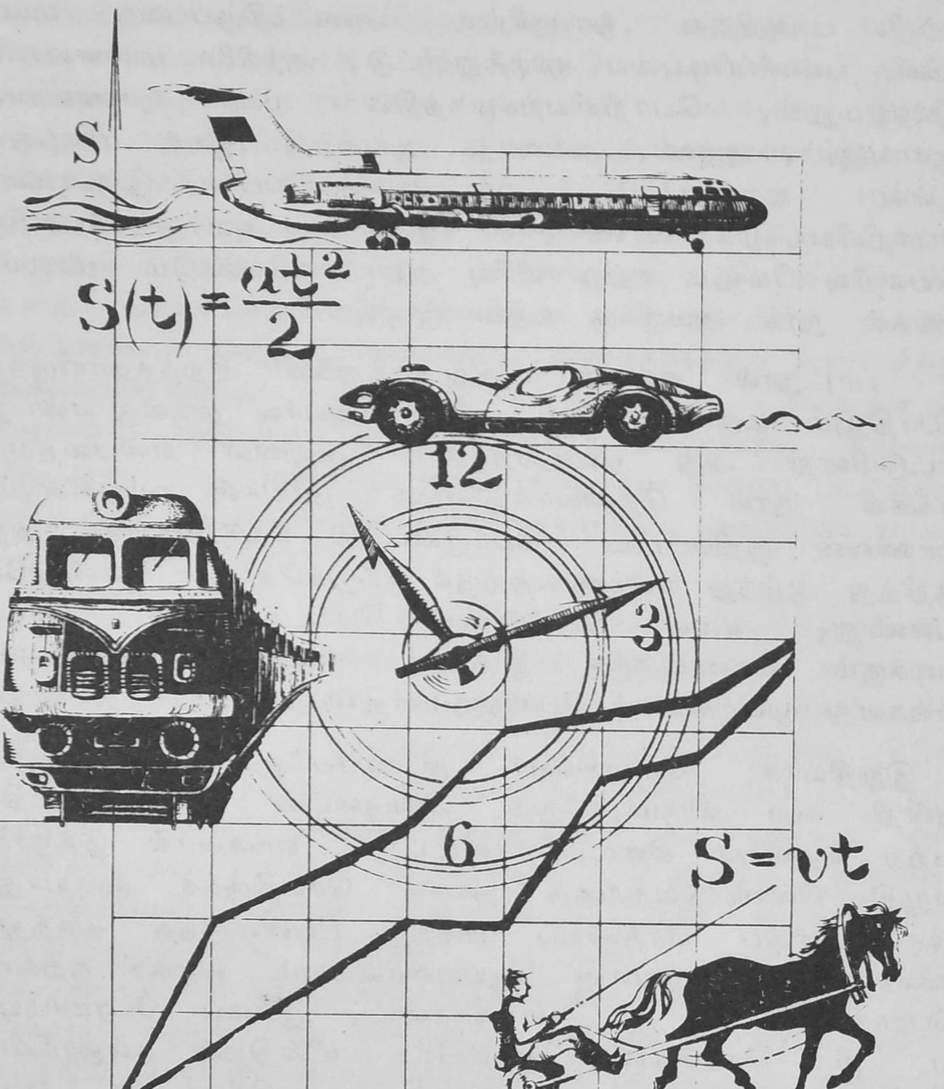
நாங்கள் மனத்தில் கொண்டுள்ள இலட்சிய வாசகர் பள்ளிப் பௌதிகவியற் பாடத்திட்டத்தை முடித்திருப்பவர்; இது எதைப்பற்றியது என்பது குறித்துப் பொதுவாக ஏற்கனவேயே தெரிந்துகொண்டிருப்பவர்; பௌதிகவியலின் முக்கியமான சூத்திரங்களையும் தொடர்புகளையும் நினைவில்

வைத்திருப்பவர்; பல்வேறு விதிகளே எடுத்துக் கூறும் திறமையுள்ளவர்; இத்துறையில் பயன்படுத்தப்படும் அலகுகள் பற்றிய அறிவை ஓரளவிற்கு அடைந்திருப்பவர். உயர் நிலேப் பள்ளிப்படிப்பை முடித்துவிட்டு, அந்நிலே மாணவராக இல்லாமலும், பொறியியற்கழகத்தின் முழு மாணவராக ஆகாமலும், ஆனுல், அவ்வாறு ஆவதற்கு ஆவல் மிகுந்தும் உள்ள ''உறுதியற்ற'' ஓர் இடைநிலேயில் இருப்பவர். பொறியியற்கழக மாணவராக ஆவதற்கு அவரது பௌதிக வியலறிவு மேலும் சற்று விரிவு அடைய வேண்டும் என்ருல், எங்கள் நூல் அவருக்கு உதவ முடியும்.

பாடநூல் ஒன்றை, அது எத்துணே சிறந்ததாயிருந்த போதிலும், உருப்போடுவது என்பது அயர்வு தருவது என்பது மட்டுமின்றி அது பயனற்றதோர் அலுவல் என்பதையும் எங்கள் நூல் தெளிவாக்குமென நாங்கள் நம்புகிறேம். மாணவன் குறிப்பிட்ட பொருள்பற்றி சிந்திப்பதற்கு, அது குறித்து ஆழ்ந்து எண்ணுவதற்குக் கற்றுக்கொள்ள வேண்டுமே யல்லாது, அதை நெட்டுருப் போடக்கூடாது. இதைப் படிக்கும் மாணவருக்கு இதன் உண்மை விளங்கினல், எங்களது முயற்சியைப் பொருளுள்ளதாக நாங்கள் கருதுவோம்

இறுதியாக, பேராசிரியர் ஜீ. எபிபனேவ் அவர்களுக்கு நன்றி கூற விரும்புகிறேம். அவருடைய ஊக்கமும் மதிப் பற்ற உதவியும் கிடைத்திராவிட்டால், எங்களால் இந்நூலே எழுதி வெளியிடுவதற்குத் தயார் செய்திருக்க முடியாது. கையெழுத்துப் பிரதியைப் படித்து பயன்மிகுந்த கருத்துக் களேயும் ஆக்கபூர்வமான ஆய்வுரையையும் வழங்கியதற்காக பேராசிரியர் வீ. ஏ. பாப்ரிகான்ட், இணேப் பேராசிரியர் ஏ. ஜீ. செர்தோவ், மாஸ்கோ மின்திறன் கல்லூரியின் பௌதிகத் துறை மூத்த செய்முறையாசிரியர் ஈ. என். விதோரோவ் ஆகியோருக்கும் எங்கள் நன்றி உரியதாகும்.

எல். தாராஸோவ்
ஏ. தாராஸோவா



சலனவியல் துறையைப் புறக்கணிக்க வேண்டாம். ஒரு பொருள் காலத்திலும் வெளியிலும் எங்ஙனம் செல்கிறது என்னும் பிரச்சினே கோட்பாட்டு நோக்கிலும் செயல்முறை நோக்கிலும் நிரம்பவும் சுவை யுள்ளதாகும்.

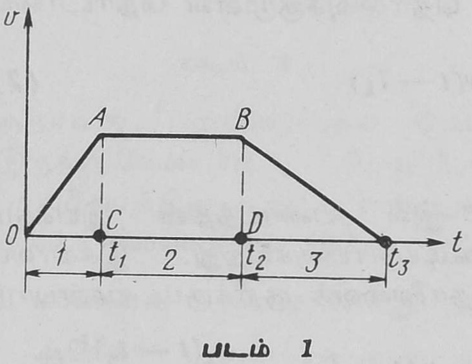
§ 1

நேர்கோட்டு இயக்கத்தின் சலனவியலை விளக்கிக் காட்டும் வரைகோடுகளை உங்களால் ஆராய முடியுமா ?

ஆசிரியர் : *சீராக மாறும் நேர் கோட்டு இயக்கத்தில் ஒரு பண்டத் தின் நேர் வேகம்* **(Velocity),** *அது செல்லும் தொலைவு ஆகியவற்றுக் கும் அது செல்லும் காலத்திற்கு மிடையேயுள்ள தொடர்பைக் குறிப் பிடும் வரைகோடுகளை* **(graphs)** *நீ பார்த்திருக்கிறாயல்லவா? படம் 1-இல்* **காண்பிக்கப்பட்டுள்ளதைப் போன்ற நேர்வேக வரைகோட்டைக் கவனிக்கவும். அதன் அடிப்படையில் காலத்திற்கும் தொலைவுக்குமுள்ள தொடர்பைக் காட்டும் வரைகோடு ஒன்றை வரையவும்.**

மாணவன் : அத்தகைய வரை கோடுகளை நான் ஒருபோதும் வரைந்ததில்லையே.

ஆசிரியர் : *இதில் சிரமம் எதுவும் இருக்க முடியாதே. சரி, இதை நாம் இருவரும் சேர்ந்தே ஆராய்வோம். முதலாவதாக கால இடைப் பகுதி முழுவதையும் 1,2,3 என்னும் மூன்று பகுதி களாகப் பிரித்துக் கொள் வோம் (படம் 1). 1 காலப் பகுதியில் பண்டம் எவ்வாறு செல்கிறது? இக்காலப் பகுதி யில் அது செல்லும் தொலை வைக் கண்க்கிடுவதற்கான சூத்திரம் எது?*



படம் 1

மாணவன் : காலப்பகுதி 1-இல் தொடக்க நேர்வேகம் பூஜ்யம்; சீரான முடுக்கத்துடன் இயக்கம் நடைபெற்றிருக்கிறது. செல்லும் தொலைவுக்கான சூத்திரம் :

$$s(t) = \frac{at^2}{2} \qquad (1)$$

இதில் a முடுக்கத்தை (**acceleration**)க் குறிப்பிடுகிறது.

ஆசிரியர் : நேர்வேக வரைகோட்டிலிருந்து முடுக்கத்தைக் கணக்கிட முடியுமா?

மாணவன் : முடியும். முடுக்கம் என்பது ஓர் அலகுக் காலத்தில் நேர்வேகத்தில் ஏற்படும் மாறுதல். ஆகவே, அது $\overline{AC}$, $\overline{OC}$ நீளங்களிடையுள்ள விகிதத்திற்குச் சமம்.

ஆசிரியர் : நல்லது. இப்போது 2, 3 காலப் பகுதிகளைக் கவனிக்கவும்.

மாணவன் : காலப்பகுதி 2-இல் பண்டம், காலப்பகுதி 1-இன் இறுதியில் அடைந்த v என்னும் சீரான நேர் வேகத்துடன் செல்கிறது. செல்லும் தொலைவுக்கான சூத்திரம்:

$$s = vt$$

ஆசிரியர் : உன் விடை தவறு. சீரான இயக்கம் துவங்கியது t_1 கணத்தில், தொடக்க கணத்தில் அன்று என்பதை மறந்து விட்டாய். அதுவரை பண்டம் $\frac{at_1^2}{2}$க்குச் சமமான தொலைவை ஏற்கனவேயே கடந்துவிட்டிருக்கிறது. காலப்பகுதி 2–இல் கடந்துபோன காலப் பகுதிக்கும் தொலைவுக்குமுள்ள தொடர்பை

$$s(t) = \frac{at_1^2}{2} + v(t - t_1) \qquad (2)$$

என்னும் சமன்பாடு குறிக்கிறது.

மாணவன் : காலப்பகுதி 3–இல் பண்டத்தின் இயக்கம் சீரான குறை முடுக்கத்துடன் கூடியதாயிருக்கிறது. இக்காலப் பகுதியில் பண்டம் செல்லும் தொலைவைக் குறிக்கும் சமன்பாடு

$$s(t) = \frac{at_1^2}{2} + v(t_2 - t_1) + v(t - t_2) - \frac{a_1(t - t_2)^2}{2}$$

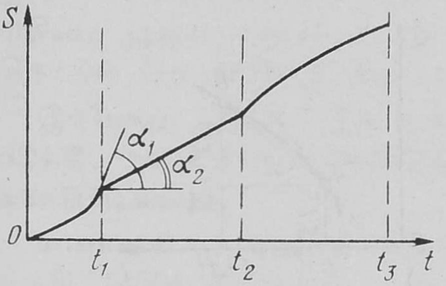
என்பதாக இருக்க வேண்டும். காலப்பகுதி 3–இல் உள்ள முடுக்கத்தைக் குறிப்பது a_1; காலப் பகுதி 1–இன் முடுக்கமான a–இல் பாதியளவுடையது; ஏன் எனில், காலப்பகுதி 3 காலப் பகுதி 1–ஐ விட இருமடங்குள்ளதாயிருக்கிறது.

ஆசிரியர் : உனது சமன்பாட்டை இன்னும் சற்று எளிமையாகக் கூறலாம்.

$$s(t) = \frac{at_1^2}{2} + v(t - t_1) - \frac{a_1(t - t_2)^2}{2} \qquad (3)$$

இப்போது *(1), (2), (3)* சமன்பாடுகளின் முடிவுகளைச் சுருக்கித் தொகுத்துச் சொல்லலாம்.

மாணவன் : புரிகிறது. பண்டம் செல்லும் தொலைவைக் குறிக்கும் வரைகோடு காலப்பகுதி *1*-ஐப் பொறுத்தவரை பரவளைய (**Parabola**) வடிவமாகவும், காலப்பகுதி *2*-ஐப் பொறுத்தவரை நேர்கோடாகவும், காலப்பகுதி *3*-ஐப் பொறுத்த வரை மற்றுமொரு பரவளையமாக (ஆனால், குவிந்த பகுதி மேற்புறம் நோக்கியுள்ள பரவளையமாக)வும் உள்ளது. நான் வரைந்துள்ள வரைகோட்டைப் பார்க்கவும் (படம் *2*).



படம் 2

ஆசிரியர் : உனது படத்தில் இரண்டு தவறுகள் உள்ளன. தொலைவுக்கான வரைகோட்டில் திடீர்க் கோட்டங்கள் (**kinks**) இருக்கக் கூடாது; அது சீராகத் தொடர்ந்ததாயிருக்க வேண்டும்; அதாவது, பரவளையங்கள் நேர்க்கோட்டிற்குத் தொடுகோடாக இருக்க வேண்டும். மேலும், மேற்புறமுள்ள (தலைகீழான) பரவளையத்தின் உச்சி t_3 என்னும் காலக் கணத்திற்குப் பொருந்தியிருக்க வேண்டும். இதோ சரியான வரைகோடு (படம் *3*).

மாணவன் : தயவுசெய்து அதை விளக்கிக் கூறுங்கள்.

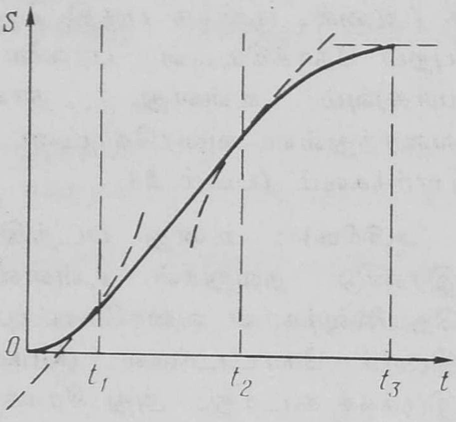
ஆசிரியர் : தொலைவு-கால வரைகோட்டின் ஒரு பகுதியைக் கவனிக்கலாம் (படம் *4*). t-க்கும் அதற்கு மிக நுண்ணிய அளவே (Δt) அதிகமான கால இடைப்பகுதியில் பண்டத்தின் சராசரி நேர் வேகத்தைக் குறிப்பிடும் சமன்பாடு :

$$\frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \tan \alpha$$

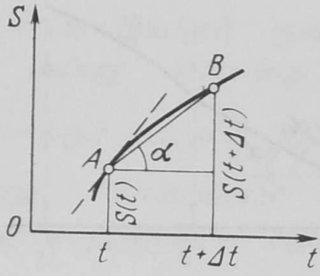
α என்பது AB என்ற நாணுக்கும் கிடைமட்டத்திற்குமிடையே யுள்ள கோணமாகும். பண்டத்தின் நேர் வேகத்தைக் கணக்கிட வேண்டுமானால், $\Delta t \to 0$ என்பதற்கு (அதாவது, Δt பூஜ்யம் மதிப்பை எட்டும் **Limit** அல்லது எல்லையில்) அத்தகைய சராசரி நேர்வேகங்களின் எல்லை மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} \qquad (4)$$

எல்லை மதிப்பை அடையும்போது நாண் (**Chord**) A புள்ளியின் வழியாகச் செல்லும் தொலைவு - கால வளைகோட்டிற்குத் தொடு



படம் 3



படம் 4

கோடாக (**Tangent**) ஆகிவிடுகிறது [படம் 4-இல் உள்ள பிரி கோட்டைப் (**Dashed line**) பார்க்கவும்]. இக் கோட்டிற்கும் கிடைமட்டத்திற்கும் இடையேயுள்ள கோணத்தின் டாஞ்சென்ட் t கணத்தில் உள்ள நேர்வேகத்தின் மதிப்பாகிறது.

இவ்வாறு, ஏதாவதொரு குறிப்பிட்ட கணத்திலுள்ள நேர்வேகத்தை, தொலைவு-கால வளைகோட்டிற்கும் அதற்குச் சரியான புள்ளியிலுள்ள தொடுகோட்டுக்குமிடையேயுள்ள சாய் கோணத்திலிருந்து (**angle of inclination**) கணக்கிட முடியும்.

உனது படத்திற்கு (படம் 2) மீண்டும் வருவோம். நீ வரைந்த வரைகோட்டிலிருந்து, t_1, கணத்திலும் (t_2 கணத்திலும்) பண்டத்தின் நேர் வேகத்திற்கு இரண்டு மதிப்புகள் இருப்பதாகத்

தெரிகிறது. t_1-ஐ இடமிருந்து அணுகினுல் நேர்வேகத்தின் மதிப்பு $\tan \alpha_1$; ஆனுல், வலமிருந்து அதை அணுகினுல் அதன் மதிப்பு $\tan \alpha_2$. உனது வரைகோட்டின்படி, t_1 கணத்திலும் (t_2 கணத்திலும்) பண்டத்தின் நேர்வேகம் தொடர்ச்சியற்றதாக இருக்கவேண்டும்; ஆனுல், உண்மையில் அது அவ்வாறில்லை. (படம் 1-இல் உள்ள நேர்வேக - கால வரைகோடு தொடர்ச்சி யுள்ளதாக அமைந்திருக்கிறது.)

மாணவன் : இப்போது புரிந்து கொண்டேன். நேர்வேக வரைகோட்டின் தொடர்ச்சி காரணமாக, தொலைவு - கால வரை கோடு மடிப்பு வரியில்லாமல் இழைவிசைவுடன் கூடியதாக இருக்கிறது.

ஆசிரியர் : பரவளையங்களின் உச்சிகள், காலத்தின் மதிப்பு பூஜ் யம் என்ற அளவிற்கும் t_3 என்ற அளவிற்கும் பொருந்துவனவாய் இருக்க வேண்டும்; என் ஏனில், இக்கணங்களில் நேர்வேகத்தின் மதிப்பு பூஜ்யமாகவும், இப் புள்ளிகளில் வளைகோட்டைத் தொடும் தொடுகோடு கிடைமட்டமாகவும் இருக்க வேண்டும்.

இப்போது, படம் 1-இல் உள்ள நேர்வேக வரைகோட்டைப் பயன் படுத்தி, பண்டம் t_2 கணத்திற்குள்ளாகச் செல்லும் தொலைவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

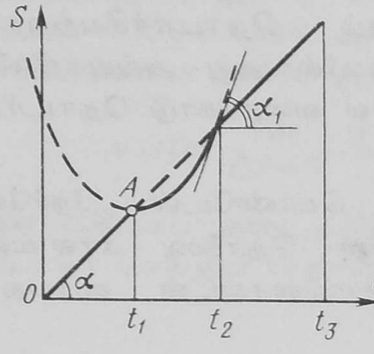
மாணவன் : முதலில் நேர்வேக வரைகோட்டிலிருந்து காலப் பகுதி 1-இல் முடுக்கம் a-ஐயும் காலப்பகுதி 2-இல் நேர்வேகம் v-ஐயும் கணக்கிட வேண்டும். அடுத்து, சூத்திரம் (2)-ஐப் பயன்படுத்துகிறோம். t_2 காலத்தில் பண்டம் செல்லும் தொலைவு $s(t_2)$ என்றால்

$$s(t_2) = \frac{at_1^2}{2} + v(t_2 - t_1)$$

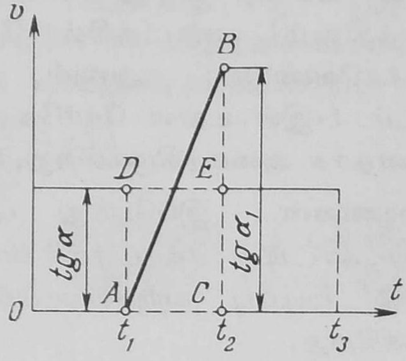
ஆசிரியர் : சரி. ஆனுல், மேலும் எளிதானதொரு வழி உள்ளது. t_2 காலத்தில் பண்டம் சென்ற தொலைவு, நேர்வேக-கால வரைகோட்டில் Ot_2 கால இடைப் பகுதியில் காணப்படும் $OABD$ உருவத்திற்கு எண்ணளவில் சமமானது. நாம் அறிந்து கொண்டதை உறுதிப்படுத்திக் கொள்ளும் பொருட்டு இன்னொரு கணக்கைக் கவனிக்கலாம்.

தொலைவு-கால வரைகோட்டில் திடீர்த் திருப்பங்கள் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். இதைப் படம் 5-இல் காணலாம்; இதில்

வரைகோடு உச்சி A-இல் அமைந்துள்ள ஒரு பரவளையமாக அமைந்திருக்கின்றது. நேர்வேக-கால வரைகோட்டை வரையவும்.



படம் 5



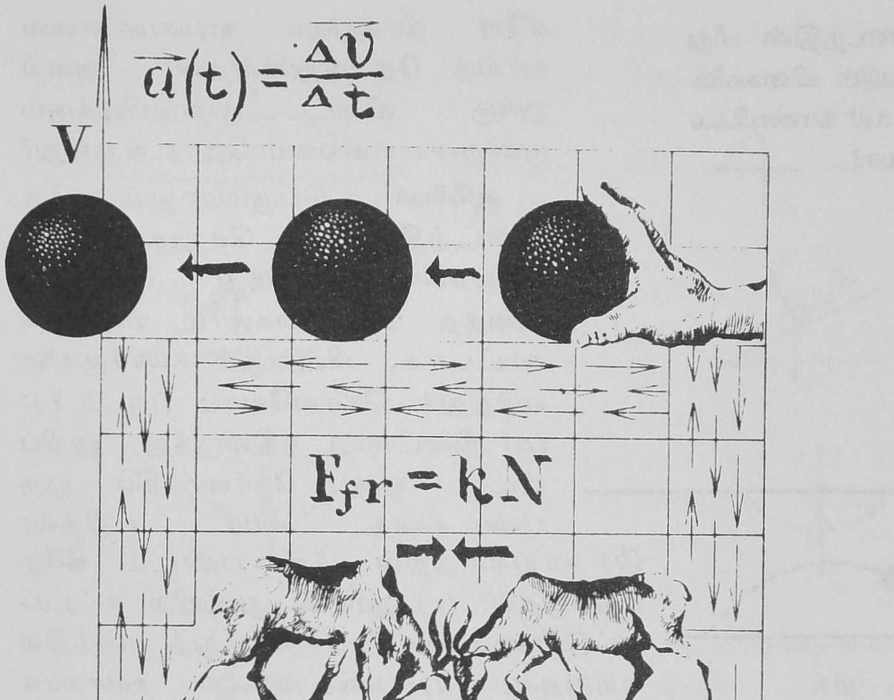
படம் 6

மாணவன் : தொலைவு வரைகோட்டில் திடீர்த் திருப்பங்கள் இருப்பதால், நேர்வேக வரைகோட்டில் அவற்றுக்குச் சரியான காலத்தின் கணங்களில் (t_1, t_2) தொடர்ச்சி இல்லாமலிருக்க வேண்டும். இதோ நான் வரைந்துள்ள வரைகோடு (படம் 6).

ஆசிரியர் : நல்லது. $\overline{BC}$-இன் நீளம் எவ்வளவு?

மாணவன் : அது $\tan \alpha_1$-க்குச் சமம் (படம் 5). எனினும், α_1 கோணத்தின் மதிப்பு நமக்குத் தெரியாது.

ஆசிரியர் : ஆயினும், BC-இன் நீளத்தைக் கணக்கிடுவதில் சிரமம் எதுவும் இருக்க முடியாது. t_3 காலத்தில் பண்டம் செல்லும் தொலைவு, அது பூராவும் சீரான நேர்வேகத்துடன் சென்றிருந்தால் எவ்வளவு இருக்குமோ அதற்குச் சமமானதாகவே இருக்கிறது என்பதைக் கவனிக்கவும். (t_2-இலிருந்து t_3 வரையுள்ள இடைக்காலத்தில் இருக்கும் நேர்கோடு பூஜ்யத்திற்கும் t_1-க்குமுள்ள நேர்கோட்டின் தொடர்ச்சியாக அமைந்திருக்கிறது). நேர்வேக வரைகோட்டில், செல்லும் தொலைவு பரப்பளவினுல் கணக்கிடப்படுவதால், படம் 6-இல் உள்ள $ADEC$ செவ்வகத்தின் பரப்பளவு ABC முக்கோணத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமம் என்பது தெரிகிறது. ஆகவே, $BC = 2EC$; அதாவது, இடமிருந்து அணுகும்போது t_2 காலத்தில் உள்ள நேர்வேகம் பூஜ்யத்திற்கும் t_1-க்குமிடையேயும் t_2-க்கும் t_3-க்குமிடையேயும் உள்ள இடைக்காலங்களில் இருக்கும் நேர்வேகத்தைப்போல இரு மடங்காயுள்ளது.



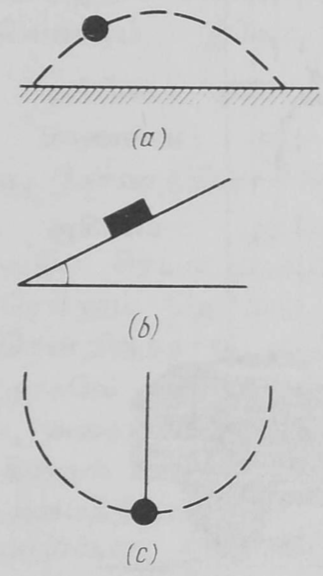
விசை என்னும் கருத்து அடிப்படைப் பௌதிகவியல் கருத்துக்களுள் ஒன்ருகும். நீங்கள் அதை நன்கு புரிந்து கொண்டு அதைப் பயன்படுத்த முடியுமா? இயக்கவியல் விதிகளைப்பற்றி உங்களுக்குத் தெளிவாகத் தெரியுமா ?

§ 2

ஒரு பண்டத்தின் மீது செயல்படும் விசைகளை உங்களால் காண்பிக்க முடியுமா?

மாணவன் : எல்லாக் கணக்குகளையும் விட விசையியல் கணக்குகளே நிரம்பவும் கடினமானவையாய்த் தோன்றுகின்றன. அவற்றுக்கு விடை கண்டுபிடிக்கும் முறையை எங்ஙனம் தொடங்குவது?

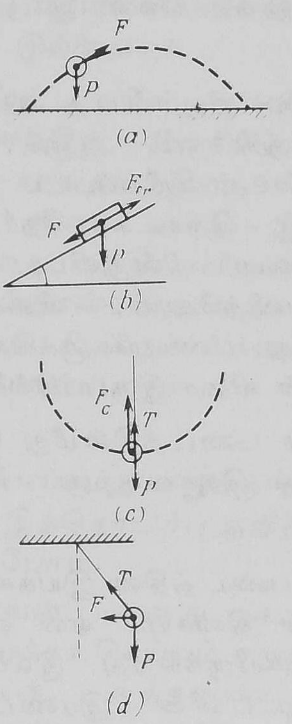
ஆசிரியர் : பெரும்பாலும், ஒரு பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளை ஆராய்ந்து கொண்டு அதைத் தொடங்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் கணக்குகளை எடுத்துக் கொள்வோம் (படம் 7): (*a*) கிடைமட்டத்திலிருந்து குறிப்பிட்ட ஒரு கோணத்தில் ஒரு பண்டத்தை உயர எறிதல்; (*b*) சாய்தளத்தின் மீது பண்டம் கீழே சறுக்குதல்; (*c*) நூலின் நுனியில் கட்டப்பட்டுள்ள பண்டம் செங்குத்துத் தளத்தில் சுற்றுதல்; (*d*) பண்டம் ஓர் ஊசலாக அமைந்திருத்தல். ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும் பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படும் விசைகளைக் குறிப்பதற்கு அம்புக்குறிகளை வரைந்து, அவை எதைக் குறிக்கின்றன என்பதை விளக்கவும்.



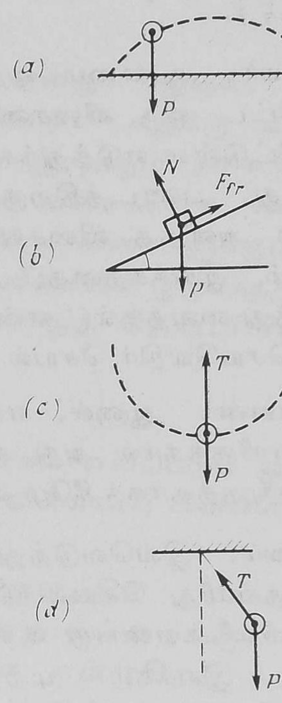
படம் 7

மாணவன் : இதோ எனது படம் (படம் 8). முதலாவது எடுத்துக்காட்டில், P, பண்டத்தின் எடையையும், F, எறியும் விசையையும் குறிக்கிறது. இரண்டாவதில் P, எடையையும் F, பண்டத்தைச் சாய் தளத்தில் சறுக்கும்படி செய்யும் விசையையும் F_{fr} உராய்வு விசையையும் குறிக்கிறது. மூன்றாவதில், P, எடையையும் F_c, மையம் நாடு விசையையும் T, நூலின் இழுவிசையையும் குறிக்கிறது. நான்காவதில், P, எடையையும் F, நிலைக்குக் கொணரும் விசையையும் குறிக்கிறது:

ஆசிரியர்: நான்கிலும் நீ தவறு செய்திருக்கிறாய். இதோ சரியான படம் (படம் 9).



படம் 8



படம் 9

நீ முதலில் தெளிவாகப் புரிந்து கொள்ள வேண்டியது என்னவென்றால், விசை என்பது பண்டங்களுக்கிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயலின் **(Interaction)** விளைவு என்பதாகும். எனவே, ஒரு பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படும் விசைகளைக் காட்ட வேண்டும் என்றால், எந்தப் பண்டங்கள் கொடுக்கப் பட்டுள்ள பண்டத்தோடு செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுகின்றன என்பதை முதலில் நிர்ணயித்துக் கொள்ளவேண்டும். முதலாவது எடுத்துக்காட்டில், பண்டத்தோடு பூமி மட்டுமே அதை ஈர்ப்பதன் வாயிலாக செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுகிறது (படம் 9a). ஆகவே, ஒரே ஒரு விசை மட்டுமே, அதாவது, P எடை மட்டுமே, பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படுகிறது. வளியின் தடையையோ காற்றின் செயலையோ கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ள விரும்பினால், அதிகப்படியான விசைகளைச் சேர்த்துக்கொள்ள வேண்டியிருக்கும். உன் படத்தில் காட்டப்பட்டிருப்பதுபோல, “எறியும் விசை” **(Throwing force)** என்று எதுவும் கிடையாது; ஏன்

எனில், அத்தகைய விசையை உண்டாக்கும் செயலெதிர்ச் செயல் எதுவும் கிடையாது.

மாணவன் : ஆனால், ஒரு பண்டத்தை எறிவதற்கு, அதன்மீது ஏதாவதொரு வகை விசையைச் செலுத்த வேண்டியிருக்கிறது அல்லவா ?

ஆசிரியர் : உண்மை. ஒரு பண்டத்தை எறியும்போது அதன்மீது குறிப்பிட்ட ஒரு விசையைச் செலுத்துகிறோம். ஆனால், மேற் குறிப்பிட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டில், பண்டம் எறியப்பட்ட பிறகு, அதாவது, பண்டத்திற்குக் குறிப்பிட்ட தொடக்க நேர்வேகம் ஒன்றை அளித்த விசையானது செயல்பட நின்றுவிட்ட பிறகு ஏற்படும் இயக்கத்தைப் பற்றிக் கவனித்தோம். விசைகளைச் ''சேர்த்து வைத்தல்'' என்பது முடியாது; பண்டங்களுக்கிடையே யுள்ள செயலெதிர் செயல் முடிந்தவுடன் விசை இருப்பதில்லை.

மாணவன் : ஆனால், எடை மட்டுமே பண்டத்தின்மீது செயல் படுவதாயிருந்தால் அது வளைபாதையில் செல்வதற்குப் பதிலாக என் செங்குத்தாகக் கீழே விழுவதில்லை ?

ஆசிரியர் : இவ்வெடுத்துக்காட்டில், பண்டத்தின் இயக்க திசை யும் அதன்மீது செயல்படும் விசையின் திசையும் ஏன் ஒன்றாக இருக்கவில்லை என்பது உனக்கு வியப்பாயிருக்கிறது, இல்லையா ? ஆனால். இயக்கம் முற்றிலும் நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியையே அனுசரிக்கிறது. உன் கேள்வியிலிருந்து, நீ நியூட்ட னின் இயக்கவியல் விதிகளைப் பற்றிச் சரியாகச் சிந்திக்கவில்லையோ என்று தோன்றுகிறது. இதைப் பற்றிப் பின்னர் (§ 4 ஐப் பார்க் கவும்) ஆராய்வதாக இருக்கிறேன். இப்போது பண்டத்தின் நான்கு இயக்க நிலைகளையும் பற்றிய ஆராய்வைத் தொடரலாம். இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டில் (படம் 9*b*), ஒரு பண்டம் சாய்தளத்தில் கீழாகச் சறுக்கிச் சென்று கொண்டிருக்கிறது. அதன்மீது எந்தெந்தப் பண்டங்கள் செயலெதிர் செயலில் ஈடுபடு கின்றன ?

மாணவன் : இரண்டு பண்டங்கள் : பூமியும் சாய்தளமும்.

ஆசிரியர் : சரி. பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு இது உதவுகிறது. P எடைக்குக் காரணமா யிருப்பது பூமி; சறுக்கு உராய்வு F_{fr} க்கும் ''தாங்கு எதிர்செயல் விசை'' (Bearing reaction) எனப் பொதுவாக அழைக்கப்படும்

N விசைக்கும் காரணமாயிருப்பது சாய்தளம். உனது படத்தில் N விசையை முற்றிலும் விட்டுவிட்டிருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

மாணவன்: ஒரு கணம்! அப்படியானல் சாய்தளம் பண்டத்தின்மீது இருவிசைகளோடு செயல்படுகிறது; ஒரே ஒரு விசையோடு இல்லையா?

ஆசிரியர்: ஒரே ஒரு விசைதான் உள்ளது. ஆனல், அதை - சாய்தளத்தின் திசையிலேயே செயல்படும் சறுக்கு உராய்வு விசை, சாய்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் தாங்கு எதிர் செயல் விசை என்று - இரண்டு பகு விசைகளாக வைத்துக் கொள்வது வசதியாயிருக்கிறது. இவ்விரு விசைகளுக்கும் ஒரே காரணம்தான், அதாவது, இவை ஒரே விசையில் இரு பகுதிகளே, என்பதை F_{fr}க்கும் Nக்கும் உள்ள பொதுத் தொடர்பிலிருந்து கண்டுகொள்ளலாம்:

$$F_{fr} = kN \tag{5}$$

இதில் k என்பது சறுக்கு உராய்வு குணகம் எனப்படும் ஒரு நிலை எண். இத்தொடர்பு குறித்து மேலும் விரிவாகப் பின்னர் (§ 3) கவனிப்போம்.

மாணவன்: எனது படத்தில், சாய்தளத்தில் பண்டத்தைக் கீழே சறுக்கச் செய்யும் சறுக்கு விசை என்று ஒன்றைக் குறிப்பிட்டு இருந்தேன். அத்தகைய ஒன்று இல்லை என்ருகிறது. ஆனல், 'சறுக்கு விசை' என்ருெரு சொல் பயன்படுத்தப்படுவது நிச்சயமாக எனக்கு நினைவிருக்கிறது. அதைப் பற்றி நீங்கள் என்ன சொல்கிறீர்கள்?

ஆசிரியர்: ஆம். அத்தகைய சொல் இருக்கவே செய்கிறது. ஆயினும், நீ சொல்வதுபோல், சறுக்கு விசை என்பது பண்டத்தினுடைய எடையின் பகுதிகளில் ஒன்றே என்பதையும், பண்டத்தின் எடையை இரு விசைகளாக, அதாவது, சாய்தளத்திற்கு இணையாக ஒன்றும், அதற்குச் செங்குத்தாக ஒன்றுமாகப் படுக்கும் போது அது கிடைக்கின்றது என்பதையும் நீ நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவேண்டும். பண்டத்தின்மீது செயல்படும் விசைகளைக் குறிப்பிடும்போது எடை என்று நீ சொல்லியிருந்தால் அதன் பகுதிகளில் ஒன்ருன சறுக்குவிசையைச் சேர்த்துச் சொல்ல வேண்டிய அவசியம் இல்லை. மூன்ருவது எடுத்துக்காட்டில் (படம் 9c), பண்டம் ஒரு செங்குத்தான தளத்தில் சுற்றுகிறது. அதன்மீது செயல்படும் பண்டங்கள் எவை?

மாணவன் : இரண்டு : பூமி, நூல்.

ஆசிரியர் : சரி. எனவேதான், பண்டத்தின்மீது இரண்டு விசைகள் - எடையும் நூலின் இழுவிசையும் - செலுத்தப்படுகின்றன.

மாணவன் : ஆனல், மையம் நாடுவிசை என்னவாகிறது?

ஆசிரியர் : அவசரப்படாதே! வட்டப்பாதையில் இயங்கும் பண்டத்தின் இயக்கம் பற்றிய கணக்குகளில் ஏராளமான தவறுகள் செய்யப்படுகின்றன. எனவே, இதைப் பற்றி விரிவாகப் பின்னர் கவனிக்கலாம் (§ 8 ஐப் பார்க்கவும்). இங்கு, நான் குறிப்பிட விரும்புவதெல்லாம், மையம் நாடுவிசை என்பது பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் அதிகப்படியான ஒரு விசை யில்லே; அது ஒரு தொகுவிசையேயாகும். நமது எடுத்துக்காட்டில் (பண்டம் அதன் பாதையின் மிகத் தாழ்ந்த இடத்தில் இருக்கும் போது) மையம் நாடுவிசையின் அளவு நூலின் இழுவிசைக்கும் எடைக்கும் உள்ள வித்தியாசம் ஆகும்.

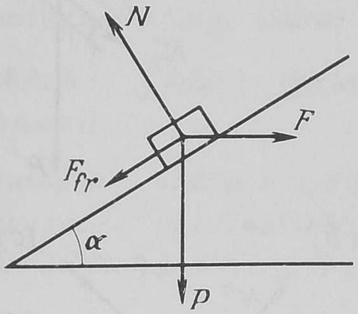
மாணவன் : நான் சரியாகப் புரிந்துகொண்டிருந்தால், நான்காவது எடுத்துக்காட்டில் (படம் 9*d*) சமநிலேக்குக் கொணரும் விசையும் (Restoring force) நூலின் இழுவிசை மற்றும் எடை ஆகியவற்றின் தொகுவிசையேயாகும், இல்லேயா?

ஆசிரியர் : நிரம்பவும் சரி. இங்கும், மூன்ருவது எடுத்துக்காட்டில் போலவே, நூலும் பூமியும் பண்டத்திேைடு செயலெதிர் செயலில் ஈடுபடுகின்றன. எனவே, இரண்டு விசைகள், நூலின் இழுவிசையும் எடையும் பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படுகின்றன. பண்டங்களின் செயலெதிர்ச் செயல்கள் காரணமாகத்தான் விசைகள் தோன்றுகின்றன என்பதை மீண்டும் வலியுறுத்த விரும்புகிறேன்; வேறு ''துணே'' நிலேகள் எவற்றிஞலும் அவை உண்டாக முடியாது. குறிப்பிட்ட பொருளின்மீது செயல்படும் பண்டங்களேக் கண்டுக்கொண்டால், பண்டத்தின்மீது செலுத்தப் படும் விசைகளேத் தெரிந்து கொண்டுவிடலாம்.

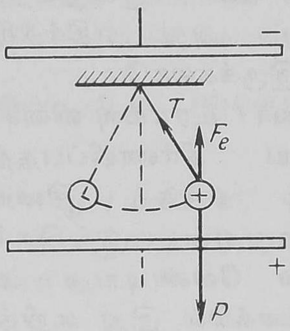
மாணவன் : படம் 7 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவற்றைக் காட்டிலும் சிக்கலான கணக்குகளும் இருக்குமல்லவா? அவற்றைப் பற்றிக் கவனிக்கலாமா?

ஆசிரியர் : பண்டங்களின் செயலெதிர் செயல்கள் மேலும் சிக்கல் மிகுந்து இருக்கும் எடுத்துக்காட்டுகள் பல உள்ளன.

உதாரணமாக, குறிப்பிட்ட நிலை மதிப்புள்ள கிடைமட்ட விசை F ஒரு பண்டத்தின்மீது செயல்படுவதால் அது ஒரு சாய்தளத்தில் மேல்நோக்கி நகருகிறது. இதில் சம்பந்தப்பட்ட விசைகளைப் படம் 10 இல் பார்க்கலாம்.



படம் 10



படம் 11

மற்றுமோர் எடுத்துக்காட்டு. இணைத்தட்டு மின்னியல் உறைகலம் (Parallel-plate capacitar) ஒன்றினுள் வைக்கப்பட்டுள்ள, மின்சுமையேற்றப் பெற்ற ஊசல். இதில் F_e என்னும் அதிகப்படியான விசை ஒன்று உள்ளது; மின்னியல் உறைகலத்தின் புலம் இவ்விசையோடு ஊசலின் மின்சுமைமீது செயல்படுகிறது (படம் 11). கணக்குகளுக்கு விடைகாணும்போது ஏற்படும் எல்லா எடுத்துக்காட்டுகளையும் சொல்வது என்பது இயலாத ஒன்று.

மாணவன் : குறிப்பிட்ட ஒரு கணக்கில் பல பண்டங்கள் இருந்தால், அப்போது என்ன செய்வது? எடுத்துக்காட்டாக, படம் 12 இல் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளதை எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

ஆசிரியர் : ஒவ்வொரு தடவையும் எந்தப் பண்டங்களின், அல்லது எந்தப் பண்டங்களின் தொகுப்பின் இயக்கத்தை ஆராய முற்படுகின்றாய் என்பதைத் தெளிவாக உணரவேண்டும். நீ கொடுத்த எடுத்துக்காட்டில் 1 பண்டத்தின் இயக்கத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். பூமி, சாய்தளம், AB நூல் ஆகியவை இந்தப் பண்டத்தினோடு செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுகின்றன.

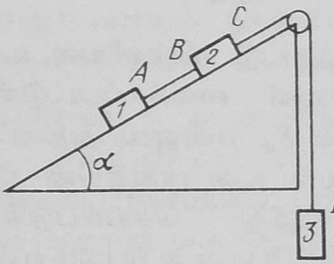
மாணவன் : பண்டம் 2 பண்டம் 1 மீது செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுவதில்லையா?

ஆசிரியர் : AB நூலின் மூலமாகத்தான். 1 பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகள் எடை P^1, சறுக்கு உராய்வு விசையான

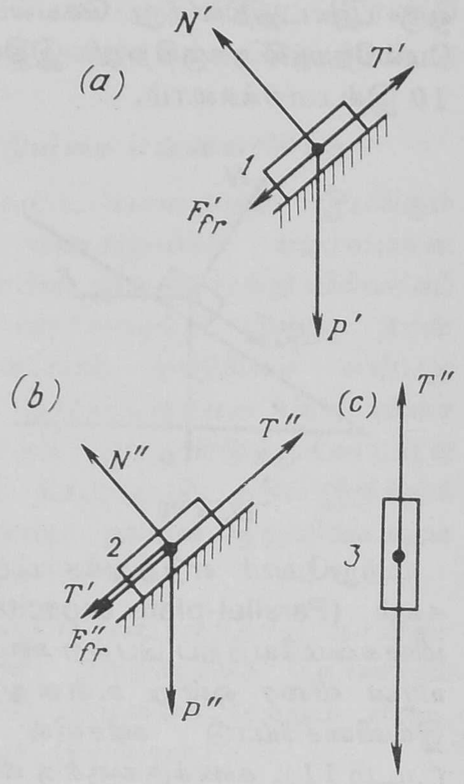
F_{fr}, தாங்கு எதிர்ச்செயல் N^1, AB நூலின் இழுவிசை T^1 (படம் 13a).

மாணவன் : ஆனால், உங்கள் படத்தில் உராய்வு விசையின் திசை ஏன் இடதுபுறமாக உள்ளது? அது எதிர்த்திசையிலும் இருக்கலாமே.

ஆசிரியர் : உராய்வு விசையின் திசையை நிர்ணயிப்பதற்குப் பண்டம் எந்தத் திசையில் செல்கிறது என்பதைத் தெரிந்து கொள்ள வேண்டியது அவசியம். கணக்கில் இது குறித்துத் திட்டமாக எதுவும் சொல்லப்படாவிட்டால், நாம் அதை எந்தத் திசையிலும் வைத்துக் கொள்ளலாம். நமது கணக்கில், பண்டம் 1 (எல்லாப் பண்டங்களின் தொகுதியுடன் மொத்தமாக) வலதுபுறமாகச் செல்வதாகவும், கப்பி கடிகார முள் திசையில் (வலதுபுறமாகச்) சுழல்வதாகவும் வைத்துக் கொண்டுள்ளேன். ஆனால், இது முன்னதாகவே எனக்குத் தெரிந்திருக்க முடியாது: பொருத்தமான எண் மதிப்புகளைக் குறிப்பிடும்போதுதான் இயக்கத்தின் திசை என்ன என்பது நிச்சயமாகும். எனது ஊகம் தவறாயிருந்தால், முடுக்கத்தைக் கணக்கிடும்போது ‘மைனஸ்’ மதிப்பு (அதாவது, கழித்துக் காணவேண்டிய மதிப்பு) கிடைக்கும். அப்போது, பண்டம் வலதுபுறத்திற்குப் பதிலாக இடதுபுறமாக (கடிகார முள் திசைக்கு எதிர்த்திசையில்) கப்பி சுழல்வதாகவும், சறுக்கு உராய்வு விசையின் திசை அதற்கேற்ப இருக்குமாறும் வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். பின்னர், முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுவதற்கான சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடிக்க முடியும். மீண்டும்



படம் 12



படம் 13

எண் மதிப்புகளை வைத்து அது 'ப்ளஸ்' அல்லது 'மைனஸ்' ஆக இருக்கிறதா என்பதையும் சரிபார்க்க முடியும்.

மாணவன் : முடுக்கம் 'ப்ளஸ்' அல்லது 'மைனஸ்' ஆக இருக்கிறதா என்று ஏன் இரண்டாம் முறை சரிபார்க்க வேண்டும்? இயக்கம் வலதுபுறமாக இருக்கும்போது அது 'மைனஸ்' என்றால், இரண்டாவதில் அது 'ப்ளஸ்' ஆகத்தானே இருக்க வேண்டும்.

ஆசிரியர் : இல்லை; இரண்டாவதிலும் அது 'மைனஸ்' ஆக இருக்கலாம்.

மாணவன் : என்றால் புரிந்துகொள்ள முடியவில்லை. பண்டம் வலதுபுறமாக இயங்கவில்லை என்றால் அது இடதுபுறமாகத்தான் இயங்கவேண்டும் என்பது தெளிவு அல்லவா ?

ஆசிரியர் : பண்டம் நிலைப்பு நிலையிலும், அதாவது, அசைவில்லா நிலையிலும் இருக்கலாம் என்பதை மறந்துவிட்டாய். இதைப் பற்றி பின்னர் கவனிப்போம்; உராய்வு விசையையும் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டால் ஏற்படும் சிக்கல்களையும் அப்போது விரிவாக ஆராயலாம் (§ 7 ஐப் பார்க்கவும்).

தற்போது, கப்பி கடிகார முள் திசையில் சுழல்வதாக வைத்துக் கொண்டு, 2 பண்டத்தின் இயக்கத்தை ஆராயலாம்.

மாணவன் : பூமி, சாய்தளம், *AB* நூல், நூல் *CD* 2 பண்டத்துடன் செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுகின்றன. 2 பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படும் விசைகள் படம் 13*b*-இல் காட்டப் பட்டுள்ளன.

ஆசிரியர் : சரி. இப்போது 3 வது பண்டத்தைக் கவனிப்போம்.

மாணவன் : பூமி மற்றும் *CD* நூலுடன் மட்டுமே பண்டம் 3 செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுகிறது. 3 பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளை படம் 13*c* காண்பிக்கிறது.

ஆசிரியர் : இப்போது, ஒவ்வொரு பண்டத்தின்மீதும் செலுத்தப்படும் விசைகள் எவை எவை என்று தீர்மானித்த பின்னர், ஒவ்வொன்றுக்கும் உரியதான இயக்கச் சமன்பாட்டை எழுத முடியும்; எனவே, அங்ஙனம் கிடைத்த சமன்பாடுகளுக்கு விடையும் காண முடியும்.

மாணவன் : ஒவ்வொரு பண்டத்தையும் தனித்தனியாகக்

கவனிக்க வேண்டியதில்லை என்றும், பண்டங்கள் அனைத்தையும் ஒரே தொகுதியாகவும் கவனிக்கலாம் என்றும் சொன்னீர்களே.

ஆசிரியர் : ஆம்; நாம் இப்போது ஆராய்ந்ததைப்போல் 1, 2, 3 பண்டங்கள் தனித்தனியாகக் கவனிக்கப்பட வேண்டியதில்லை; ஒரே தொகுதியாகவே அவற்றைக் கவனிக்கலாம். ஆனல், அப்போது, நூல்களில் செயல்படும் இழுவிசைகளைக் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டியதில்லை; ஏன் எனில், அவை தொகுதியினுள் இருக்கும் உள் விசைகளாக, ஆராயப்படும் பண்டத்தின் தனிப்பகுதிகளுக்கிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயல் விசைகளாக ஆகிவிடுகின்றன. மூன்று பண்டங்களினுலுமாகிய தொகுதியானது மொத்தமாக பூமி மற்றும் சாய்தளம் ஆகியவற்ருேடு செயல் எதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுகின்றது.

மாணவன் : ஒரு விவரம் பற்றி விளக்கம் தெரிந்து கொள்ள விரும்புகிறேன். *13b, c* படங்களில் நான் விசைகளைக் குறிக்கும் போது, *CD* நூலின் இழுவிசை கம்பியின் இருபுறத்திலும் சமமென்று வைத்துக் கொண்டேன், அது சரியா?

ஆசிரியர் : திட்டமாகச் சொல்ல வேண்டும் என்ருல், அது சரியில்லை. கப்பி வலதுபுறமாகச் சுழன்ருல், 3 பண்டத்தோடு இணைக்கப்பட்ட நூல்பகுதியின் இழுவிசையைவிட அதிகமாயிருக்க வேண்டும். இழுவிசைகளுக்கிடையேயுள்ள இந்த வித்தியாசமே கப்பியின் முடுக்கத்துடன் கூடிய இயக்கத்திற்குக் காரணமாகிறது. நமது எடுத்துக்காட்டில், கப்பியின் நிறை புறக்கணிக்கத் தக்கதாக வைத்துக்கொண்டோம். அதாவது, முடுக்கத்திற்கு உட்படுத்தப்படவேண்டிய நிறை எதுவும் அதற்கு இல்லை, 2, 3 பணடங்களை இணைக்கும் நூலின் திசையை மாற்றுவதற்குப் பயன்படும் ஒரு சாதானமாக மட்டுமே அது கருதப்படுகிறது. என்வே, *CD* நூலின் இழுவிசையின் மதிப்பு கப்பியின் இருபுறத்திலும் ஒன்றே என்று வைத்துக் கொள்ளலாம். பொதுவாக, வேறுவிதமாகக் குறிப்பிடாவிட்டால், கப்பியின் நிறை புறக்கணிக்கப்படத் தக்கதாகவே வைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

எல்லாச் சந்தேகங்களும் தெளிவாக விளக்கப்பட்டு விட்டன என்று நினைக்கிறேன்.

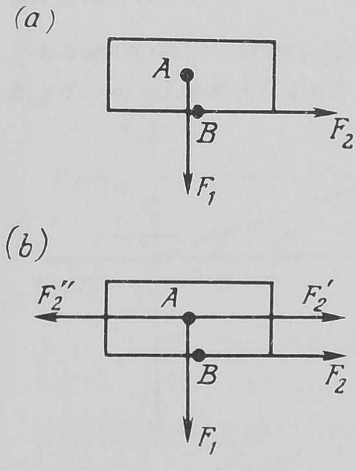
மாணவன் : விசை செலுத்தப்படும் புள்ளியைப் பற்றி ஒரு வினு. உங்களுடைய படங்களில் எல்லா விசைகளும் ஒரே புள்ளியில் செலுத்தப்படுவதாகக் காட்டினீர்களே, இது சரியா? எடுத்துக்

காட்டாக, உராய்வு விசை பண்டத்தின் ஈர்ப்பு மையத்தில் செலுத்தப்படுவதாக வைத்துக் கொள்ள முடியுமா?

ஆசிரியர்: நாம் ஆராயும் சலனவியல், இயக்கவியல் எல்லாம் பரவலான பண்டங்களை (Extended bodies)ப் பற்றியதல்ல, பொருள்-புள்ளிகள் (Material points) அல்லது துகள்கள் பற்றியதாகும் என்பதை நினைவில் வைத்துக்கொள்ள வேண்டும். அதாவது, பண்டம் என்பது ஒரு புள்ளி-நிறை அல்லது புள்ளியாகக் குறிக்கப்பட்டுள்ள நிறை என்று கருதுகிறோம். ஆனால், படங்களிலோ, ஒரு பண்டத்தை அப்படியே காட்டுகிறோமேயன்றி, புள்ளியாக அல்ல; இவ்வாறு செய்வது தெளிவிற்காகவே. ஆதலால், எல்லா விசைகளும் பண்டத்தின் ஒரு புள்ளியில் செலுத்தப்படுவதாகவே காட்டலாம்.

மாணவன்: எளிமையாக்குவதனால், எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட ஒரு கணக்கின் சில அம்சங்கள் புறக்கணிக்கப்பட்டு விடுவதாக எங்களுக்குக் கற்பிக்கப்பட்டுள்ளது. பண்டத்தை ஒரு பொருள்-புள்ளியாகக் கருதும்போது என்ன இழப்பு ஏற்படுகிறது?

ஆசிரியர்: அவ்வாறு எளிமையாக்கப்பட்ட நோக்கில் ஆராயும் போது, சுழற்சித் திருப்பு-திறன்களை நாம் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்வதில்லை. இச்சுழற்சித் திருப்பு-திறன்கள் உண்மையான நிலைகளில் பண்டம் சுழன்று கவிழ்ந்து விடுவதற்குக் காரணமாகலாம். பொருள்-புள்ளி என்னும்போது அதற்குப் பெயர்ச்சி இயக்கம் (Motion of translation) மட்டுமே உள்ளது. உதாரணம் ஒன்றைக் கவனிப்போம். ஒரு பண்டத்தின் இரு புள்ளிகளில் இரண்டு விசைகள் A இல் F_1, B இல் F_2 செலுத்தப்படுவதாக வைத்துக் கொள்வோம். (படம் 14a). இப்போது, A இல் F_2 விசைக்குச் சமமாயும் இணையாகவும் உள்ள F_2' என்னும் விசையையும், F_2 விசைக்குச் சமமான, ஆனால், எதிர்திசையில் இயங்கும் F_2'' விசையையும் செலுத்துவோம் (படம் 14b). F_2', F_2'' விசைகள் ஒன்றையொன்று சமமாக ஈடு செய்து விடுவதால், அவை சேர்க்கப்படுவதால் கணக்கின் பௌதிக இயல்பு எவ்வகை



படம் 14

யிலும் மாறுவதில்லை. எனினும், 14b படத்தைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்: *A*-யில் செலுத்தப்பட்ட F_1, F_2' விசைகள் பண்டத்தின் பெயர்ச்சி இயக்கத்திற்குக் காரணமாகின்றன; மேலும், பண்டத்திற்கு ஒரு சுழற்சியைத் தரும் சுழல்விசை இரட்டை ஒன்றும் (F_2, F_2'' விசைகள்) இருப்பது குறிப்பிடத்தக்கது. அதாவது, அதற்குச் சரியான சுழற்சித் திருப்புத்-திறனைச் சேர்ப்பதாயிருந்தால், F_2 விசையைப் புள்ளி *A*க்கு மாற்ற முடியும். ஒரு பண்டத்தை பொருள்-புள்ளியாக அல்லது துகளாகக் கருதும்போது சுழற்சித் திருப்பு-திறன் இராது.

மாணவன் : பொருள்-புள்ளி ஒன்றுக்குச் சுழற்சி இயக்கம் கிடையாது, பெயர்ச்சி இயக்கம் மட்டுமே என்று சொல்கிறீர்கள். ஆனால், சுழற்சி இயக்கத்தைப் பற்றி-வட்டப் பாதையின் இயக்கம் பற்றி-ஏற்கெனவேயே கவனித்திருக்கிறோமே.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் வெவ்வேறானவற்றைப் பற்றிக் குழப்பிக் கொள்ள வேண்டாம். பெயர்ச்சி இயக்கம் வெவ்வேறு பாதைகளில், எடுத்துக்காட்டாக, வட்டப்பாதையிலும் ஏற்படலாம். புள்ளியின் சுழற்சி இயக்கம் நிகழமுடியாததைப் பற்றி நான் சொன்னபோது, நான் குறிப்பிட்டது, தன்னைத்தானே சுழல்வது, அதாவது அப்புள்ளியின் வழியாகச் செல்லும் ஓர் அச்சைச் சுற்றிய தான சுழற்சியேயாகும்.

§ 3

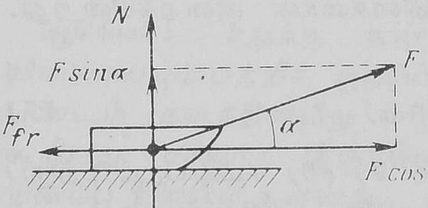
உராய்வு விசையை உங்களால் கணக்கிட முடியுமா ?

ஆசிரியர் : பல கணக்குகளில் உராய்வு விசையைக் கணக்கிடுவது பற்றிச் சற்று விரிவாகச் சொல்ல விரும்புகிறேன். நான் மனத்தில் கொண்டிருப்பது வெறும் (உலர்ந்த) சறுக்கு உராய்வு (சறுக்கும் பரப்புகளுக்கிடையே மசகு போன்ற பொருளின் அடுக்கு எதுவும் இல்லாதிருந்தால், சறுக்கு உராய்வு (உலர்ந்த) வெறும் சறுக்கு உராய்வு எனப்படுகின்றன).

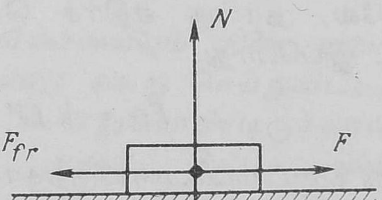
மாணவன் : ஆனல், இங்கு எல்லாம் தெளிவாயிருப்பதாகவே தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : இருப்பினும், தேர்வுகளில் செய்யப்படும் தவறுகளுக்குக் காரணம், உராய்வு விசையைக் கணக்கிடுவதற்கான திறமையில்லாமையேயாகும். படம் 15-இல் சாட்டப்பட்டுள்ள உதாரணத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். P எடையுள்ள சறுக்கு கலம் ஒன்று, கிடைமட்டத்துடன் α கோணத்திலுள்ள கயிற்றின்மீது செலுத்தப்படும் F விசையுடன் இழுக்கப்படுகிறது; உராய்வுக் குணகம் k. சறுக்கு உராய்வின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும். எப்படிச் செய்வாய்?

மாணவன் : ஏன், நிரம்பவும் எளிதானதாகத் தோன்றுகிறதே, உராய்வு விசை kPக்குச் சமம்.



படம் 15



படம் 16

ஆசிரியர் : முற்றிலும் தவறு. சறுக்கு உராய்வு விசை kPக்கு

அல்ல, kNக்குச் சமம் (N என்பது தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசை) § 2 அத்தியாயத்தின் சமன்பாடு (5)ஐ நினைவுபடுத்திக் கொள்ளவும்.

மாணவன் : ஆனல், இரண்டும் ஒன்றுதானே?

ஆசிரியர் : குறிப்பிட்ட ஒரு கணக்கில் எடையும் தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசையும் சமமாயிருக்கலாம்; ஆனல், பொதுவாக, அவை முற்றிலும் வெவ்வேருன விசைகளாகும். நான் குறிப்பிட்ட எடுத்துக்காட்டைக் கவனிப்போம். பண்டத்தின்மீது (சறுக்கு கலத்தின்மீது) செலுத்தப்படும் விசைகள் எடை P, தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசை N, சறுக்கு உராய்வு விசை F_{fr}, கயிற்றின் இழுவிசை F (படம் 15-ஐப் பார்க்கவும்). F விசையை செங்குத்துப் பகுதி ($F \sin \alpha$), கிடைமட்டப்பகுதி ($F \cos \alpha$) என்று பகுக்கின்ருேம். செங்குத்துத் திசையில் செயல்படும் விசைகள் யாவும் ஒன்றையொன்று ஈடுசெய்து கொண்டு விடுகின்றன. இதிலிருந்து, தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசையை நம்மால் கண்டுபிடிக்க முடிகிறது.

$$N = P - F \sin \alpha \qquad (6)$$

இந்த விசை சறுக்கு கலத்தின் எடைக்குச் சமமாக இல்லாமல், அதைவிட $F \sin \alpha$ அளவிற்குக் குறைவாக இருப்பதை நீ பார்க்கலாம். நடைமுறைப் பௌதிக நோக்கிலும், இதைத்தான் நாம் எதிர்பார்க்க வேண்டும்; ஏன் எனில், விறைப்பாயுள்ள கயிறு ஒரு கோணத்தில் மேல்நோக்கி இழுக்கப்படுவதால், அது சறுக்கு கலத்தைக் சிறிதளவு ''உயர்த்த'' முற்படுவதுபோல் தோன்றுகிறது. சறுக்கு கலம் பரப்பின்மீது ஏற்படுத்தும் விசையை, எனவே, தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசையைக் குறைக்கின்றது. ஆக, இப்போது,

$$F_{fr} = k\,(P - F \sin \alpha) \qquad (7)$$

கயிறு கிடைமட்டமாயிருந்தால் ($\alpha = 0$) (6) சமன்பாட்டிற்குப் பதிலாக $N = P$ என்ருகும்; இதிலிருந்து $F_{fr} = kP$ என்ருகும்.

மாணவன் : இப்போது புரிந்துகொண்டேன். இதைப் பற்றி முன்பு நான் சிந்தித்ததில்லை.

ஆசிரியர் : உராய்வு விசையானது உராய்வுக் குணகம், தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசை ஆகியவை இரண்டின் பெருக்குத் தொகைக்

குப்பதிலாக உராய்வுக் குணகம், எடை ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகை என்று கருதும் மாணவர்களிடை பொதுவாக ஏற்படும் ஒரு தவறு இது. இனிமேல் அத்தகைய தவறுகளை விலக்க முயலவும்.

மாணவன் : உராய்வு விசையைக் கணக்கிடுவதற்கு முதலில் தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசையை நிர்ணயிக்க வேண்டும் என்னும் விதியை இனிமேல் நான் பின்பற்றுவேன்.

ஆசிரியர் : இதுகாறும் சறுக்கு உராய்வு விசையைப் பற்றிக் கவனித்தோம். இப்போது நிலை உராய்வைப் பற்றிக் கவனிக்கலாம். இதற்குச் சில தனிச் சிறப்பியல்புகள் உள்ளன; மாணவர்கள் அவற்றைச் சரியாகக் கவனிப்பதில்லை. பின்வரும் உதாரணத்தை எடுத்துக் கொள்ளலாம். கிடைமட்டப் பரப்பு ஒன்றின் மீது ஒரு பண்டம் நிலைப்புநிலையில் இருக்கிறது; அதை இயங்க முற்படச் செய்யும் கிடைமட்ட விசை F ஒன்று அதன்மீது செயல்படுகிறது. இதில் உராய்வு விசை எவ்வளவு அதிமாமிருக்கும் என்று நீ நினைக்கிறாய்?

மாணவன் : ஒரு பண்டம் கிடைமட்டத் தளத்தின்மீது இருந்து அதன்மீது F விசை கிடைமட்டத் திசையில் செயல்பட்டால், $N = P$. இது சரிதானே?

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. மேலே சொல்லவும்.

மாணவன் : இதிலிருந்து உராய்வு விசை kP க்குச் சமம் என்றாகிறது.

ஆசிரியர் : சறுக்கு உராய்வு விசையையும் நிலை உராய்வு விசையையும் பற்றிக் குழப்பிக்கொண்டு தவறு செய்துவிட்டாய். பண்டம் தளத்தின்மீது சறுக்கிச் சென்றுகொண்டிருந்தால் நீ கூறியது சரியாக இருந்திருக்கும். ஆனால், இங்கே பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் உள்ளது. எனவே, பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளும் ஒன்றையொன்று ஈடு செய்து கொண்டாக வேண்டியிருக்கிறது. பண்டத்தின்மீது நான்கு விசைகள் செயல்படுகின்றன: எடை P, தாங்கு எதிர்ச் செயல் விசை N, விசை F மற்றும் நிலை உராய்வு விசை F_{fr} (படம் 16). செங்குத்து விசைகள் P, N இரண்டும் ஒன்றையொன்று ஈடு செய்துகொண்டு

விடுகின்றன. அங்ஙனமே கிடைமட்ட விசைகளான F, F_{fr} இரண்டும். ஆகவே,

$$F_{fr} = F \tag{8}$$

மாணவன் : இதிலிருந்து, நிலை உராய்வு விசை, பண்டத்தை நகர முற்படச் செய்யும் புறவிசையைச் சார்ந்திருக்கிறது என்று தெரிகிறது.

ஆசிரியர் : ஆம்; F விசை அதிகரித்தால் நிலை உராய்வு விசையும் அதிகமாகிறது. ஆயினும், அது முடிவில்லாமல் அதிகரிப்பதில்லை. நிலை உராய்வு விசை உச்ச மதிப்பு ஒன்றை எட்டுகிறது.

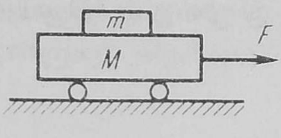
$$F_{max} = k_o N \tag{9}$$

k_o குணகம் (5) சமன்பாட்டிற்கிணங்க, சறுக்கு உராய்வுக்குச் சம்பந்தமான k குணகத்தைவிடச் சற்று அதிகமாயிருக்கிறது. புறவிசை F, k_oN மதிப்பை அடைந்தவுடன் பண்டம் சறுக்கத் தொடங்குகிறது. இந்த மதிப்பு நிலையில் k_o குணகம் k க்குச் சமமாகிறது. ஆகவே, உராய்வு விசை சற்றுக் குறைகிறது. F விசை மேலும் அதிகரிக்கும்போது, உராய்வு விசை (இப்போது, சறுக்கு உராய்வு விசை) மேலும் அதிகரிப்பதில்லை (மிகப் பெரிய நேர்வேகங்கள் ஏற்படும்வரை); படிப்படியாக அதிகரிக்கும் முடுக்கத்துடன் பண்டம் நகருகிறது. பல மாணவர்கள் உராய்வு விசையைக் கணக்கிட முடியாமற் போவதற்குக் காரணம் வருமாறு: α சாய்கோணமுள்ள சாய்தளம் ஒன்றின்மீது P எடையுள்ள பண்டம் ஒன்று நிலைப்பு நிலையில் இருக்கும்போது, உராய்வு விசை என்ன? இதற்கு அவர்களிடமிருந்து தவறான பலவகை விடைகள் கிடைக்கின்றன. உராய்வு விசை kP க்குச் சமம் என்று சிலரும், அது $kN = kP \cos \alpha$ க்குச் சமம் என்று சிலரும் சொல்கிறார்கள்.

மாணவன் : எனக்குப் புரிகிறது. பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருப்பதனால், நிலை உராய்வு விசையைக் கவனிக்க வேண்டும். சாய்தளத்தின்மீது செயல்படும் விசைகளின் சமநிலைக்கான நிபந்தனையிலிருந்து அதைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். நமது எடுத்துக் காட்டில் அத்தகைய விசைகள் இரண்டு உள்ளன: உராய்வு விசை F_{fr}, சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் சறுக்குவிசை $P \sin \alpha$ எனவே, சரியான விடை

$$F_{fr} = P \sin \alpha$$

ஆசிரியர் : சரி. முடிவாக, படம் 17 இல் காட்டப்பட்டுள்ள கணக்கைக் கவனிக்கவும். M நிறையுள்ள பண்டம் ஒன்றின்மீது m நிறையுள்ள பளு ஒன்று உள்ளது; இவை இரண்டிற்குமிடையேயுள்ள அதிகப்பட்ச நிலை உராய்வு விசையை k_o குணகம் குறிக்கிறது; பண்டத்திற்கும் பூமிக்குமிடையே உராய்வு இல்லை. பளு அதன்மீது சறுக்கும் பொருட்டு, பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்பட வேண்டிய குறைந்தபட்ச விசை F ஐக் கண்டுபிடிக்கவும்.



படம் 17

மாணவன் : முதலில் பண்டத்தின்மீது சறுக்காமலிருக்கும்படி F விசை போதிய அளவிற்கு குறைவானது என வைத்துக்கொள்ளலாம். அப்போது இரு பண்டங்களுக்கும் ஏற்படும் முடுக்கம்

$$a = \frac{F}{M+m}$$

ஆசிரியர் : சரி. இந்த முடுக்கம் பளுவிற்கு அளிக்கும் விசை யாது ?

மாணவன் : முடுக்கத்தினுல் F_{fr} நிலை உராய்வு விசைக்கு அது உட்படுத்தப்படும். ஆகவே,

$$F_{fr} = ma = \frac{Fm}{M+m}$$

இதிலிருந்து, F விசை அதிகரித்தால் F_{fr} நிலை உராய்வு விசையும் அதிகரிக்கும் என்று தெரிகிறது. எனினும், முடிவில்லாது அது அதிகரித்துக் கொண்டேயிருக்க முடியாது. அதன் அதிகப்பட்ச மதிப்பு.

$$F^{fr\ max} = k_oN = k_omg$$

எனவே, இரண்டு பண்டங்களும் ஒரு மொத்தமாகச் சேர்ந்து நகர்வதற்கான F விசையின் அதிகப்பட்ட மதிப்பைக் கணக்கிடுவதற்கான நிபந்தனை

$$k_omg = \frac{Fm}{M+m}$$

அதாவது,

$$F = (M+m)\ k_og$$

ஆக, பனு பண்டத்தின்மீது சறுக்கத் தொடங்குவதற்கான குறைந்தபட்ச மதிப்பு இதுவேயாகும்.

ஆசிரியர் : நான் கொடுத்த கணக்கிற்கு நீ விடை கண்டுபிடித்த முறை சரியானதாகும். உனது விளக்கமும் முழுவதும் திருப்தி யளிப்பதாய் இருக்கிறது.

§ 4

நியூட்டனின் இயக்கவிதிகள் உங்களுக்கு எவ்வளவு நன்ருகத் தெரியும் ?

ஆசிரியர் : நியூட்டனின் முதலாவது இயக்க விதியைக் கூறவும்.

மாணவன் : ஒரு பண்டம் நிலைப்பு நிலையிலோ, அல்லது நேர்கோட்டுப் பாதையிலுள்ள சீரான இயக்க நிலையிலோ, பிற பண்டங்களின் செயல் அந்நிலையை மாற்றும்படி கட்டாயப் படுத்திலைன்றி, தொடர்ந்து இருக்கிறது.

ஆசிரியர் : இந்த விதி எல்லாத் தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளுக்கும் (Frames of Reference) உண்மையாக இருக்குமா ?

மாணவன் : உங்கள் கேள்வி எனக்குப் புரியவில்லை.

ஆசிரியர் : ஒரு பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறது என்று நீ சொன்னல், தொடர்பு அமைப்பாக அல்லது தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பாக இருக்கும் வேருெரு பண்டத்தைப் பொறுத்தவரை அது நிலையாக இருப்பதையே நீ குறிப்பிடுகிருய். தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பைக் குறிப்பிடாது, ஒரு பண்டம் நிலைப்பு நிலையிலோ, திட்டமான இயக்க நிலையிலோ இருப்பதாகச் சொல்வதற்குப் பொருள் எதுவும் கிடையாது. ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மை தொடர்புக் கட்டுக் கோப்பைத் தேர்ந்தெடுப்பதைப் பொறுத்தேயிருக்கிறது, எடுத்துக்காட்டாக, நகரும் ரயில் பெட்டியின் தரைமீது கிடக்கும் ஒரு பண்டம் ரயில் பெட்டியோடு இணைக்கப்பட்டுள்ள தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பைப் பொறுத்தவரை நிலையாகவே இருக்கிறது. ஆனல், ரயில் பாதையோடு இணைக்கப்பட்டுள்ள தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பைப் பொறுத்தவரை அது நகருவதாக உள்ளது. இப்போது மீண்டும் எனது கேள்விக்கு வருவோம். நியூட்டனின் முதலாவது விதி எல்லாத் தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளிலும் உண்மையாக இருக்குமா ?

மாணவன் : பெரும்பாலும் உண்மையாக இருக்கும்.

ஆசிரியர் : எனது கேள்வியை நீ எதிர்ப்பார்கவில்லைபோலத் தோன்றுகிறது. நியூட்டனின் முதலாவது இயக்கவிதி எல்லாத்

தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளுக்கும் உண்மையில்லை என்று பரி சோதனைகள் காண்பிக்கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, ரயில் பெட்டியின் தரைமீது கிடக்கும் பண்டத்தை எடுத்துக் கொள் வோம். தரைக்கும் பண்டத்திற்குமிடையேயுள்ள உராய்வைப் புறக்கணித்துவிடலாம். முதலில், ரயில் பெட்டியுடன் இணைக்கப் பட்டுள்ள ஒரு தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பைப் பொறுத்து, பண டத்தின் நிலையைக் கவனிப்போம். பின்வருவதை நாம் கவனிக்க முடியும்: பண்டம் தரைமீது நிலைப்புநிலையில் இருக்கிறது; பிறகு ஒருவகைச் செயலும் செயல்படவில்லை என்பது தெளிவாகத் தெரிந்தும், அது திடீரென்று தரையின்மீது சறுக்கிச் செல்லத் தொடங்குகிறது. இங்கு, நியூட்டனின் முதலாவது இயக்கவிதி மீறப்படுவது தெளிவு. இவ்விளைவுக்கு வழக்கமாகக் கூறப்படும் விளக்கம் என்னவென்றால், நேர்ப் பாதையிலும் சீரான நேர்வேகத் துடனும் சென்றுகொண்டிருந்த ரயில் பெட்டியின் வேகம், ரயில் வண்டிக்குத் தடைகளைச் செலுத்தியவுடன் குறைகிறது; உராய்வு இல்லாததினால், ரயில் பாதையைப் பொறுத்தவரை பண்டத்தின் சீரான நேர்ப்பாதை இயக்கம் தொடர்கிறது என்பதாகும். இதிலிருந்து, நியூட்டனின் விதி ரயில் பாதையுடன் இணைக்கப்பட்ட தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பைப் பொறுத்தவரை உண்மையாக இருக்கிறது என்றும், ஆனால் ரயில் பெட்டியின் வேகம் குறைவதுடன் இணைக்கப்பட்ட தொடர்புக் கட்டுக் கோப்பைப் பொறுத்தவரை உண்மையில்லை என்றும் நாம் தீர்மா னிக்க முடியும்.

நியூட்டனின் விதி உண்மையாக இருக்கும் தொடர்புக் கட்டுக் கோப்புகள் சடத்துவம் சார்ந்தவை என்றும், அவ்விதி உண்மை யாக இல்லாமல் இருப்பவை சடத்துவம் சாராதவை என்றும் சொல்லப்படுகின்றன. நாம் ஆராயும் பெரும்பாலான நிகழ்ச்சி களைப் பொறுத்தவரை, எந்தத் தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பும், அது பூமியுடனே, அல்லது பூமியின் பரப்பைப் பொறுத்தவரை நிலைப்புநிலையில் இருக்கும், அல்லது சீரான நேர்வேகத்துடன் நேர்ப் பாதையில் இயங்கும் வேறு எந்தப் பண்டங்களுடனே இணைக்கப் பட்டிருந்தால், சடத்துவம் சார்ந்தது என்று நாம் வைத்துக் கொள்ளலாம். சுழலும் அமைப்புகள், மிகை முடுக்கத் துடனே, குறை முடுக்கத்துடனே செல்லும் 'லிப்ட்' அல்லது 'தூக்கி' முதலியவை போன்ற மிகை முடுக்கத்துடன் (அல்லது, குறை முடுக்கத்துடன்) செல்லும் அமைப்புகள் சடத்துவம் சாராத

தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகள் எனப்படுகின்றன. சடத்துவம் சாராத கட்டுக்கோப்புகளைப் பொறுத்தவரை நியூட்டனின் முதலாவது இயக்கவிதி மட்டுமல்லாது, இரண்டாவது இயக்க விதியும் உண்மையில்லை என்பதைக் கவனிக்கவும் (ஏன் எனில், முதலாவது விதி இரண்டாவது விதியின் ஒரு சிறப்பு எடுத்துக் காட்டேயாகும்).

மாணவன் : முடுக்கத்துடன் செல்லும் தொடர்புக் கட்டுக் கோப்புகளில் நியூட்டனின் விதிகளைப் பயன்படுத்த முடியா தென்றால் அத்தகைய கட்டுக்கோப்புகளில் விசையியலைப் பற்றி நாம் எப்படி ஆராயமுடியும்?

ஆசிரியர் : எவ்வாறாயினும், சடத்துவம் சாராத தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளிலும் நியூட்டனின் இயக்க விதிகளைப் பயன் படுத்த முடியும். ஆனால், ஒரு கணக்கிற்காக மட்டுமே, பண்டத் திற்கு ஓர் அதிகப்படியான விசையைச் சேர்த்துக்கொள்ள வேண்டி யிருக்கும். சடத்துவ விசை என்று அழைக்கப்படும் இவ்விசை, பண்டத்தின் நிறை, தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பின் முடுக்கம் ஆகிய வற்றின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமமாகவும், அதன் திசை பண்டத்தினுடைய முடுக்கத்தின் திசைக்கு எதிராகவும் உள்ளது. அத்தகைய விசை ஒன்று மெய்யாகக் கிடையாது என்பதை மீண்டும் வலியுறுத்த விரும்புகிறேன்; ஆனால், ஒரு கணக்கிற்காக மட்டுமே அதைச் சேர்த்துக் கொண்டால், நியூட்டனின் இயக்க விதிகள் சடத்துவம் சாராத தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளிலும் உண்மையாயிருக்கும்.

எனினும், கணக்குகளுக்கு நீ விடை காணும்போது, சடத்துவம் சார்ந்த தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளையே பயன்படுத்தும்படி சொல்வேன். அப்போது, நீ ஆராயும் எல்லா விசைகளும் மெய் யானவையாகவே இருக்கும்.

மாணவன் : சடத்துவம் சார்ந்த தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு களை மட்டுமே நாம் வைத்துக் கொள்வதாயிருந்தால், சுழலும் தட்டின்மீது கிடக்கும் பண்டம் ஒன்றைப் பற்றிய கணக்கை நாம் ஆராய முடியாது போய்விடும்.

ஆசிரியர் : ஏன் முடியாது? தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு எது என்பதை நிர்ணயிப்பது நீதானே. அத்தகைய கணக்கில், தட்டுடன் இணைக்கப்பட்ட தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு (அதாவது,

சடத்துவம் சாராத கட்டுக்கோப்பு) ஒன்றை நீ பயன்படுத்தினால், பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருப்பதாகவே கருதப்படுகிறது. மாறாக, உனது தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு பூமியுடன் இணைக்கப் பட்டதாயிருந்தால் (அதாவது, அது சடத்துவம் சார்ந்த கட்டுக் கோப்பாயிருந்தால்) பண்டம் வட்டப்பாதையில் இயங்கும் ஒன்றாகக் கருதப்படும்.

இப்போது, நியூட்டனின் இரண்டாவது இயக்க விதியைக் கூறவும்.

மாணவன் : இவ்விதியை $F = ma$ என்று எழுதலாம். இதில் F பண்டத்தின்மீது செயல்படும் விசை ; m அதன் நிறை, a அதன் முடுக்கம்.

ஆசிரியர் : உனது மணிச்சுருக்கமான விடை எல்லாரும் கூறு வதைப்போல அமைந்திருப்பது குறிப்பிடதக்கது. உனது கூற்றின் மீது மூன்று ஆய்வுக் கருத்துக்களை எடுத்துச் சொல்ல விரும்பு கிறேன் ; இரண்டு அவ்வளவு முக்கியமில்லை, ஒன்று மட்டும் நிரம்ப முக்கியமானது. முதலில், முடுக்கத்தினால் விசை தோன்றுவ தில்லை ; மாறாக, செலுத்தப்படும் விசையின் விளைவாகவே முடுக்கம் ஏற்படுகிறது. எனவே, இவ்விதியின் சமன்பாட்டை

$$a - \frac{BF}{m} \qquad (10)$$

என்று எழுதுவதே அதிகப் பொருத்தமுடியதாகும். இதில், B என்பது, (10) சமன்பாட்டின் அளவுகளின் அலகுகளைப் பொறுத் துள்ள விகித சமகாரணி (Proportionality Factor) யாகும். நீ கூறிய சமன்பாட்டில் விகித சமகாரணி குறிப்பிடப்படவில்லை என்பதைக் கவனிக்கவும்

இரண்டாவதாக, ஒரு பண்டம் அதன்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளினாலும் முடுக்கப்படுகிறது. ஆகவே, விதியைச் சொல்லும்போது, ‘விசை’ என்பதற்குப் பதிலாக, மேலும் அதிகத் திட்டமான ‘தொகுவிசை’ என்று குறிப்பிட வேண்டும்.

எனது மூன்றாவது ஆய்வுக் கருத்து மிகவும் முக்கியமானதாகும். நியூட்டனின் இரண்டாவது விதி விசைக்கும் முடுக்கத்திற்கு

மிடையேயுள்ள தொடர்பை நிறுவுகிறது. ஆனல், விசையும் முடுக்கமும் 'வெக்டர்'கள் (Vectors) அல்லது எண் மதிப்பு மட்டு மல்லாது திசையும் கொண்ட அளவுருக்கள், அதாவது, அளவுறுதி யும் திசையுறுதியும் கொண்ட அளவுருக்கள் ஆகும். விதியைப் பற்றிய உனது கூற்றில் திசைகள் குறிப்பிடப்படவில்லை. இது ஒரு முக்கியமான குறைபாடு. இது நியூட்டனின் இரண்டாவது இயக்கவிதியின் முக்கியமான பகுதியைக் குறிப்பிடாது விட்டுவிடு கிறது. திட்டமாகச் சொல்வதானல், விதி பின்வருமாறு எழுதப் படவேண்டும் : ஒரு பண்டத்தின் முடுக்கம் அதன்மீது செயல்படும் எல்லாவிசைகளின் தொகுவிசைக்கு நேர்விகித சமமாகவும், பண்டத்தின் நிறைக்கு எதிர்விகித சமமாகவும் உள்ளது ; தொகு விசையின் திசையில் அது செயல்படுகிறது. இந்தக் கூற்றை ஆய்வு நோக்கில் பின்வருமாறு எழுதமுடியும் :

$$\vec{a} = \frac{\vec{BF}}{m} \qquad (11)$$

(அம்புக்குறிகள், அக்குறியிடப் பெற்றவை 'வெக்டர்'கள் அல்லது அளவறுதியும் திசையறுதியும் கொண்ட அளவுருக்கள் என் பதைக் குறிக்கின்றன.)

மாணவன் : § 2 ஆம் அத்தியாயத்தில் கிடைமட்டத்திற்குக் குறிப்பிட்ட ஒரு கோணத்தில் மேலே எறியப்பட்ட பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படும் விசைகளை ஆராய்ந்தபோது, பண்டத்தின் இயக்க திசையும் விசையின் திசையும் ஒன்றயிருக்க வேண்டிய தில்லை என்று பின்னர் காட்டுவதாகக் கூறினீர்கள். அப்போது நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியைப் பற்றிக் குறிப்பிட்டீர்கள்.

ஆசிரியர் : ஆம், நினைவிருக்கிறது. இப்போது அந்தக் கேள் வியைப் பற்றி ஆராய்வது பொருத்தமாயிருக்கும். முடுக்கம் என்பது என்ன என்பதை மீண்டும் நினைவுபடுத்திக் கொள்வோம். ஓர் அலகு நேரத்தில் ஏற்படும் நேர்வேக மாறுதல் முடுக்கம் எனப் படுகிறது. t, $t + \Delta t$ என்னும் நிரம்பவும் அருகேயுள்ள காலக் கணங்களில் பண்டத்திற்குரிய நேர்வேக 'வெக்டர்'கள் $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ படல் 18 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன. Δt காலத்தின்போது ஏற்படும்

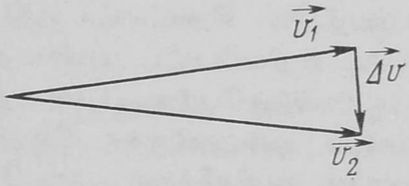
நேர்வேக மாறுதல் 'வெக்டர்' $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ வரையறுப்புக்கேற்ப, முடுக்கம்

$$\vec{a}(t) \cong \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad (12)$$

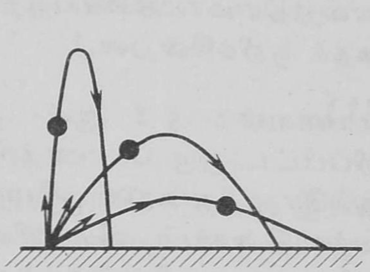
அல்லது, இன்னும் திட்டமாகச் சொன்னல்,

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad (13)$$

இதிலிருந்து, போதுமான அளவிற்குக் குறுகியகால அளவுள்ள இடைப்பகுதியில் ஏற்படும் நேர்வேக மாறுதலைக் குறிப்பிடும் 'வெக்டர்' Δv இன் திசையில் முடுக்க 'வெக்டர்' செயல்படுகிறது எனத் தெரிகிறது. நேர்வேக 'வெக்டர்'களும் நேர்வேக மாறுதல் 'வெக்டரும்' முற்றிலும் வெவ்வேறு திசைகளில் அமைந்



படம் 18



படம் 19

திருக்கலாம் என்பது படம் 18 இலிருந்து தெளிவாக விளங்குகிறது. அதாவது, பொதுவாக, முடுக்க 'வெக்ட'ரும் நேர்வேக 'வெக்ட'ரும் வெவ்வேறு திசைகளில் இருக்கலாம் என்ருகிறது. இப்போது தெளிவாயிற்ரு ?

மாணவன் : ஆம், இப்போது விளங்குகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பண்டம் வட்டப்பாதையில் இயங்கினல், பண்டத்தின் நேர்வேகம் வட்டத்திற்குத் தொடுகோட்டுப் பாதையில் செயல்படுகிறது ; ஆனல், அதன் முடுக்கம் சுழற்சிமையத்தை இணைக்கும்

ஓர் ஆரத்தின் திசையில் செயல்படுகிறது. (இங்கு நான் குறிப்பிடுவது மையம் நாடு முடுக்கம்):

ஆசிரியர்: உனது எடுத்துக்காட்டு முற்றிலும் பொருத்தமானதாகும். மீண்டும் (11) சமன்பாட்டிற்கு வருவோம். செலுத்தப்படும் விசையின் திசையில் செயல்படுவது முடுக்கமே; நேர்வேகம் அன்று என்பதையும், இந்த விசையின் அளவறுதியுடன் சம்பந்தப்பட்டிருப்பது முடுக்கமே; நேர்வேகம் அன்று என்பதையும் தெளிவுபடுத்திக் கொள்வோம். மாருக, குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மை அந்தக் கணத்தில் அதற்குள்ள நேர்வேகத்தின் திசையினுலும் அளவினுலும் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது (நேர்வேக 'வெக்டர்' பண்டத்தின் செல்பாதைக்குத் தொடுகோட்டுத் திசையிலேயே அமைந்திருக்கிறது). முடுக்கமும் நேர்வேகமும் வெவ்வேறு 'வெக்டர்'கள் ஆதலால் செலுத்தப்படும் விசையின் திசையும் பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் திசையும் பொதுவாக ஒன்ருயிருக்க வேண்டியதில்லை. எனவே, குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மை அந்தக் கணத்தில் அதன்மீது செயல்படும் விசைகளினுல்மட்டுமே தனியாக நிர்ணயிக்கப்படவேண்டும் என்பதில்லை.

மாணவன்: பொதுவாக, இது உண்மையாயிருக்கலாம். ஆனுல், செலுத்தப்படும் விசையின் திசையும் நேர்வேகத்தின் திசையும் ஒன்ருகவும் இருக்கலாமே.

ஆசிரியர்: ஆம், அது சாத்தியமே. ஒரு பணடத்தை உயரத் தூக்கி, அதற்குத் துவக்க நேர்வேகம் எதுவும் இல்லாதவரையில் கவனத்துடன் அதை விட்டுவிடவும். இதில், இயக்கத்தின் திசை ஈர்ப்பு விசையின் திசையிலேயே இருக்கும். ஆனுல், கிடைமட்டத் துவக்க நேர்வேகம் ஒன்றைப் பண்டத்திற்கு அளித்தால், இயக்கத்தின் திசை ஈர்ப்புவிசையின் திசையில் இராமல், அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்லும். இரண்டிலும் ஒரே விசையின் - அதன் எடையின் - செயலினுடைய விளைவாகவே பண்டம் நகர்ந்தாலும், இயக்கத்தின் தன்மை வேறுபடுகிறது. இந்த வேறுபாட்டிற்குக் காரணம் வெவ்வேறு துவக்க நிலைகளே என்று பௌதிகவியலார் கூறுவர்: இயக்கத்தின் தொடக்கத்தில் முதல் எடுத்துக்காட்டில், பண்டத்திற்கு நேர்வேகம் இருக்கவில்லை; இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டில், குறிப்பிட்ட கிடைமட்ட நேர்வேகம் இருந்தது. வெவ்வேறு திசைகளில் துவக்க நேர்வேகங்களுடன் எறியப்

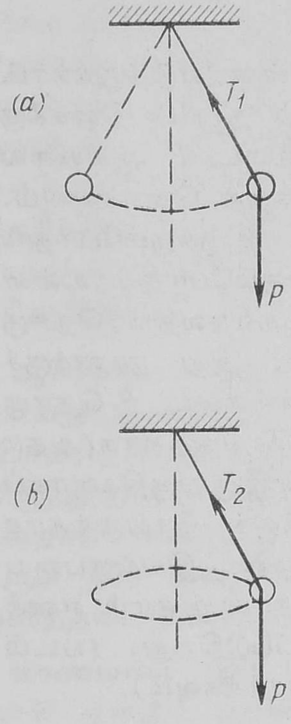
பட்ட பண்டங்களின் செல்பாதைகள் படம் 19 இல் காட்டப் பட்டுள்ளன.

மாணவன் : அங்ஙனமாயின், குறிப்பிட்ட கணக்கில், ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மை அக்கணத்தில் அதன்மீது செயல்படும் விசைகளை மட்டுமல்லாது, துவக்க நிலைகளையும் பொறுத்திருக்கும் என்று பொருள்படுமா ?

ஆசிரியர் : அதுவேதான், பண்டத்தின் துவக்க நிலைகள் அதன் முந்தைய வரலாற்றைக் குறிப்பிடுவனவாகும். அவை ஏற்கனவே இருந்த விசைகளின் விளைவாகும். இவ்விசைகள் இப்போது இல்லை ; ஆனல், அவற்றின் செயலினுடைய விளைவு மட்டும் இருக்கிறது. தத்துவ வியல் நோக்கில், கடந்த காலத்திற்கும் நிகழ் காலத்திற்குமுள்ள தொடர்பை, அதாவது, காரணகாரியத் தொடர்புக் கோட்பாட்டை இது விளக்குகிறது. நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியின் சூத்திரத்தில் 'முடுக்கம்' இல்லாது 'நேர்வேகம்' மட்டுமே குறிப்பிடப் பட்டிருந்தால் இந்தக் கடந்த கால நிகழ்கால தொடர்பு வெளிப்படாது. ஏன் எனில், அந்நிலையில், குறிப்பிட்ட காலத்தில் ஒரு பண்டத்தின் நேர்வேகம் (அதாவது, குறிப்பிட்ட காலத்தில் அதன் இயக்கத்தின் தன்மை) அக்கணத்தில் அதன்மீது செயல்படும் விசைகளினுல் மட்டுமே நிர்ணயிக்கப்படும் ; நிகழ்காலத்தின்மீது கடந்த காலத்திற்கு எந்தவிதமான பாதிப்பும் இராது.

மேற்குறிப்பிட்டதை இன்னொர் எடுத்துக்காட்டினுல் விளக்கு கிறேன். அது படம் 20 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. ஒரு நூலின் நுனியில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் பந்து ஒன்றின்மீது அதன் எடை, நூலில் இழுவிசை என்னும் இரண்டு விசைகள் செயல்படு கின்றன. சமநிலையிலிருந்து அதை ஒரு பக்கமாக இழுத்து, விட்டு விட்டால் அது அலைவுறுகிறது; அதாவது, ஊசலாடுகிறது. ஆனல், விலகு தளத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் அதற்கு ஒரு குறிப் பிட்ட துவக்க நேர்வேகம் அளிக்கப்பட்டால், பந்து சீரான நேர் வேகத்துடன் ஒரு வட்டப்பாதையில் செல்லத் தொடங்குகிறது. எனவே, துவக்க நிலைகளைப் பொறுத்து, பந்து செங்குத்தான தளத்தில் அலைவுறுகிறது (படம் 20அ), அல்லது, ஒரு வட்டப் பாதையில் சீரான நேர்வேகத்துடன் செல்கிறது (படம் 20ஆ). இரண்டிலும், அதன்மீது இரண்டு விசைகளே - அதன் எடையும் நூலின் இழு விசையுமே - செயல்படுகின்றன.

மாணவன்: நியூட்டனின் விதிகளைப் பற்றி இந்நோக்கில் நான் சிந்தித்ததில்லை.



படம் 20

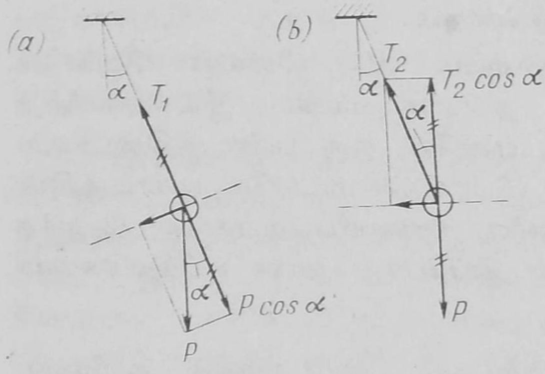
ஆசிரியர்: எனவே, சில மாணவர்கள் ஒரு பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளை நிர்ணயிக்கும்போது, கொடுக்கப்பட்ட பண்டத்தோடு எந்தப் பண்டங்கள் செயலதிர்ச் செயலில் ஈடுபடுகின்றன என்பதை முதலில் கண்டுகொள்ளாது, இயக்கத்தின் தன்மையை ஆதாரமாகக் கொண்டு ஆராய்கிறார்கள்; அதில் வியப்பு ஏதுமில்லை. நீ கூட அவ்வாறே செய்தாய். ஆகவேதான் 8இ, 8ஈ படங்களை வரைந்தபோது பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகள் வெவ்வேறானவையாயிருக்க வேண்டும் என்று உனக்குத் தோன்றியது. உண்மையில், இரண்டிலும் இரண்டு விசைகளே-அதன் எடையும் நூலின் இழுவிசையுமே-செலுத்தப்படுகின்றன.

மாணவன்: ஒரே விசைகள் வெவ்வேறான தன்மையுடைய இயக்கங்களைத் தோற்றுவிக்கக்கூடும் என்றும், எனவே, ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மை பற்றிய விபரங்கள் மட்டுமே பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படும் விசைகளை நிர்ணயிப்பதற்கான துவக்க நிலையைக் குறிப்பிடா என்றும் இப்போது நான் புரிந்துகொண்டேன்.

ஆசிரியர்: நிலைமையை நிரம்பவும் திட்டமாகக் கூறினாய். ஆயினும், அவ்வளவு தீவிரமாகச் செல்ல வேண்டியதில்லை. (படம் 20 இல் உள்ளதுபோல்) ஒரே விசைகளினால் வெவ்வேறு வகை இயக்கங்களைத் தோற்றுவிக்கக்கூடும் என்றாலும், செயல்படும் விசைகளின் எண்மதிப்புகள் வெவ்வேறு வகை இயக்கங்களுக்கு வெவ்வேறாக இருக்கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, வட்டப்பாதையில் நிகழும் சீரான இயக்கத்தில் தொகுவிசை மையம்நாடு விசையாகவும், ஒரு தளத்தில் நடைபெறும் அலைவு இயக்கத்தில் அது சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையாகவும் உள்ளது. இதிலிருந்து,

ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மை பற்றிய விவரங்கள் மட்டுமே செலுத்தப்படும் விசைகளை நிர்ணயிப்பதற்கான அடிப் படையாக விளங்கமுடியா என்றாலும், அவை அதிகப்படி யானவை என்றும் சொல்ல முடியாது.

இப்போது, படம் 20-இல் காட்டப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட் டிற்கு மீண்டும் வருவோம். செங்குத்துக்கும் நூலின் திசைக்கு மிடையேயுள்ள கோணம் α, பண்டத்தின் எடை P ஆகியவை இரண்டும் நமக்குத் தெரிந்திருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும். (1) ஊசலாடும் பண்டம் ஒரு கோடியில் இருக்கும்போதும் (2) பண்டம் வட்டப்பாதையில் சீராக இயங்கும்போதும் உள்ள நூலின் இழுவிசை T-ஐக் கண்டுபிடிக்கவும். முதலாவதில், தொகு விசை சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையாகும்; அது நாலுக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. எனவே, பண்டத்தின் எடை P தொகு விசையின் திசையிலேயே ஒரு பகுதி, அதற்குச் செங்குத்தாக (அதா வது, நூலின் திசையில்) மற்றொரு பகுதி என்று இரு பகுதிகளாகப் பகுக்கப்படுகிறது. அப்போது தொகுவிசைக்குச் செங்குத்தாக உள்ள விசைகள், அதாவது, நூலின் திசையில் இயங்குபவை ஒன்றுக்கொன்று சமம் எனக் கொள்ளப்படுகிறது. (படம் 21-ஐப் பார்க்கவும்).



படம் 21

$$T_1 = P \cos \alpha$$

இரண்டாவதில், தொகு விசை மையம்நாடு விசையாக உள்ளது; அது கிடைமட்ட மாகச் செயல்படுகிறது. ஆகவே, நூலின் இழுவிசை T_2 செங்குத்துவிசை, கிடை மட்ட விசை என்று பகுக்கப் படுகின்றன. தொகுவிசைக்குச் செங்குத்தான விசைகள், அதாவது, செங்குத்துவிசைகள் ஒன்றுக்கொன்று சமம் எனக் கொள்ளப்படுகிறது (படம் 21b).

$$T_2 \cos \alpha = P \quad \text{அல்லது} \; T_2 = \frac{P}{\cos \alpha}$$

பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மைபற்றிய அறிவு நூலின் இழுவிசையைக் கண்டுபிடிப்பதில் உதவியாக இருந்தது அல்லவா?

மாணவன் : இதை எல்லாம் நான் சரியாகப் புரிந்து கொண்டிருக்கிறேன் என்ருல், பண்டங்களின் செயலெதிர்ச் செயல்கள் தெரிந்திருந்தால், அவற்றுள் ஒன்றின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளைக் கண்டுகொள்ள முடியும்; இவ்விசைகளும் துவக்க நிலைகளும் தெரிந்திருந்தால் பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மையை (குறிப்பிட்ட எந்தக் கணத்திலும் அதன் நேர்வேகத்தினுடைய அளவையும் திசையையும்) முன்னதாகவே சொல்ல முடியும். மற்ளெருபுறம், ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மை தெரிந்திருந்தால், அதன்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளுக்கிடையேயுள்ள தொடர்புகளை நிறுவ முடியும். நான் சொன்னது சரிதானே?

ஆசிரியர் : சரியே. மேலே செல்வோம். நியூட்டனின் இரண்டாவது இயக்கவிதி பற்றிய எளிய கணக்கு ஒன்றைக் கவனிப்போம். M, m நிறைகள் கொண்ட இரண்டு பண்டங்கள் தரையிலிருந்து ஒரே உயரத்திற்கு உயர்த்தப்பட்டு, ஒரே கணத்தில் விடப்படுகின்றன. வளித்தடை இரண்டிற்கும் சமமாயிருந்தால், இரு பண்டங்களும் ஒரே கணத்தில் தரைக்கு வருமா? எளிமையின் பொருட்டு வளித்தடை நிலையாயிருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம்.

மாணவன் : இரு பண்டங்களுக்கும் வளித்தடை சமமாயிருப்பதால் அதைப் புறக்கணித்துவிடலாம். எனவே, இரு பண்டங்களும் ஒரே கணத்தில் தரைக்கு வந்து சேரும்.

ஆசிரியர் : தவறு. வளித்தடையைப் புறக்கணிக்கக் கூடாது. எடுத்துக்காட்டாக, M நிறையுள்ள பண்டத்தை எடுத்துக் கொள்ளவும். அது எடை Mg, வளித்தடை F என்னும் இருவிசைகளுக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. தொகுவிசை $Mg-F$. இதிலிருந்து நாம் முடுக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்கிருேம்.

$$a=\frac{Mg-F}{M}=g-\frac{F}{M}$$

இவ்வாருக, அதிக நிறையுள்ள பண்டத்தின் முடுக்கம் அதிகமாயிருப்பதால், அது தரைக்கு முன்னதாக வந்து சேருகிறது.

ஒரு பண்டத்தின் முடுக்கத்தைக் கணக்கிடும்போது அதன்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளையும் கணக்கிலெடுத்துக்கொள்ள வேண்டியது அவசியம்; அதாவது, தொகுவிசையைக் கண்டுபிடிக்க

வேண்டும். இது பற்றி, ''இயக்குவிசை'' (Driving Force) என்னும் சொல் பயன்படுத்தப்படுவது சர்ச்சைக்குரியதாக இருக்கிறது. இச்சொல் பொருத்த மற்றதாகும். ஒரு விசைக்கோ (அல்லது, பல விசைகளுக்கோ) இதை பயன்படுத்தும்போது, பண்டத்திற்கு முடுக்கத்தை அளிப்பதில் இவ்விசைக்கு (அல்லது, விசைகளுக்கு) ஏதோ தனிப்பங்கு இருப்பதுபோலும், சம்பந்தப்பட்ட பிறவிசைகளுக்குள்ள பங்கு குறைவானது என்றும் நினைக்கிறோம். இது முற்றிலும் தவறு. ஒருபண்டத்தின் இயக்கம், எந்த விலக்குமில்லாது, பண்டத்தின்மீது செயல்படும் எல்லா விசைகளினுடைய செயலின் விளைவேயாகும். (துவக்க நிலைகளை என்னவோ கணக்கிலெடுத்துக்கொண்டாக வேண்டும்).

இப்போது, நியூட்டனின் மூன்றுவது இயக்கவிதிக்கான ஓர் எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக்கொள்வோம். நான்கு சக்கர பார வண்டி ஒன்றை ஒரு குதிரை இழுக்கத் தொடங்குகிறது. அதன் விளைவாக, குதிரயும் பார வண்டியும் குறிப்பிட்ட முடுக்கத்துடன் நகரத் தொடங்குகின்றன. நியூட்டனின் மூன்றுவது விதிப்படி, பார வண்டியைக் குதிரை எவ்வளவு விசையுடன் இழுக்கிறதோ, அதே அளவு விசையுடன், ஆனுல், எதிர்த்திசையில் பாரவண்டி குதிரையை இழுக்கிறது. இவ்வாறிருக்கும் போது, குதிரையும் பார வண்டியும் ஒரு முடுக்கத்துடன் ஏன் முன்னுல் நகருகின்றன? இதை விளக்கவும்.

மாணவன்: இதைப் பற்றி ஒருபோதும் நான் சிந்தித்ததில்லை. ஆனுல், இதில் முரண்பாடு எதுவும் இருப்பதாகத் தோன்றவில்லை. பாரவண்டியின் மீது குதிரை செயல்படும் விசையும், குதிரையின் மீது பாரவண்டி செயல்படும் விசையும் ஒன்றையொன்று ஈடுசெய்துகொண்டு விடுவதனுல் முடுக்கத்தை விளக்குவது கடினம். ஆனுல், இவ்விசைகள் ஒன்றையொன்று ஈடுசெய்துகொண்டுவிட முடியாது. அவை வெவ்வேறு பண்டங்களின்மீது - ஒன்று குதிரையின்மீதும், மற்றென்று பார வண்டியின்மீதும் - செலுத்தப்படுகின்றன.

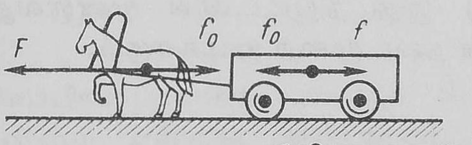
ஆசிரியர்: பார வண்டி குதிரையுடன் பூட்டப்படாமலிருந்தால் உனது விளக்கம் பொருந்தும். அதன்படி, குதிரை பார வண்டியிலிருந்து வெளிப்புறமாகத் தள்ளுகிறது; அதன் விளைவாக, பார வண்டி ஒரு திசையிலும், குதிரை மற்றொரு திசையிலும் நகருகின்றன. நான் குறிப்பிட்டது முற்றிலும் வேருனது. அவை

ஒன்றோடொன்று இணைக்கப்பட்டு, ஒரு தொகுப்பாக நகர்கிறது. நீ குறிப்பிட்ட, குதிரைக்கும் பார வண்டிக்குமிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயல் விசைகள் ஒரே தொகுப்பின் வெவ்வேறு பகுதிகளின்மீது செலுத்தப்படுகின்றன. இந்த ஒரே தொகுப்பின் இயக்கத்தின் இவ்விசைகளே ஒன்றுக்கொன்று ஈடுசெய்துகொள்ளும் விசைகளாகக் கருதப்படுகின்றன. ஆக, நீ இன்னமும் எனது கேள்விக்கு விடையளிக்கவில்லை.

மாணவன்: எனக்கு பொருள் விளங்கவில்லை. இந்த எடுத்துக்காட்டில், செயலும் எதிர்ச்செயலும் ஈடுசெய்துகொள்ள முடியவில்லையோ என்னவோ! என்ன இருந்தாலும், குதிரை ஓர் உயிருள்ள பிராணியல்லவா?

ஆசிரியர்: கண்டவாறு கற்பனை செய்துகொள்ளாதே. சற்றே சிரமம் ஏற்பட்டால் போதும், பிரதான விதிகளுள் ஒன்றைப் புறக்கணித்துவிடத் தயாராகிவிடுகிறாய்! எனது கேள்விக்கு விடையளிக்க, நியூட்டனின் மூன்றாவது விதியை மாற்ற வேண்டியதில்லை. மாறாக, அதையே அடிப்படையாகப் பயன்படுத்துவோம்.

மூன்றாவது விதியின்படி, குதிரைக்கும் பார வண்டிக்குமிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயல் காரணமாக, இந்த இணைப்புக்கு இயக்கம் ஏற்பட முடியாது (இன்னும் திட்டமாகச் சொல்லப் போனால், அதனால் இணைப்புக்கு முடுக்கத்தை அளிக்க முடியாது). எனவே, வேறு ஏதோ ஒரு வகைக் கூடுதலான செயலெதிர் செயல் இருக்க வேண்டும். அதாவது, குதிரை, பாரவண்டி இரண்டையும் தவிர, குறைந்தபட்சம் மூன்றாவது பண்டம் ஒன்றாவது இதில் பங்குகொள்ளவேண்டும். நமது எடுத்துக்காட்டில் அந்தப் பண்டம் பூமிதான். ஆகவே, ஒரு செயலெதிர்ச் செயலுக்குப் பதிலாக, மூன்று செயலெதிர்ச் செயல்களை நாம் கவனிக்க வேண்டியிருக்கிறது: அதாவது (1) குதிரைக்கும் பார வண்டிக்குமிடையேயுள்ளது (இவ்விசையை f_0 எனக்குறிப்பிடுவோம்); (2) குதிரைக்கும் பூமிக்குமிடையேயுள்ளது (விசை F): இதில் குதிரை பூமியை எதிர்த்துத் தள்ளுகிறது; (3) பார வண்டிக்கும் பூமிக்குமிடையேயுள்ளது (விசை f); அதாவது, பூமிக்கு எதிராகப் பார



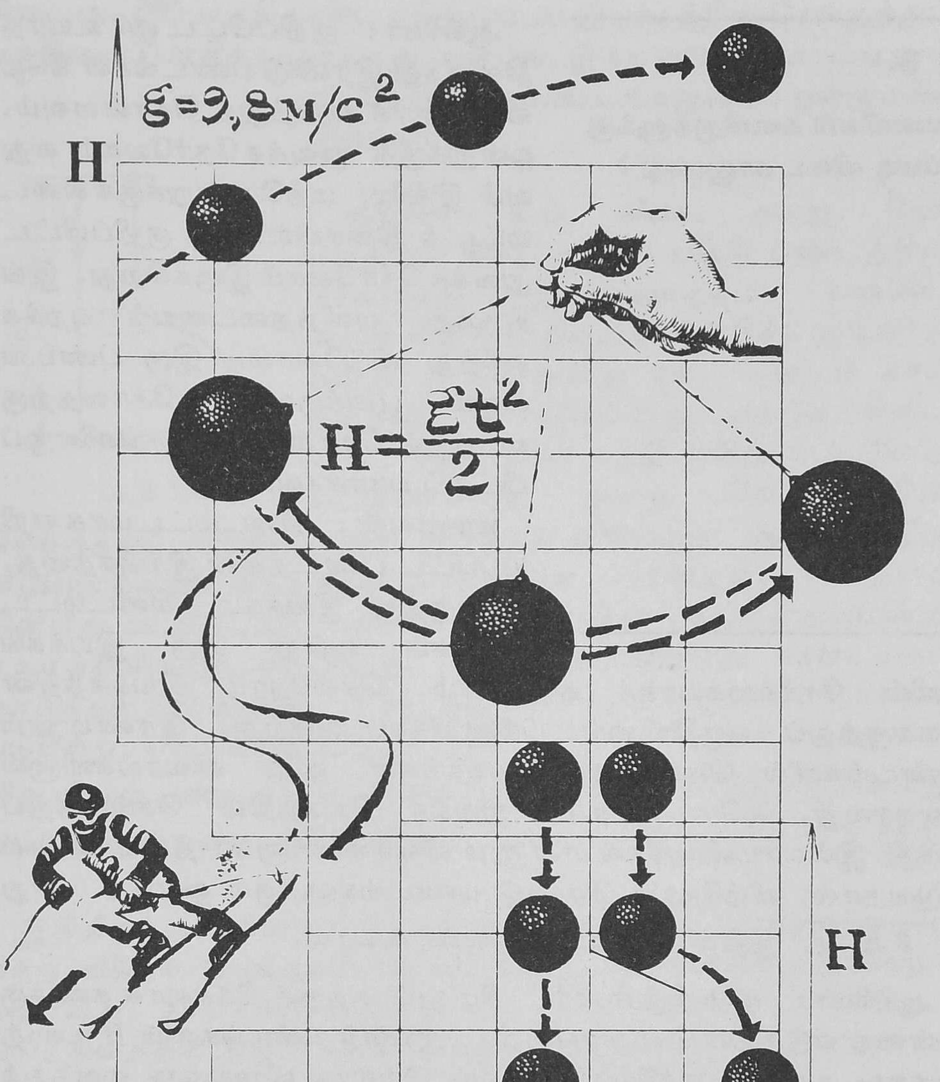
படம் 22

வண்டிக்குள்ள உராய்வு மூன்றும் படம் 22-இல் காட்டப்பட்டுள்ளன. குதிரை, பூமி, பார வண்டி மற்றும் ஒவ்வொரு பண்டத்தின் மீதும் செலுத்தப்படும் இரண்டு விசைகள். இவ்விரு விசைகளும் குறிப்பிட்ட பண்டத்திற்கும் ஏனைய இரண்டிற்குமிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயலின் விளைவாகும். குதிரை-பார வண்டி இணைப்பில் முடுக்கம் அதன்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளின் தொகுவிசை காரணமாக ஏற்படுகின்றது. அத்தகைய விசைகள் நான்கு உள்ளன; அவற்றின் தொகுவிசை $F - f$. முடுக்கத்தை உண்டாக்குவது இதுவே. இப்போது இம்முடுக்கம் குதிரைக்கும் பார வண்டிக்கும் இடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயலின் விளைவுடன் சம்பந்தப்பட்டதன்று என்பதை நீ கவனிக்கலாம்.

மாணவன் : ஆகவே, பூமியின் பரப்பு நிகழ்ச்சிகள் நடைபெறும் இடமாக மட்டுமல்லாது, அந்நிகழ்ச்சிகளில் தீவிரமாகப் பங்கு கொள்ளும் ஒன்று என்றாகிறது.

ஆசிரியர் : சித்திரம் போன்ற உனது விளக்கம் முற்றிலும் உண்மையே. நிற்க, குதிரையும் பார வண்டியும் பணித்தளம் போன்றதோர் இலட்சியத் தளத்தின்மீது இருந்தால், அதாவது, இந்த இணைப்பிற்கும் பூமிக்குமிடையே கிடைமட்டச் செயலெதிர்ச் செயல்கள் எவையும் இல்லாமலிருக்கும்படி செய்தால் எந்தவிதமான இயக்கமும் இராது.

ஓர் இணைப்பிற்கு அல்லது தொகுப்பிற்கு அதனுள்ளேயே ஏற்படும் எந்தவிதமான செயலெதிர்ச் செயலினாலும் முடுக்கத்தை அளிக்க முடியாது என்பது வலியுறுத்தப்பட வேண்டிய ஒன்றாகும். புறச் செயல் ஒன்றினால்தான் இதைச் செய்ய முடியும். (உனது தலைமுடியையோ, காலணியின் வாரையோ கொண்டு உன்னையே நீ தூக்கிக்கொள்ள முடியாது) இது நியூட்டனின் மூன்றாவது இயக்க விதியின் ஒரு முக்கியமான நடைமுறை முடிவாகும்.



விசையியல் உனக்கு நன்றாகத் தெரிந்திருந்தால், கணக்குகளுக்கு உன்னால் எளிதாக விடைகாண முடியும், இதற்கு மறுதலையும் **(converse)** உண்மையே ; கணக்குகளுக்கு உடனடியாக விடை காண முடிந்தால் உனக்கு விசையியல் அறிவு நிறைய இருக்கிறது என்பது தெளிவு. எனவே, எத்தனை முடியுமோ அத்தனை கணக்குகளுக்கு விடைகண்டு, உனது விசையியல் அறிவை விரிவுபடுத்திக் கொள்ளவும்.

§ 5

சலனவியல் கணக்குகளுக்கு எப்படி விடை காணுவது ?

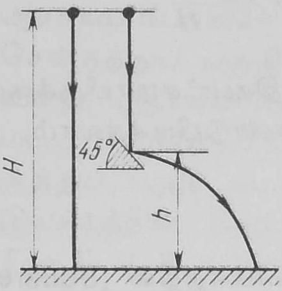
ஆசிரியர் : குறிப்பிட்ட ஓர் உயரத்திலிருந்து இரண்டு பண்டங்கள் கீழே விழுவதாக வைத்துக் கொள்ளவும். ஒன்றுக்குத் துவக்க நேர்வேகம் எதுவும் இல்லை; மற்றொன்றுக்குக் கிடைமட்டத் திசையில் ஒரு குறிப்பிட்ட துவக்க நேர்வேகம் இருக்கிறது. இங்கிருந்து வளித்தடையைப் புறக்கணித்து விடுவோம். இரு பண்டங்களும் பூமிக்குவந்து சேர்வதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரங்களை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும்.

மாணவன் : கிடைமட்டமாக எறியப்பட்ட பண்டத்தின் இயக்கத்தை, செங்குத்து இயக்கம், கிடைமட்ட இயக்கம் என்று இரு இயக்கங்களின் சேர்க்கையாகக் கருதலாம். செல்நேரம் இயக்கத்தின் செங்குத்துப் பகுதியினல் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. இரண்டிலும் பண்டங்களில் செங்குத்து இயக்கங்கள் ஒரே விவரங்களினல் (அதாவது, ஒரே உயரம், துவக்க வேகத்தின் செங்குத்துப் பகுதி இல்லாமலிருத்தல் என்னும் விவரங்களினல்) தீர்மானிக்கப்படுவதால், வீழ்நேரம் இரண்டு பண்டங்களுக்கும் ஒன்றே. அது $\sqrt{2H/g}$, இதில் H என்பது துவக்க உயரம்.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. மேலும் சற்றுச் சிக்கலாக கணக்கு ஒன்றை எடுத்துக் கொள்ளலாம். இரண்டு பண்டங்களும் H உயரத்திருந்து துவக்க நேர்வேகம் எதுவும் இல்லாது விழுவதாக வைத்துக் கொள்ளவும். ஆனல், இரு பண்டம் தனது பாதையில் கிடைமட்டத்திற்கு 45° கோணம் சாய்ந்துள்ள தளத்தின்மீது விழுகிறது; சாய் தளத்தின் மீது தாக்குவதின் விளைவாக பண்டத்தின் நேர்வேகத்தில் திசை கிடைமட்டமாகிவிடுகிறது (படம் 23). தாக்குதலின் இடம் h உயரத்தில் இருக்கிறது. இரு பண்டங்களின் வீழ்நேரங்களை ஒப்பிடவும்.

மாணவன் : சாய்தளத்தின் மட்டம் வரை வீழ்வதற்கு இரு பண்டங்களும் ஒரே நேரம் எடுத்துக் கொள்கின்றன. தளத்தின் மீது ஏற்படும் தாக்குதலின் விளைவாக, ஒரு பண்டம் நேர்வேக கிடைமட்ட பகுதி ஒன்றை அடைகிறது. எனினும், இந்தக்

கிடைமட்டப் பகுதி பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் செங்குத்துப் பகுதியைப் பாதிக்க முடியாது. எனவே, இந்த எடுத்துக்காட்டிலும் வீழ்நேரம் இரு பண்டங்களுக்கும் ஒன்ருகவே இருக்கும்.



படம் 23

ஆசிரியர்: உன் விடை தவறு. நேர்வேத்தின் கிடைமட்டப் பகுதி பண்டத்தின் செங்குத்து இயக்கத்தையும், எனவே, அதன் வீழ் நேரத்தையும் பாதிக்க முடியாது என்று நீ சொன்னது சரி. பண்டம் சாய்தளத்தின்மீது படும்போது, அதற்குக் கிடைமட்ட நேர்வேகப் பகுதி ஒன்று ஏற்படுவது மட்டுமல்லாது, தனது நேர்வேகத்தின் செங்குத்துப் பகுதியை அது இழந்தும் விடுகிறது; ஆகவே, இது வீழ்நேரத்தைக் கட்டாயம் பாதிக்கவே செய்கிறது. சாய்தளத்தின்மீது பட்டுவிட்டு, பண்டம் துவக்க நேர்வேகம் எதுவுமின்றி உயரத்திலிருந்து விழுகிறது. சாய்தளத்தின்மீது உண்டாகும் தாக்குதல் காரணமாக, பண்டத்தின் செங்குத்து இயக்கம் தாமதப் படுகிறது; எனவே, வீழ்நேரம் அதிகமாகிறது. நேராகத் தரையின் மீது விழும் பண்டத்தின் வீழ்நேரம் $\sqrt{2H/g}$; சாய்தளத்தின்மீது பட்டு விழும் பண்டத்தின் வீழ்நேரமோ $\sqrt{2(H-h)/g}+\sqrt{2h/g}$.

இதிலிருந்து பின்வரும் கேள்வி எழுகிறது: h, H இவற்றுக்கிடையே எந்த விகிதம் இருக்கும்போது வீழ்நேரம் அதிகப்பட்சமாயிருக்கிறது? அதாவது, சாய்தளம் வீழ்வை மிக அதிக அளவிற்குத் தாமதப் படுத்துவதற்கு அது எந்த உயரத்தில் வைக்கப்பட வேண்டும்?

மாணவன்: என்னுல் திட்டமாக விடை அளிக்க முடியாமல் இருக்கிறது. h/H விகிதம் 1 அல்லது 0க்கு நெருங்கியிருக்க முடியாது என்று தோன்றுகிறது; ஏன் எனில், விகிதம் 1 அல்லது 0 என்றிருந்தால் அது சாய்தளம் எதுவும் இல்லாமலிருப்பதையே ஒக்கும். ஆகவே, சாய்தளம் துவக்க இடத்திற்கும் தரைக்கும் நடுவே எங்கேயோ வைக்கப்பட வேண்டும்.

ஆசிரியர்: குணத்தளவிலே நீ கூறியவை நிரம்பவும் உண்மையே. ஆனுல், திட்டமாக விடையைக் கண்டுபிடிப்பதில் உனக்குச் சிரமம்

ஏதும் இருக்கக்கூடாது. பண்டத்தின் வீழ்நேரத்தின் மதிப்பைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம் :

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \left(\sqrt{1-x} + \sqrt{x}\right); \text{ இதில் } x = \frac{h}{H}$$

$t(x)$ சார்பலனின் (Function) மதிப்பு அதிகபட்சமாயிருக்கும் போதுள்ள x இன் மதிப்பை நாம் இப்போது கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$t^2 = \frac{2H}{g} \left[1 + 2\sqrt{(1-x)x}\right]$$

t இன் மதிப்பு அதிகபட்சம் என்றால் அதன் வர்க்கத்தின் (Square) மதிப்பும் அதிகபட்சமாயிருக்கும். எனவே. மேலே கூறப்பட்ட சமன்பாட்டிலிருந்து, $y = (1-x)\,x$ சார்பலன் அதிகபட்ச அளவுள்ளதாயிருக்கும்போது t^2 மதிப்பும் அதிகபட்ச அளவுள்ளதாயிருக்கும் என்பது தெளிவாகிறது. இவ்வாறாக,

$$y = -x^2 + x = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

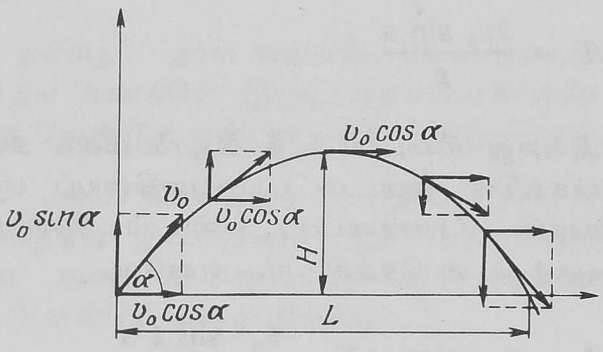
என்னும் இருபடி மூவுறுப்பின் (Quadratic Trinomial) அதிகபட்ச அளவைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு வந்துவிடுகிறது. கணக்கு $x = 1/2$ என்னும்போது இம் மூவுறுப்பு அதிகபட்ச அளவுடையதாயிருக்கிறது. ஆக, h உயரம் H உயரத்தில் சரிபாதியாக இருக்க வேண்டும்.

சலனவியல் கணக்குகளுக்கு விடை காண்பதற்கான வழிமுறை பற்றிய நமது ஆராய்ச்சி, கிடைமட்டத்திற்கு ஒரு கோணத்தில் [பொதுவாக ஏற்றக்கோணம் (angle of elevation) என்றழைக்கப் படுவது] மேலே எறியப்படும் பண்டத்தின் எடுத்துக்காட்டை ஆதாரமாகக் கொண்டதாயிருக்கும்.

மாணவன் : அத்தகைய கணக்குகளில் எனக்கு அவ்வளவாகத் திறமை கிடையாது.

ஆசிரியர் : வழக்கம்போல் கணக்கைச் சொல்லித் துவங்குவோம். **கிடைமட்டத்திற்கு α கோணத்தில் v_0 துவக்க நேர்வேகத்துடன் ஒரு பண்டம் மேலே எறியப்படுகிறது. செல்நேரம் T, செல்லும் அதிகபட்ச உயரம் H, தொலைவு L ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும்.** எப்போதும் போலவே முதலில் பண்டத்தின்மீது செயல்படும் விசைகளைக்

கண்டுபிடிப்போம். ஒரே விசை ஈர்ப்பு விசைதான். எனவே, பண்டம் கிடைமட்டத் திசையில் சீரான நேர்வேகத்துடனும் செங்குத்துத் திசையில் சீரான முடுக்கம் g யுடனும் செல்கிறது. இயக்கத்தின் செங்குத்து, கிடைமட்டப் பகுதிகளைத் தனித்தனியே ஆராயப் போகிறோம்; இதற்காக, துவக்க நேர்வேக 'வெக்டர்'ரை செங்குத்துப் பகுதி (v_0 sin α), கிடைமட்டப்பகுதி (v_0 cos α) என்று பகுக்கின்றோம். பண்டத்தின் பயனம் முழுவதும் கிடைமட்ட நேர்வேகப் பகுதி நிலையானதாயிருக்கிறது. ஆனால், செங்குத்துப் பகுதி படம் 24 இல் காட்டப்பட்டுள்ளபடி மாறுகிறது. இயக்கத்தின் செங்குத்துப் பகுதியை ஆராயலாம். செல்நேரம் $T = T_1 + T_2$; இதில் T_1, மேலே ஏறும் நேரம் (முடுக்கம் சீராகக்



படம் 24

குறையும் இயக்கத்துடன் பண்டம் செங்குத்தாக மேலே செல்கிறது); T_2 கீழே இறங்கும் நேரம் (முடுக்கம் சீராக அதிகரிக்கும் இயக்கத்துடன் பண்டம் செங்குத்தாகக் கீழே விழுகின்றது). அதன் செல்பாதையின் உச்சப் புள்ளியில் ($t = T_1$ என்னும் கணத்தில்) பண்டத்தின் செங்குத்து நேர்வேகத்தின் அளவு பூஜ்யத்திற்குச் சமம் என்பது தெளிவு. இந்த நேர்வேகத்தை, முடுக்கம் சீராகக் குறையும் இயக்கத்தின் நேர்வேகம் நேரத்தின் மீது சார்ந்திருப்பதைக் காட்டும் சூத்திரத்தின் வாயிலாகக் குறிக்க முடியும்.

$$O = v_0 \sin \alpha - gT_1$$

அல்லது
$$T_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \qquad (14)$$

T_1 தெரிந்திருந்தால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$H = v_0 T_1 \sin\alpha - \frac{gT_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad (15)$$

துவக்க செங்குத்து நேர்வேகம் எதுவும் இல்லாமல் H உயரத்திலிருந்து பண்டம் விழும் நேரமே இறங்கும் நேரம் T_2

$$T_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

(14) சமன்பாட்டுடன் இதை ஒப்பிடும்போது இறங்கும் நேரம் ஏறும் நேரத்திற்குச் சமமாயிருப்பதை நாம் காணலாம். பண்டம் செல்லும் முழுநேரம்

$$T = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \quad (16)$$

தொலைவு L அல்லது கிடைமட்டத் தொலைவைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு, இயக்கத்தின் கிடைமட்டப் பகுதியைப் பயன்படுத்துகிறோம். முன்னம் சொன்னபடி, பண்டம் கிடைமட்டத்தில் சீரான நேர்வேகத்துடன் செல்கிறது. எனவே,

$$L = (v_0 \cos\alpha)\, T = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (17)$$

இரண்டு பண்டங்களும் எறியப்படும் கோணங்களின் தொகை 90° ஆகவும் துவக்க நேர்வேகங்கள் சமமாகவும் இருந்தால் பண்டங்கள் ஒரே இடத்தில் விழும் என்பதை (17) சமன்பாட்டிலிருந்து கண்டு கொள்ள முடியும்.

இப்போது எல்லாம் உனக்குத் தெளிவாக விளங்குகிறதா ?

மாணவன் : ஆம். எல்லாம் தெளிவாக விளங்குவதுபோல் இருக்கிறது.

ஆசிரியர் : நல்லது. இப்போது சில சிக்கல்களைச் சேர்ப்போம். பண்டத்தின்மீது நிலையான விசை F உடன் கிடைமட்டப் பின்காற்று (Tail wind) (பின்பக்கத்திலிருந்து பண்டம் செல்லும் திசையில் வீசும் காற்று) ஒன்று செயல்படுவதாக வைத்துக் கொள்ளவும். பண்டத்தின் எடை P. முந்தைய கணக்கில் போலவே, செல்நேரம் T, பண்டம்

செல்லும் அதிகபட்ச உயரம் H, தொலைவு L ஆகியவற்றைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

மாணவன்: முந்தைய கணக்கைப் போலன்றி, பண்டத்தின் கிடைமட்ட இயக்கம் சீரானதாயில்லை; இப்போது அது $a = (F/P)\, g$ என்னும் கிடைமட்ட முடுக்கத்துடன் செல்கிறது.

ஆசிரியர்: இயக்கத்தின் செங்குத்துப் பகுதியில் ஏதேனும் மாற்றங்கள் இருந்திருக்கின்றனவா?

மாணவன்: காற்றின் விசை கிடைமட்டமாகச் செயல்படுவதால், இயக்கத்தின் செங்குத்துப் பகுதியைக் காற்று பாதிக்க முடியாது.

ஆசிரியர்: நல்லது. நாம் கணக்கிட வேண்டிய அளவுருக்களில் எவை முந்தைய கணக்கில் இருந்ததைப்போல் ஒரே மதிப்புடையனவாயிருக்க வேண்டும் என்பதை இப்போது சொல்.

மாணவன்: அவை செல்நேரம் T, அதிகபட்ச உயரம் H. பண்டத்தின் செங்குத்து இயக்கத்தை ஆதாரமாகக்கொண்டு கணக்கிடப்படுபவை அவையேயாகும். ஆகவே, முந்தைய கணக்கில் இருந்ததைப் போன்றே அவை இருக்கும்.

ஆசிரியர்: நிரம்பச் சரி. தொலைவு பற்றி எப்படி?

மாணவன்: கிடைமட்ட முடுக்கமும் செல்நேரமும் தெரிந்திருப்பதால் தொலைவை உடனே கண்டுபிடித்துவிட முடியும்.

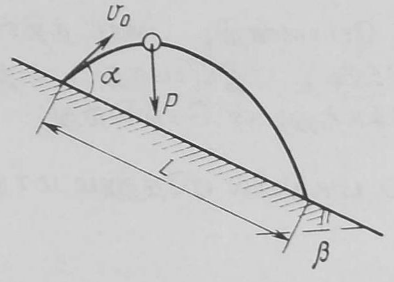
$$L = (v_0 \cos \alpha)\, T + \frac{aT^2}{2} = \frac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g} + \frac{2F}{P}\, \frac{v_0{}^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

ஆசிரியர்: மிகவும் திட்டமாகக் கூறினாய். ஆனால், விடையை வேறொரு வடிவத்தில் எழுதுவது மேலும் சிறப்பாயிருக்கும்:

$$L = \frac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g}\left(1 + \frac{F}{P} \tan \alpha\right) \qquad (18)$$

அடுத்து, ஒரு புதிய கணக்கைக் கவனிக்கலாம்: கிடைமட்டத்திற்கு β கோணத்திலுள்ள ஒரு சாய்தளத்திற்கு α கோணத்தில் ஒரு பண்டம் எறியப்படுகிறது (படம் 25). பண்டத்தின் துவக்க நேர்வேகம்

v_0. பண்டம் எறியப்பட்ட இடத்திற்கும் பண்டம் சாய்தளத்தின்மீது விழும் இடத்திற்குமுள்ள தொலேவு L ஐக் கண்டுபிடிக்கவும்.



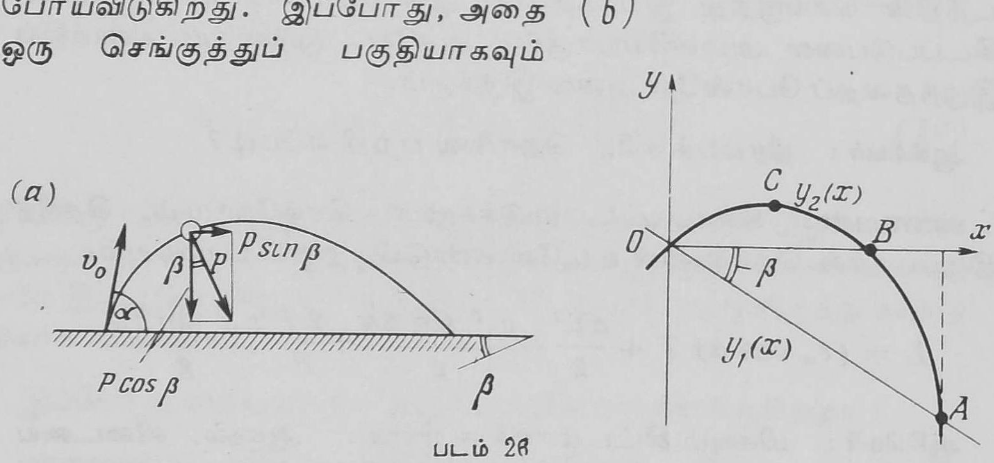
படம் 25

மாணவன் : அத்தகைய கணக்கு ஒன்றை ஒருதரம் போட முயன்று தோல்வியடைந்தேன்.

ஆசிரியர் : இந்தக் கணக்கிற்கும் இதற்கு முந்தைய கணக்கிற்கும் ஏதாவது ஒற்றுமை இருப்பதை உன்னல் பார்க்க முடியவில்லேயா ?

மாணவன் : இல்லே, என்னல் பார்க்க முடியவில்லே.

ஆசிரியர் : இந்தக் கணக்கிற்கான படம் β கோண அளவிற்கு திருப்பப்படுவதாக வைத்துக் கொள்வோம். அப்போது சாய் தளம் கிடைமட்டமாகின்றது (படம் 26a). அப்போது புவிஈர்ப்பு விசை செங்குத்தாக இல்லாமல் போய்விடுகிறது. இப்போது, அதை ஒரு செங்குத்துப் பகுதியாகவும்



படம் 26

(*P* cos β) ஒரு கிடைமட்டப் பகுதியாகவும் **(*P* sin β)** பகுக்கிறேம். இப்போது, ***P* sin** β விசை காற்றின் விசையைப் போலவும் ***P* cos** β புவிஈர்ப்பு விசையைப் போலவும் இருக்கும் முந்தைய கணக்கைப் போலவே இது இருப்பதை நீ தெளிவாகக் காணலாம். எனவே. **(18)** சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி நாம் விடைகாண முடியும்.

F க்குப் பதிலாக ***P* sin** β ஐயும், ***P*** க்குப் பதிலாக ***P* cos** β ஐயும்,

g க்குப் பதிலாக $g \cos \beta$ ஐயும் வைத்துக்கொள்ள வேண்டும். அப்போது நமக்குக் கிடைப்பது

$$L = \frac{v_0^{\,2} \sin 2\alpha}{g \cos \beta} (1 + \tan \beta \tan \alpha) \qquad (19)$$

$\beta = 0$ என்னும்போது, இது (17) சமன்பாட்டுடன் ஒத்துப்போய் விடுகிறது. இதே கணக்கிற்கு விடைகாண இன்னொரு வழிமுறையும் உள்ளது. பண்டம் எறியப்படும் இடம் தொடக்கமாகவும் (Origin) Ox, Oy கிடை, நிலை அச்சுகளாகவும் வைத்துக்கொள்கிறோம் (படம் 26b). இந்த அச்சுத் தொலைவுகள் (Co-ordinates) அளவில், சாய்தளத்தைக் குறிப்பிடுவது பின்வரும் ஒருபடிச் சார்பலன் (Linear function) :

$$y_1 = -x \tan \beta$$

பண்டத்தின் செல்பாதையைக் குறிப்பிடுவது பின்வரும் பரவளையம் :

$$y_2 = ax^2 + bx$$

இதில் a, b காரணிகள் இரண்டையும் v_0, α β அளவுகளில் குறிப்பிடமுடியும். அடுத்து, y_1, y_2 சார்பலன்களைச் சமன்படுத்துவதன் வாயிலாக அவற்றின் வெட்டுபுள்ளி A இன் x_A அச்சுத் தொலைவைக் கண்டுபிடிக்கிறோம்.

$$-x \tan \beta = ax^2 + bx$$

இதிலிருந்து, $x_A = (\tan \beta + b) / (-a)$ என்பது தெளிவாகிறது. அதிலிருந்து நமக்குத் தேவையான தொலைவு $L = OA$ என்பதை எளிதாகக் கணக்கிடலாம்.

$$L = \frac{x_A}{\cos \beta} = -\frac{\tan \beta + b}{a \cos \beta} \qquad (20)$$

இனி a, b காரணிகளை v_0, α, β அளவுகளில் குறிப்பிட வேண்டியது தான் எஞ்சுகிறது. இதற்கு, பரவளையத்தின் B, C என்னும் இரு

புள்ளிகளைக் கவனிப்போம் (படம் 26b). இந்த ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் பரவளையத்தின் சமன்பாட்டை எழுதுவோம் :

$$\left.\begin{aligned} y_{2C} &= ax^2_C + bx_C \\ y_{2B} &= ax^2_B + bx_B \end{aligned}\right\}$$

C, *B* புள்ளிகள் அச்சுத் தொலைவுகள் நமக்குத் தெரியும். எனவே, மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளின் துணையுடன் *a*, *b* இரண்டையும் நாம் கணக்கிட முடியும். உனது ஓய்வு நேரத்தில் இக் கணக்கிற்கு (19) சமன்பாட்டின் வடிவில் விடை கண்டு பிடிக்குமாறு சொல்கிறேன்.

மாணவன் : முதல் வகையில் போட்ட முறையே எனக்குப் பிடித்திருக்கிறது.

ஆசிரியர் : அது அவரவர் விருப்பத்தைப் பொறுத்தது. இரண்டு முறைகளுக்கும் அவற்றின் தன்மையில் சிறப்பான வேறுபாடு உள்ளது. முதலாவதை "பௌதிக" முறை எனச் சொல்லலாம். பௌதிக அணுகுமுறைக்கே உரித்தான பாவிப்பு (Simulation) வழி வகையை அது பயன்படுத்துகிறது. (நோக்கைச் சிறிதே மாற்றி நமது கணக்கை முன்னம் ஆராய்ந்த, பின் காற்றுடன் கூடிய கணக்கை ஒத்திருக்குமாறு செய்துகொண்டோம்). இரண்டாவது முறையை "கணிதவியல்" முறை எனக் குறிப்பிடலாம். இம் முறையில், இரண்டு சார்பலன்களை உபயோகித்து, அவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியின் அச்சுத் தொலைவுகளைக் கண்டுபிடித்தோம். எனது கருத்தில், முதலாவது முறை அதிக நேர்த்தியானது, ஆனால், அதற்குள்ள பொதுத் தன்மை குறைவு. இரண்டாவது முறையை மிகுதியான அளவிற்குப் பிரயோகிக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு பண்டம் எறியப்படும் குன்றின் பக்கத்தோற்ற வடிவம் ஒரு நேர்க்கோட்டு வடிவில் இல்லாமலிருக்கும்போது இம் முறையைப் பயன்படுத்த முடியும். இங்கு, y_1 ஒருபடிச் சார்பலனுக்குப் பதிலாக, குன்றின் பக்கத்தோற்ற வடிவிற்கேற்ற வேறொரு சார்பலனை உபயோகிக்க வேண்டியிருக்கும். இத்தகைய கணக்குகளில் முதல் முறையைப் பிரயோகிக்க முடியாது. கணிதவியல் முறைகளை விரிவாகப் பயன்படுத்த முடிவதற்குக் காரணம் அவற்றுக்குள்ள அதிக அளவுக் கருத்தியலே ஆகும்.

கணக்குகள்:

1. *A* பண்டம் ஸெக்கண்டுக்கு (விநாடிக்கு) 20 மீட்டர் நேர்வேகத்துடன் செங்குத்தாக மேலே எறியப்படுகிறது. பண்டம் *A* எறியப்பட்ட அதே நேரத்தில் ஸெக்கண்டுக்கு 4 மீட்டர் கிடைமட்ட நேர்வேகத்துடன் எறியப்பட்ட பண்டம் *B* பண்டம் *A* யுடன் மோதும்போது எவ்வளவு உயரத்தில் இருக்கும்? இரு பண்டங்களும் எறியப்படும் துவக்க இடங்களுக்கிடையேயுள்ள தொலைவு 4 மீட்டர். மோதல் நிகழ்வதற்கு முன் ஒவ்வொரு பண்டமும் எடுத்துக்கொள்ளும் காலத்தையும், மோதும் கணத்தில் ஒவ்வொன்றுக்குமுள்ள நேர்வேகத்தையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

2. முறையே 2 மீட்டர், 6 மீட்டர் உயரங்களுள்ள *A*, *B* இரு புள்ளிகளிலிருந்து இரு பண்டங்கள் ஒரே கணத்தில் ஒன்றையொன்று நோக்கியவாறு வீசப்படுகின்றன. ஒன்று ஸெக்கண்டுக்கு 8 மீட்டர் வேகத்துடன் கிடைமட்டமாகவும், மற்றொன்று கிடைமட்டத்திற்கு 45° கோணத்தில் கீழ்நோக்கியும் அவை செல்பாதையில் சந்திக்கும் வகையில் குறிப்பிட்டதோர் துவக்க நேர்வேகத்துடனும் எறியப்படுகின்றன. *A*, *B* புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள கிடைமட்டத் தொலைவு 8 மீட்டர். 45° கோணத்தில் எறியப்பட்ட பண்டத்தின் துவக்க நேர்வேகம் v_0, இரண்டு பண்டங்களும் மோதிக்கொள்ளும் இடத்தின் x, y அச்சுத் தொலைவுகள், மோதிக் கொள்வதற்கு முன் பண்டங்கள் செல்லும் காலம் t, மோதும் கணத்தில் பண்டங்களுக்குள்ள நேர்வேகங்கள் v_A, v_B ஆகியவற்றைக் கணக்கிடவும். பண்டங்களின் செல்பாதைகள் ஒரே தளத்தில் இருக்கின்றன.

3. ஒரே இடத்திலிருந்து இரு பண்டங்கள் கிடைமட்டத்திற்கு முறையே α_1, α_2 கோணங்களிலும், v_1, v_2 துவக்க நேர்வேகங்களிலும் எறியப்படுகின்றன. t காலத்திற்குப் பிறகு அவற்றுக்கிடையேயுள்ள தொலைவு எவ்வளவாயிருக்கும்? கணக்கைக் கீழ்க்காணும் இரு நிலைகளில் கவனிக்கவும்: (1) இரு பண்டங்களின் செல்பாதைகள் ஒரே தளத்தில் இருக்கின்றன; அவை எதிர் எதிரான திசைகளில் எறியப்படுகின்றன; (2) செல்பாதைகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயுள்ள தளங்களில் இருக்கின்றன.

4. ஒரு பண்டம் *H* உயரத்திலிருந்து துவக்க நேர்வேகம் எதுவுமின்றிக் கீழே விழுகிறது. h உயரத்தில், அது கிடைமட்டத்திற்கு 30° கோணத்தில் அமைக்கப்பட்டுள்ள தளத்திலிருந்து விழுந்து எழும்புகிறது. அது தரையை அடைவதற்காகும் காலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

5. அதிகபட்ச உயரமும் செல்லும் கிடைமட்டத் தொலைவும் சமமாயிருக்க வேண்டுமென்றால், *P* எடையுள்ள ஒரு பண்டத்தைக் கிடைமட்டத்திற்கு எந்தக் கோணத்தில் (எந்த ஏற்றக் கோணத்தில்) எறிய வேண்டும்? நிலையான விசை *F* உள்ள கிடைமட்ட பின்காற்று பண்டத்தின் பயணத்தின்போது அதன்மீது செயல்படுவதாக வைத்துக்கொள்ளவும்.

6. சாய்கோணம் α உள்ள ஒரு சாய்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக ஒரு கல் எறியப்படுகிறது. துவக்க நேர்வேகம் v_0 ஆனால், அது எறியப்பட்ட இடத்திலிருந்து எத்தனை தொலைவில் அது விழும்?

7. 5 மீட்டர் உயரமுள்ள ஒரு வேலியிலிருந்து 15 மீட்டர் தொலைவில் நின்றுகொண்டிருக்கும் 1.5 மீட்டர் உயரமுடைய ஒரு பையன் கிடைமட்டத்திற்கு 45° கோணத்தில் ஒரு கல்லை எறிகிறான். வேலிக்கு மேல் செல்லும் வகையில் கல் எறியப்பட வேண்டிய நேர்வேகத்தின் குறைந்தபட்ச அளவு என்ன?

§ 6

இயக்கவியலில் கணக்குகளுக்கு விடை காணுவது எப்படி ?

ஆசிரியர் : விசையியலில் கணக்குகளுக்கு விடை காணும்போது பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளைத் திட்டமாக நிர்ணயிப்பது நிரம்ப முக்கியமானதாகும் (§ 2 ஐப் பார்க்கவும்).

மாணவன் : மேலே செல்வதற்கு முன், ஒரு கேள்வி கேட்க விரும்புகிறேன். பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளையும், திட்டமாகக் கண்டுபிடித்தாகி விட்டது என்று வைத்துக்கொண்டால், அடுத்து என்ன செய்ய வேண்டும் ?

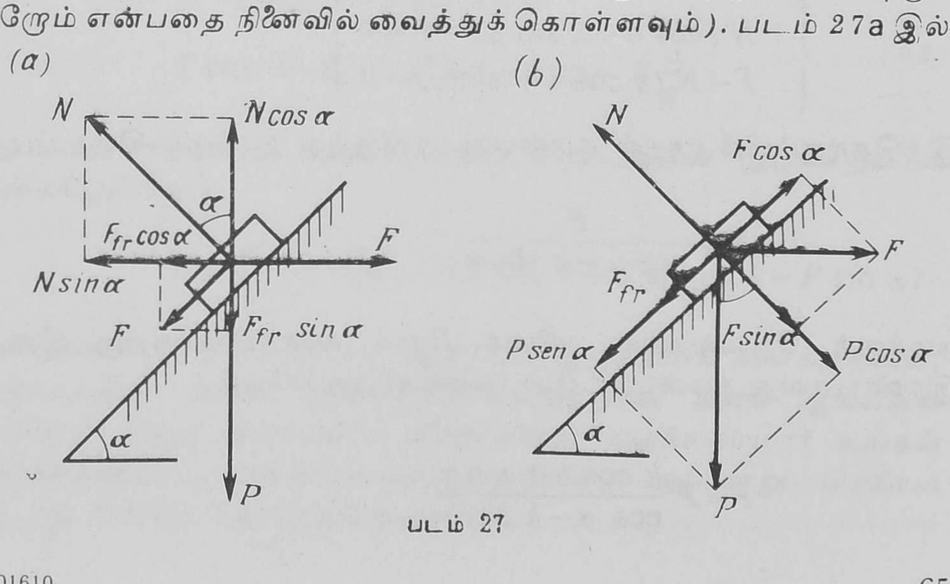
ஆசிரியர் : ஒரே நேர்கோட்டுத் திசையில் விசைகள் அமையாதிருந்தால், அவற்றை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாயுள்ள திசைகளில் பகுக்க வேண்டும். ''பகுதிசைகள்'' (Directions of resolution) எனச் சொல்லப்படும் இத் திசைகள் ஒவ்வொன்றின் நோக்கிலிருந்தும் விசைப்பகுதிகள் (Force Components) ஆராயப்பட வேண்டும். சில நடைமுறை அறிவுரைகளுடன் நமது ஆய்வைத் தொடங்குவோம். முதலாவதாக, விசைகளைப் பகுப்பதில் குழப்பம் ஏற்படாதிருக்கும் வகையில் அவற்றைப் பெரிய அளவில் வரைந்துகொள்ள வேண்டும். இடத்தைச் சேமிக்கும் முயற்சியில் மாணவர்கள் வழக்கமாக விசைகளை நுண்ணிய அம்புகள் உருவில் வரைகின்றனர் ; இது உதவாது. உன்னுடைய படத்தையும் (படம் 8) என்னுடைய படத்தையும் (படம் 9) ஒப்பிட்டுப் பார்த்தால் நான் சொல்வது உனக்கு விளங்கும். இரண்டாவதாக, சரியாகச் செய்ய முடியும் என்பதை அறிந்துகொள்வதற்குமுன், விசைகளைப் பகுப்பதற்கு அவசரப் படக்கூடாது. பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளையும் முதலில் கண்டுபிடித்து, அவற்றைப் படத்தில் காட்ட வேண்டும். அப்போதுதான், அதில் சிலவற்றைப் பகுக்க தொடங்க வேண்டும். மூன்ருவதாக, ஒரு விசையைப் பகுத்த பிறகு, அது இருப்பதை ''மறந்து'' விட வேண்டும்; அதன் பகுதிகளையே பயன்படுத்த வேண்டும். ஒன்று, விசை அல்லது, அதன் பகுதிகள்; இரண்டையும் பயன்படுத்தக்கூடாது.

மாணவன் : பகுதிசைகளை எவ்வாறு தேர்ந்தெடுப்பது?

ஆசிரியர் : எங்ஙனம் தேர்ந்தெடுப்பது என்பதை நிர்ணயிக்கும் போது, பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் தன்மையைக் கணக்கிலெடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். இரு வகைகள் உள்ளன : (1) பண்டம் நிலைப்பு நிலையிலோ, ஒரு நேர்கோட்டில் சீரான நேர் வேகத்துடன் செல்வதாகவோ இருக்கிறது; (2) பண்டம் முடுக்கத்துடன் செல்கிறது; முடுக்கத்தின் திசை (குறைந்தபட்சம் அதன் குறி) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

முதல்வகையில், நடைமுறை வசதியை ஆதாரமாகக் கொண்டு (அல்லது கொள்ளாது) உன் விருப்பப்படி பகுதிசைகளை நீ தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளலாம், எடுத்துக்காட்டாக, படம் 10 இல் காட்டப்பட்டுள்ள கணக்கில், பண்டம் சீரான நேர்வேகத்துடன் சாய்தளத்தின்மீது மேலே செல்வதாக வைத்துக்கொள்ளவும். இங்கு, பகுதிசைகள் செங்குத்தாகவும் கிடைமட்டமாகவும் (படம் 27a), அல்லது, சாய்தளத்தின் திசையிலும் அதற்குச் செங்குத்தாகவும் (படம் 27b) இருக்கலாம்; (இரண்டும் ஒரே அளவுச் சாதகமானவயே).

விசைகளைப் பகுத்தபின், ஒவ்வொரு பகுதிசையிலும் பகுவிசைகளின் இயற்கணிதவியல் தொகை (Algebriac sum) பூஜ்யத்திற்குச் சமமாக வைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. (முடுக்கமில்லாத பண்டங்களின் இயக்கத்தைப் பற்றியே நாம் ஆராய்ந்துகொண்டிருக்கிறோம் என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும்). படம் 27a இல்



படம் 27

காட்டப்பட்டுள்ள கணக்கிற்கு, சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நான் பின்வருமாறு எழுத முடியும்

$$\left.\begin{aligned} N\cos\alpha - F_{fr}\sin\alpha - P &= 0 \\ F - F_{fr}\cos\alpha - N\sin\alpha &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

படம் 27b இல் காட்டப்பட்டுள்ள கணக்கிற்கான சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு

$$\left.\begin{aligned} N - P\cos\alpha - F\sin\alpha &= 0 \\ F_{fr} + P\sin\alpha - F\cos\alpha &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

மாணவன் : ஆனால், இந்தச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகள் ஒன்றிலிருந்து ஒன்று வேறுபடுகின்றனவே.

ஆசிரியர் : அவை வேறுபடுகின்றன; ஆயினும், அவற்றிலிருந்து கிடைப்பதென்னவோ ஒரே விளைவுகளே; இதை எளிதில் காட்ட முடியும். சாய்தளத்தின்மீது சீரான நேர்வேகத்துடன்கூடிய பண்டத்தின் இயக்கத்தை உறுதி செய்யும் விசை F ஐக் கண்டு பிடிக்க வேண்டியிருக்கிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம். (5) சமன்பாட்டை (21) சமன்பாடுகளில் வைத்தால் நமக்கு கிடைப்பது

$$\left.\begin{aligned} N(\cos\alpha - k\sin\alpha) - P &= 0 \\ F - N(k\cos\alpha + \sin\alpha) &= 0 \end{aligned}\right\}$$

இத்தொகுப்பில் முதல் சமன்பாட்டிலிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது

$$N = \frac{P}{\cos\alpha - k\sin\alpha}$$

நமக்குத் தேவையான விசை F ஐக் கணக்கிடுவதற்கு இதை இரண்டாவது சமன்பாட்டில் பயன்படுத்துகிறோம்.

$$F = P\,\frac{k\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - k\sin\alpha}$$

(22) சமன்பாட்டுத் தொகுப்பிலிருந்தும் அதே விடை கிடைக்கிறது. நீயே இதை சரிபார்க்கமுடியும்.

மாணவன் : பண்டம் முடுக்கத்துடன் செல்லும்போது நாம் என்ன செய்யவேண்டும் ?

ஆசிரியர் : இதில், பகுதிசைகளைத் தேர்ந்தெடுப்பது பண்டம் முடுக்கப்படும் திசையை (தொகுவிசையின் திசையை)ப் பொறுத்திருக்கிறது. விசைகள் முடுக்கத்தின் திசையிலும் அதற்குச் செங்குத்தான திசையிலும் பகுக்கப்பட வேண்டும். முடுக்கத்திற்குச் செங்குத்தான திசையிலுள்ள விசைப் பகுதிகளின் இயற் கணிதவியல் தொகை பூஜியத்திற்குச் சமமாக்கப் படுகிறது ; முடுக்கத்தின் திசையிலுள்ள விசைப் பகுதிகளின் இயற்கணிதவியல் தொகையோ, நியூட்டனின் இரண்டாவது இயக்கவிதிக்கேற்ப, பண்டத்தின் நிறை, அதன் முடுக்கம் ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமம்.

சென்ற கணக்கில் கண்ட சாய்தளத்தின் மீதுள்ள பண்டத்திற்கு மீண்டும் வருவோம் ; பண்டம் குறிப்பிட்டதொரு முடுக்கத்துடன் சாய்தளத்தின்மீது மேலே செல்வதாக வைத்துக் கொள்வோம். முன்னம் கூறப்பட்ட எனது வார்த்தைகளின்படி, விசைகள் படம் 27b இல் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல பகுக்கப்பட வேண்டும். அப்போது, (22) சமன்பாடுகளுக்குப் பதிலாகப் பின்வரும் சமன்பாடுகளை எழுதலாம்.

$$\left.\begin{aligned} &N-P\cos\alpha-F\sin\alpha=0\\ &F\cos\alpha-F_{fr}-P\sin\alpha=ma=P\frac{a}{g}\end{aligned}\right\}\qquad(23)$$

(5) சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்திப் பண்டத்தின் முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுகிறோம்.

$$a=\frac{g}{P}\,[F\cos\alpha-(P\cos\alpha+F\sin\alpha)\,k-P\sin\alpha]$$

மாணவன் : முடுக்கத்தை ஆராயும் இத்தகைய கணக்குகளில், முடுக்கத்தின் திசை, அதற்குச் செங்குத்தான திசை ஆகியவை அல்லாத வேறு திசைகளில் விசைகளைப் பகுக்கலாமா? உங்கள் விளக்கத்தைப் புரிந்துகொண்டவரையில், அவ்வாறு செய்யக் கூடாது என்றே தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : சில விவரங்களை நான் மேலும் விளக்க வேண்டியிருக்கிறது என்பதையே உனது கேள்வி காண்பிக்கிறது. முடுக்கம் பற்றிய கணக்குகளில், ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான எந்த இரு திசைகளிலும் விசைகளை நீ பகுக்கலாம். ஆனால், இவ்வெடுத்துக்காட்டில், விசைகளை மட்டுமல்லாது முடுக்க 'வெக்டரை'யும் நீ பகுக்க வேண்டியிருக்கிறது. இந்த முறையினால் அதிகப்படியான சங்கடங்கள் உண்டாகின்றன. அவசியமல்லாத சிக்கல்களைத் தவிர்க்கும் பொருட்டு, நான் சொன்ன வழியிலேயே செல்வது சிறந்தது. இது மிக எளிமையான முறையாகும். பண்டத்தினுடைய முடுக்கத்தின் திசை (குறைந்தபட்சம் அதன் குறியாவது) நமக்குத் தெரிந்திருக்கும் ஒன்றாகும்; எனவே, இத்திசையின் அடிப்படையில் கணக்கைப் போடமுடியும். இயக்கவியலில் ஏறத்தாழ சிக்கலான கணக்குகளுக்கு விடைகாண இயலாமைக்கு ஒரு காரணம், மாணவர்கள் விசையின் பகுதிசைகளை அறிவுபூர்வமாகத் தேர்ந்தெடுக்க முடியாததுதான்.

மாணவன் : இதுவரை, இருதிசைகளில் விசைகள் பகுக்கப்படுவதைப் பற்றித்தான் ஆராய்ந்தோம். ஆனால், பொதுவாக, ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான மூன்று திசைகளில் விசைப்பகுப்பு என்பதுதான் மேலும் திட்டமாக இருக்கும் என்று தோன்றுகிறது. உண்மையில், வெளி முத்திசை இயல்புள்ளது (Three dimensional).

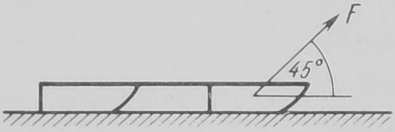
ஆசிரியர் : நீ சொல்வது முற்றிலும் சரி. நமது ஆய்வுரைகளில் கவனித்த இருதிசைகளிலும் ஒருதள (இருதிசை) Plane (two-dimensional) கணக்குகளுக்கு உரியனவாகும். பொதுநிலையில், விசைகள் மூன்று திசைகளில் பகுக்கப்படவேண்டும். எனினும், மேற்கூறிய கருத்துக்கள் யாவும் அவற்றிற்கும் பொருந்தும். வழக்கமாக, இருதிசைக் கணக்குகளே தேர்வுகளில் தரப்படுகின்றன. ஆயினும், மூன்று திசைகளுக்கான, அத்துணை சிக்கல் இல்லாத பொதுமைக் கூற்றுக்களையும் விளக்கும்படி மாணவர்கள் கோரப்படலாம்.

கணக்குகள்:

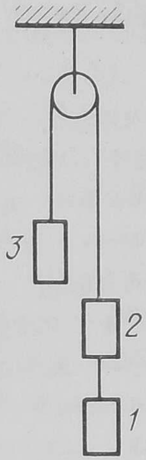
8. 5 கிலோ கிராம் நிறையுள்ள ஒரு பண்டம், கிடைமட்டத்திற்கு 30° கோணத்தில் செலுத்தப்பட்ட 3 கிலோகிராம் விசையினால் கிடைமட்டத் தளத்தின் மீது இழுக்கப்படுகிறது. சறுக்கு உராய்வுக் குணகம் 0.2. இழுக்கும் விசை செயல்படத்

தொடங்கி 10 ஸெக்கண்டுகள் சென்றபின் பண்டத்தின் நேர்வேகத்தையும், இந்தக் காலத்தில் உராய்வு விசை செய்யும் வேலையையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

9. ஒன்ருகக் கட்டப்பட்ட இரு சறுக்கு வண்டிகளே, கிடைமட்டத்திற்கு 45° கோணத்தில் இழுக்கும் கயிற்றின்மீது $F = 12$ கிலோகிராம் விசையைச் செலுத்தி இழுக்கிருன் (படம் 28). சறுக்கு வண்டிகளின் நிறைகள் $m_1 = m_2 = 15$ கிலோகிராம். உறைபனிக்கும் சறுக்கு வண்டிப் பாதங்களுக்கும் உள்ள உராய்வுக் குணகம் 0.02. சறுக்கு வண்டிகளின் முடுக்கம், சறுக்கு வண்டிகளே இணைத்துக் கட்டியிருக்கும் கயிற்றின் இழுவிசை, சறுக்கு வண்டிகளுக்குச் சீரான நேர்வேகம் அளிப்பதற்கு மனிதன் கயிற்றை இழுக்க வேண்டிய விசை ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



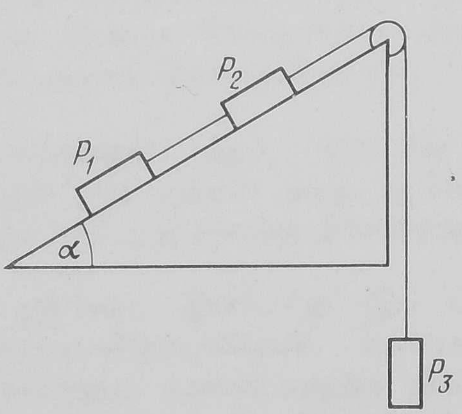
படம் 28



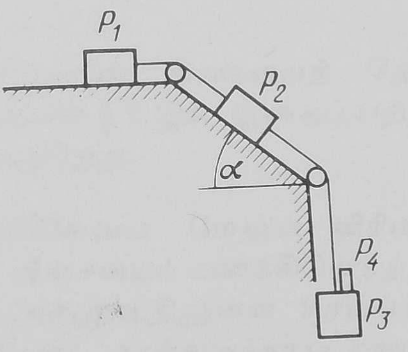
படம் 29

10. ஒவ்வொன்றும் 2 கிலோகிராம் நிறையுள்ள மூன்று சம அளவு எடைகள் நிலையான கப்பி ஒன்றின்மீது செல்லும் நூலில் படம் 29 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் தொங்கிக்கொண்டிருக்கின்றன. தொகுப்பின் முடுக்கம் 1, 2 எடைகளே இணைக்கும் நூலின் இழுவிசை ஆகியவற்றைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

11. படம் 30 இல் காட்டப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டில் எடைகளின் முடுக்கம், நூல்களின் இழுவிசை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடவும். $\alpha = 30°$, $P_1 = 4$ கிலோகிராம் எடை, $P_2 = 2$ கிலோகிராம் எடை, $P_3 = 8$ கிலோகிராம் எடை. எடைகளுக்கும் சாய்தளத்திற்குமிடையேயுள்ள உராய்வைப் புறக்கணிக்கவும்.



படம் 30



படம் 31

12. படம் 31 இல் காட்டப்பட்டுள்ள எடைகளின் தொகுப்பைக் கவனிக்கவும். இங்கே, $P_1 = 1$ கிலோகிராம் எடை; $P_2 = 2$ கிலோகிராம் எடை, $P_3 = 5$ கிலோகிராம் எடை, $P_4 = 0.5$ கிலோகிராம் எடை, $\alpha = 30°$. தளங்களுக்கும் எடைகளுக்குமிடையேயுள்ள உராய்வுக் குணகம் 0.2 எடைகளின் தொகுப்பின் முடுக்கம் நூல்களின்இழுவிசை, P_4 எடை P_3 எடையின்மீது அழுத்தும் விசை ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

§ 7

உராய்வைக் கணக்கிலெடுத்துக் கொண்டால் இயக்கவியல் கணக்குகளுக்கு விடை காணுவது மேலும் அதிக சிரமமாக இருக்குமா?

ஆசிரியர்: உராய்வு விசைகளைக் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளும் போது கணக்குகள் மேலும் சிரமமானவையாக ஆகிவிடுகின்றன.

மாணவன்: ஆனால், உராய்வு விசைகுறித்து நாம் ஏற்கனவேயே ஆராய்ந்திருக்கின்றோமே (§ 3). ஒரு பண்டம் இயக்கத்தில் இருந்தால், உராய்வு விசை, தாங்கும் எதிர்ச் செயல் விசையிலிருந்து கணக்கிடப் படுகிறது ($F_{fr} = kN$); பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருந்தால், உராய்வு விசை, இந்த நிலைப்பு நிலையிலிருந்து பண்டத்தை விடுபட முற்படும் விசைக்குச் சமமாயிருக் கிறது. இதை எல்லாம் நன்கு புரிந்துகொள்ளவும் நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும் முடியும்.

ஆசிரியர்: அப்படித்தான். ஆயினும், ஒரு முக்கியமான விவரத்தை நீ கவனிக்கவில்லை. பின்வரும் கேள்விகளுக்கு உனக்கு விடை ஏற்கனவேயே தெரியும் என்று நீ நினைத்துக்கொண்டிருக் கிறாய்: (1) பண்டம் இயங்கிக்கொண்டிருக்கிறதா, அல்லது நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறதா? (2) எந்தத் திசையில் பண்டம் நகர்ந்துகொண்டிருக்கிறது (நகர்ந்து கொண்டிருப்பதாயிருந் தால்)? இவ்விவரங்கள் முன்னதாகவே தெரிந்திருந்தால், கணக்கு சற்று எளிதாகவேயிருக்கும். இல்லாவிட்டால், முதலிலிருந்தே அது நிரம்பச் சிக்கலுள்ளதாயிருக்கக் கூடும்; அதைத் தனிமுறையில் ஆராய வேண்டியிருக்கும்.

மாணவன்: ஆம், உராய்வு விசையின் திசையைத் தேர்ந் தெடுப்பது பற்றிய நமது ஆய்வுரையில் § 2 இல் இதைப் பற்றிக் குறிப்பிட்டது எனக்கு நினைவிற்கு வருகிறது.

ஆசிரியர்: இப்போது இப் பிரச்சினையை மேலும் விரிவாக ஆராய விரும்புகிறேன். உராய்வு விசையைக் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளும் கணக்குகளுக்கு விடை காணுவதிலுள்ள சிரமங்களை மாணவர்களும் சரி, பௌதிகவியல் பாட நூல்களுக்கான கணக்கு

களை நிரூபிக்கும் சில ஆசிரியர்களும் சரி, குறைவாக மதிப்பிடுகின்றனர் என்பதே எனது உறுதியான எண்ணம்.

படம் 10 இல் காட்டப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக் கொள்வோம். தளத்தின் சாய்கோணம் α, பண்டத்தின் எடை P, விசை F, உராய்வுக் குணகம் k ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எளிமையின் பொருட்டு $k_0 = k$ என்று வைத்துக் கொள்வோம் (k_0 நிலை உராய்வு விசையின் அதிகப்பட்ச அளவை நிர்ணயிக்கும் குணகமாகும்). பண்டத்தின் இயக்க வகையையும் முடுக்கத்தையும் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

சாய்பரப்பின்மீது பண்டம் மேல்நோக்கி செல்வதாக வைத்துக் கொள்ளலாம். படம் 27 b இல் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல் விசைகளைப் பகுத்து, § 6 இல் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட முடுக்கத்திற்கான சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$a = \frac{g}{P}\,[F \cos \alpha - P \sin \alpha - (P \cos \alpha + F \sin \alpha)\,k] \qquad (24)$$

(24) சமன்பாட்டிலிருந்து, சாய்தளத்தின்மீது பண்டம் மேல்நோக்கிச் செல்வதற்குக் கீழ்க்காணும் நிபந்தனை நிறைவேற்றப்படவேண்டும் என்பது விளங்குகிறது :

$$F \cos \alpha - P \sin \alpha - (P \cos \alpha + F \sin \alpha)\,k \geqslant 0$$

இந்நிபந்தனையை

$$F \geqslant P\,\frac{k \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - k \sin \alpha}$$

என்னும் வடிவிலோ அல்லது

$$F \geqslant P\,\frac{k + \tan \alpha}{1 - k \tan \alpha} \qquad (25)$$

என்னும் வடிவிலோ எழுதலாம். தளத்தின் சாய்கோணம் அதிகமாயில்லை என வைத்துக் கொள்வோம் : அப்போது

$(1 - k \tan \alpha) > 0$, அல்லது

$$\tan \alpha < \frac{1}{k} \qquad (26)$$

அடுத்து, பண்டம் சாய்தளத்தின்மீது கீழ்நோக்கிச் செல்வதாக வைத்துக்கொள்வோம். மீண்டும் எல்லா விசைகளையும்

படம் 27b இல் இருப்பதைப்போல் பகுக்கலாம்; ஆனால், உராய்வு விசையின் திசையை மாற்றி வைத்துக்கொள்கிறோம்; அதன் விளைவாக, பண்டத்தின் முடுக்கத்திற்குப் பின்வரும் சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடிக்கிறோம்.

$$a=\frac{g}{P}\,[P \sin\alpha - F\cos\alpha - (P\cos\alpha + F\sin\alpha)\,k] \qquad (27)$$

(27) சமன்பாட்டிலிருந்து, பண்டம் சாய்தளத்தின்மீது கீழ் நோக்கிச் செல்வதற்குப் பின்வரும் நிபந்தனை நிறைவேற்றப்பட வேண்டும் என்பது தெரிகிறது :

$$P\sin\alpha - F\cos\alpha - (P\cos\alpha + F\sin\alpha)k \geqslant 0$$

இந் நிபந்தனையை $F \leqslant P\,\dfrac{\sin\alpha - k\cos\alpha}{\cos\alpha + k\sin\alpha}$

என்றோ, அல்லது, $F \leqslant P\,\dfrac{\tan\alpha - k}{1+k\tan\alpha}$ (28)

என்றோ எழுதலாம்.

இதில், தளத்தின் சாய்கோணம் நிரம்பவும் சிறியதாக இல்லை என்று வைத்துக் கொள்வோம்; அப்போது,

$$(\tan\alpha - k) > 0, \text{ அல்லது}$$

$$\tan\alpha > k \qquad (29)$$

(25), (26), (28), (29) நிபந்தனைகளைச் சேர்த்தால் பின் வரும் முடிவுகளுக்கு நாம் வரமுடியும்:

1. $k < \tan\alpha < \dfrac{1}{k}$

என்னும் நிபந்தனை சாய்தளத்திற்குப் பொருந்தும் என வைத்துக் கொள்ளவும். அப்போது:

(a) $F > P\,(k+\tan\alpha)\,/\,(1-k\tan\alpha)$

என்றால், (24) சமன்பாட்டினால் கணக்கிடக்கூடிய முடுக்கத்துடன் பண்டம் மேல் நோக்கிச் செல்கிறது;

(b) $F = P\,(k+\tan\alpha)\,/\,(1-k\tan\alpha)$

என்றால், பண்டம் சீரான நேர்வேகத்துடன் மேல்நோக்கிச் செல் கிறது அல்லது நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறது;

(c) $F < P(\tan\alpha - k) / (1 + k\tan\alpha)$

(27) சமன்பாட்டினுல் கணக்கிடக்கூடிய முடுக்கத்துடன் பண்டம் கீழ்நோக்கிச் செல்கிறது;

(d) $F = P(\tan\alpha - k) / (1 + k\tan\alpha)$

என்ருல், பண்டம் சீரான நேர்வேகத்துடன் கீழ்நோக்கிச் செல் கிறது அல்லது நிலேப்பு நிலேயில் இருக்கிறது.

(e) $P(\tan\alpha - k) / (1 + k\tan\alpha) < F$

$$< P(k + \tan\alpha) / (1 - k\tan\alpha)$$

என்ருல், பண்டம் நிலேப்பு நிலேயில் இருக்கிறது.

F விசையின் அளவு $P(\tan\alpha - k) / (1 + k\tan\alpha)$ இலிருந்து $P(k + \tan\alpha) / (1 - k\tan\alpha)$ க்கு உயரும்போது, நிலே உராய்வு விசையின் அளவு $k(P\cos\alpha + F\sin\alpha)$ இலிருந்து படிப்படியாகப் பூஜ்யத்திற்குக் குறைவதையும், பின்னர் அதன் திசை எதிராக மாறியவுடன், அது $k(P\cos\alpha + F\sin\alpha)$ க்கு உயருவதையும் கவனிக்கவும். இது நடைபெறும்போது பண்டம் நிலேப்பு நிலேயில் இருக்கிறது.

2. $0 < \tan\alpha \leqslant k$ என்னும் நிபந்தனே சாய்தளத்திற்குப் பொருந்துகிறது என வைத்துக் கொள்ளவும். அப்போது :

(a) $F > P(k + \tan\alpha) / (1 - k\tan\alpha)$

என்ருல் (24) சமன்பாட்டினுல் கணக்கிடக்கூடிய முடுக்கத்துடன் பண்டம் மேல்நோக்கிச் செல்கிறது;

(b) $F = P(k + \tan\alpha) / (1 - k\tan\alpha)$

என்ருல், பண்டம் சீரான நேர்வேகத்துடன் மேல்நோக்கிச் செல் கிறது அல்லது நிலேப்பு நிலேயில் இருக்கிறது ;

(c) $F < P(k + \tan\alpha) / (1 - k\tan\alpha)$

என்ருல், பண்டம் நிலேப்பு நிலேயில் இருக்கிறது; சாய்தளத்தின் மீது பண்டம் கீழ்நோக்கிச் செல்வது என்பது (விசை F இல்லாமற் போனுற்கூட) சாத்தியமில்லே.

3. இறுதியாக, $\tan \alpha \geqslant \frac{1}{k}$ என்னும் நிபந்தனை சாய்தளத்திற்குப் பொருந்தும் என்று வைத்துக்கொள்வோம். அப்போது :

(a) $F < P (\tan \alpha - k) / (1 + k \tan \alpha)$

என்றால், (27) சமன்பாட்டினால் கணக்கிடக்கூடிய முடுக்கத்துடன் பண்டம் கீழ்நோக்கிச் செல்கிறது;

(b) $F = P (\tan \alpha - k) / (1 + k \tan \alpha)$

என்றால், பண்டம் சீரான நேர்வேகதுடன் கீழ்நோக்கிச் செல்கிறது அல்லது நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறது;

(c) $F > P (\tan \alpha - k) / (1 + k \tan \alpha)$

என்றால், பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறது; சாய்தளத்தின்மீது மேல்நோக்கிச் செல்வது சாத்தியமில்லை. மேலாகப் பார்க்கும்போது, இது புரியாததுபோல் தோன்றுகிறது; ஏன் எனில் F விசையின் அளவை முடிவின்றி உயர்த்திக் கொண்டே போகலாம்! ஆயினும், F விசையின் அளவை உயர்த்தும்போது, தளத்தின்மீது பண்டத்தின் அழுத்தம் மேலும் விரைவான வீதத்தில் அதிகரிக்கும் அளவுக்கு, தளத்தின் சாய்வு அதிகமாயுள்ளது.

மாணவன் : பள்ளியில் இத்தகையது எதுவும் விளக்கப்படவில்லை.

ஆசிரியர் : அதனால்தான் இதை உன் கவனத்திற்குக் கொணர விரும்பினேன். ஆனால், உனது நுழைவுத் தேர்வில் இதைவிட எளிதான கணக்குகளே வரலாம்; உராய்வே இராது; அல்லது உராய்வு இருந்தாலும், இயக்கத்தின் தன்மை (எடுத்துக்காட்டாக, பண்டம் இயக்கத்தில் இருக்கிறதா அல்லது நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறதா என்பது) முன்னதாகவே தெரிந்திருக்கும் எனினும், கடினமான கணக்குகளைச் செய்ய வேண்டிய அவசியம் ஏற்படாவிட்டாலும், அவை இருப்பதைத் தெரிந்து கொள்வது நல்லதுதானே.

மாணவன் : $k = 0$ என்று வைத்துக் கொண்டால் என்ன ஆகும்?

ஆசிரியர்: உராய்வு இல்லாவிட்டால், எல்லாம் உடனே மேலும் எளிதாகிவிடுகிறது. தளத்தின் சாய்கோணத்தின் எந்த மதிப்புக்கும் விளைவுகள் பின்வருமாறு இருக்கும்:

$F > P \tan \alpha$ என்ருல், பண்டம்

$$a = \frac{g}{P} (F \cos \alpha - P \sin \alpha) \qquad (30)$$

முடுக்கத்துடன் மேல்நோக்கிச் செல்லும் $F = P \tan \alpha$ என்ருல், பண்டம் (மேல்நோக்கியோ, கீழ்நோக்கியோ) சீரான நேர் வேகத்துடன் செல்கிறது, அல்லது, நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறது. $F < P \tan \alpha$ என்ருல், பண்டம்

$$a = \frac{g}{P} (P \sin \alpha - F \cos \alpha) \qquad (31)$$

முடுக்கத்துடன் கீழ்நோக்கிச் செல்கிறது.

(30), (31) சமன்பாடுகளின் மதிப்புகள் சமமாக, ஆனுல் எதிர்த் திசையுடையனவாக இருப்பதைக் கவனிக்கவும். எனவே, கணக்கு களுக்கு விடை காணும்போது, இயக்கத் திசையை எப்படி வேண்டுமாளுலும் வைத்துக் கொண்டு, a ஐக் கணக்கிட்டு, முடுக்கத்தின் திசைக்குறியைக் கவனித்தால் போதுமானது. $a > 0$ என்ருல், பண்டம் நீ வைத்துக்கொண்ட திசையில் செல்கிறது; $a < 0$ என்ருல், பண்டம் அதற்கு எதிர்த்திசையில் செல்கிறது (முடுக்கம் $|a|$ க்குக் சமமாயிருக்கும்).

இன்ஞெரு கணக்கை எடுத்துக் கொள்வோம். பண்டங்கள் P_1, P_2 ஒரு கப்பியின்மீது செல்லும் கயிற்றினுல் இணைக்கப்பட் டுள்ளன. P_1 பண்டம் சாய்தளத்தின்மீது இருக்கிறது; சாய்கோணம் α; உராய்வுக் குணகம் k; பண்டம் P_2 நூலிலிருந்து தொங்கிக் கொண் டிருக்கிறது (படம் 32). தொகுப்பின் முடுக்கத்தைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

தொகுப்பு இடமிருந்து வலமாக நகர்வதாக வைத்துக்கொள் வோம். தொகுப்பின் இயக்கத்தை மொத்தமாக எடுத்துக் கொண்டால், முடுக்கத்திற்கான சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு நாம் எழுதலாம்:

$$a = g\,\frac{P_2 - P_1 \sin\alpha - P_1\, k\cos\alpha}{P_1 + P_2} \tag{32}$$

தொகுப்பு வலமிருந்து இடமாக நகர்வதாக வைத்துக் கொண்டால் சமன்பாடு பின்வருமாறு அமையும் :

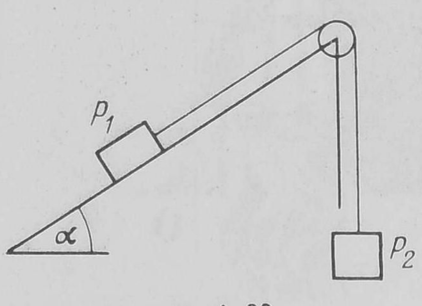
$$a = g\,\frac{P_1 \sin\alpha - P_2 - P_1\, k\cos\alpha}{P_1 + P_2} \tag{33}$$

α, k இரண்டிற்கும் குறிப்பிட்ட மதிப்புகளைக் கொடுத்து, $p = P_2/P_1$ என்னும் விகிதத்தின் மதிப்பை மாற்றி அமைத்து நாம் ஓர் ஆராய்ச்சி செய்வோம். (32) சமன்பாட்டிலிருந்து, இடமிருந்து வலமான இயக்கத்திற்கான நிபந்தனை

$$P \geqslant \frac{1}{\sin\alpha + k\cos\alpha}$$

என்று தெரிகிறது. அங்ஙனமே, (33) சமன்பாட்டிலிருந்து, வலமிருந்து இடமான இயக்கத்திற்குத் தேவையான நிபந்தனை

$$P \geqslant \frac{1}{\sin\alpha - k\cos\alpha}$$



படம் 32

என்பது விளங்குகிறது. இங்கே, அதிகப்படியான ஒரு நிபந்தனை தேவைப்படுகிறது. சாய்கோணத்தின் மதிப்பு நிரம்பவும் சிறிய அளவுள்ளதாயிருக்கக் கூடாது; அதாவது,

$$\tan\alpha > k, \quad \tan\alpha \leqslant k$$

என்றால், P விகிதத்தின் அளவு எவ்வளவு அதிகமாயிருந்த போதிலும், தொகுப்பு வலமிருந்து இடமாக நகரவே நகராது.

$\tan\alpha > k$ என்றால், கீழ்வரும் சமனிலி (Inequality) உண்மையாயிருந்தால், பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருக்கும்.

$$\frac{1}{\sin\alpha + k\cos\alpha} < P < \frac{1}{\sin\alpha - k\cos\alpha}$$

மாறாக, $\tan\alpha \leqslant k$ என்றால்,

$$P > \frac{1}{\sin \alpha + k \cos \alpha}$$ என்னும் நிலையில் பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருக்கும்.

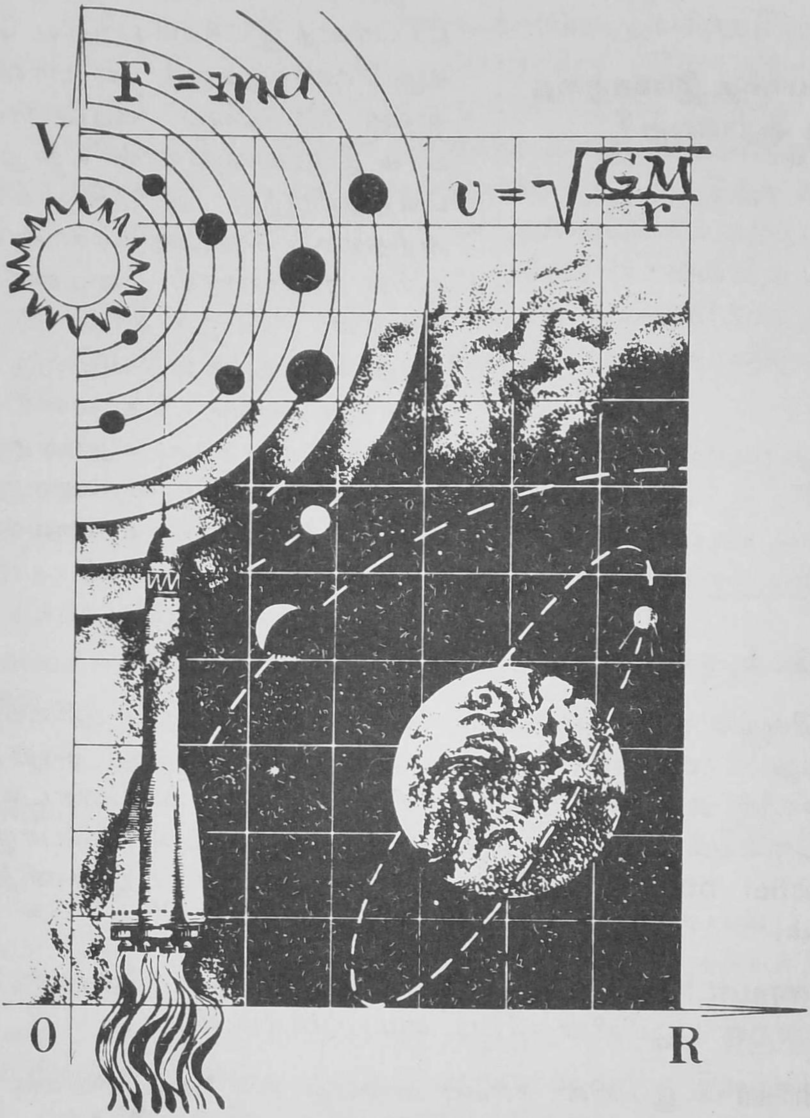
மாணவன் : α கோணத்தையோ, k குணகத்தையோ மாற்றினல் என்ன நிகழும்?

ஆசிரியர் : இதை வீட்டுக் கணக்காகச் செய்யும்படி உனக்கு விட்டுவிடுகிறேன் (கணக்குகள் 13, 14 ஆகியவற்றைப் பார்க்கவும்).

கணக்குகள் :

13. படம் 32 இல் விளக்கப்பட்டுள்ள கணக்கை, தளத்தின் சாய்கோணம் α, $p = P_2/P_1$ விகிதம் இரண்டும் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதாக வைத்துக்கொண்டு, k குணகத்திற்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளைக் கொடுத்து ஆராயவும்.

14. k குணகம், $p = P_2/P_1$ விகிதம் இரண்டும் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதாக வைத்துக்கொண்டு, தளத்தின் சாய்கோணம் α வெவ்வேறு மதிப்புகள் உடையதாக வைத்துக்கொண்டு படம் 32 இல் காட்டப்பட்டுள்ள கணக்கை ஆராயவும். எளிமையின் பொருட்டு, $P = 1$ (பண்டங்கள் சம எடையுடையனவாகவும்), $P = 1/2$ (சாய்தளத்தின் மீதுள்ள பண்டத்தின் எடை நூலிலிருந்து தொங்கும் பண்டத்தின் எடையைப்போல் இருமடங்குள்ளதாகவும்) வைத்துக் கொள்ளவும்.



வளைகோட்டுப் பாதை இயக்கத்தின் மிக எளிமையான வடிவம் வட்டப் பாதை இயக்கம். அத்தகைய இயக்கத்தின் தனிப்பட்ட சிறப்பியல்புகளைப் புரிந்துகொள்வது மிகவும் முக்கியமானது. முழுப் பிரபஞ்சமும் வளைகோட்டுப் பாதை இயக்கத்தினால் ஆகியிருப்பதை நீ கவனிக்கலாம். வட்டத்தில் இயங்கும் பொருள் துகள் ஒன்றின் சீரான இயக்கத்தையும் சீரற்ற இயக்கத்தையும் வான்சூழல் பாதையில் செல்லும் துணைக் கோள்களின் இயக்கத்தையும் நாம் ஆராயலாம். பண்டங்களின் எடையின்மைக்கான பௌதிகவியல் காரணங்களின் ஆய்வுக்கு இது உதவும்.

§ 8

வட்டப்பாதை இயக்கத்தை எப்படி ஆராய்வது ?

ஆசிரியர் : பண்டம் ஒன்றின் வட்டப்பாதை இயக்கம் பற்றிய கேள்விகளும் கணக்குகளும் பல மாணவர்களுக்கு நிரம்பவும் கடினமானவையாக இருப்பதை நான் எனது அனுபவத்திலிருந்து அறிந்திருக்கிறேன். அத்தகைய கேள்விகளுக்கான விடைகளில் ஏராளமான பிழைகள் இருக்கின்றன. இதைக் காண்பிப்பதற்கு நமது விவாதத்தில் இன்னொரு மாணவனையும் பங்கு கொள்ளச் செய்வோம். இதற்குமுன் நாம் ஆராய்ந்திருப்பவை இம் மாணவனுக்குத் தெரியாது இவனை மாணவன் 'பி' என்று அழைப்போம் (முதல் மாணவன் மாணவன் 'ஏ' என்று இனிமேல் குறிப்பிடப்படுவான்).

பூமியைச் சுற்றி வான் சுழல்பாதையில் சுற்றும் துணைக்கோள் அல்லது 'ஸ்பூத்நிக்' (Sputnik), ஒன்றின்மீது செயல்படும் விசைகளை மாணவன் 'பி' குறிப்பிடுவானா? வளிமண்டலத்தின் தடையையும், சந்திரன், சூரியன், மற்றும் பிற வான்பொருள்கள் (Celestial bodies) ஆகியவற்றின் ஈர்ப்பையும் புறக்கணித்துவிடுவோம்.

மாணவன் 'பி' : துணைக்கோள்மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன : பூமியின் ஈர்ப்பு, மையம்விலகு விசை.

ஆசிரியர் : பூமியின் ஈர்ப்பு என்பது சரி; மையம்விலகு விசை எங்கிருந்து வந்தது? விளக்கிச் சொல்.

மாணவன் 'பி' : அத்தகைய விசை ஒன்று இல்லாவிட்டால், துணைக்கோள் வான்சுழல்பாதையில் இருக்க முடியாது.

ஆசிரியர் : அதற்கு என்ன நேரிடும்?

மாணவன் 'பி' : ஏன், அது பூமியின் மீது விழும்.

ஆசிரியர் : (மாணவன் 'ஏ' பக்கம் திரும்பி) நான் முன்பு சொன்னதை நினைவுக்குக் கொண்டுவரவும். குறிப்பிட்ட ஒரு விசை இருப்

பதை, பண்டங்களின் செயலெதிர்ச் செயலை ஆதாரமாகக் கொள்ளாது, பின்புற முறையில், பண்டங்களின் இயக்கத்தினுடைய தன்மையிலிருந்து ருசுவாக்கும் முயற்சிக்கு இது நல்லதோர் எடுத்துக்காட்டு! துணைக்கோள் சுழல்பாதையில் இருக்க வேண்டும்: எனவே, அதில் இருக்கச் செய்யும் விசை (Retaining force) ஒன்று அவசியமாகிறது என்று கூறுகிறான். நிற்க, இந்த மையம் விலகு விசை மெய்யாகவே இருந்தால், துணைக்கோள் சுழல்பாதையில் இருக்க முடியாது; ஏன் எனில், துணைக்கோளின்மீது செயல்படும் விசைகள் ஒன்றையொன்று ஈடுசெய்து கொண்டுவிடும்; துணைக்கோள் சீரான நேர்வேகத்துடன் நேர்கோட்டுப் பாதையில் பறந்து செல்லும்.

மாணவன் 'ஏ': மையம்விலகு விசை (Centrifugal force) சுழலும் பண்டம் ஒன்றின் மீது செலுத்தப்படுவதேயில்லை. அது தூளக்கே (கயிறு அல்லது இணைக்கும் பண்டத்திற்கே) செலுத்தப்படுகிறது. மையம்நாடு விசையே (Centripetal force) சுழலும் பண்டத்திற்குச் செலுத்தப்படுகிறது.

மாணவன் 'பி': எடை மட்டுமே துணைக்கோளுக்குச் செலுத்தப்படுகிறது என்று கூறுகிறீர்களா?

ஆசிரியர்: ஆம், அதன் எடை மட்டுமே.

மாணவன் 'பி': அப்படியிருந்தும், அது பூமியின் மீது விழுவதில்லை?

ஆசிரியர்: புவிஈர்ப்பு விசைக்குட்படுத்தப்படும் ஒரு பண்டத்தின் இயக்கம் 'விழுவது' எனப்படுகிறது. ஆகவே, துணைக்கோள் ''விழுந்துகொண்டிருக்கிறது''. ஆயினும், அப் பண்டத்தின் ''விழுவது'' என்பது பூமியைச் சுற்றிலும் உள்ள ஒரு வட்டத்தில் நிகழும் இயக்க வடிவில் உள்ளது. ஆதலால், அந்த இயக்கம் முடிவின்றி நிகழக்கூடியது, ஒரு பண்டத்தினுடைய இயக்கத்தின் திசையும் அதன்மீது செயல்படும் விசைகளின் திசையும் ஒன்றாயிருக்க வேண்டியதில்லை என்பதை நாம் ஏற்கனவே கவனித்திருக்கிறோம் (§ 4 ஐப் பார்க்கவும்).

மாணவன் 'பி': பூமியின் ஈர்ப்பையும் மையம்விலகுவிசையையும் பற்றி நான் குறிப்பட்டபோது,

$$\frac{Gm\,M}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad (34)$$

என்னும் சமன்பாட்டை ஆதாரமாகக் கொண்டே கூறினேன்; இதில், இடது பகுதி ஈர்ப்புவிசை (m = துணைக்கோளின் நிறை, M = பூமியின் நிறை, r = சுழல் பாதையின் ஆரம், G = புவிஈர்ப்பு நிலையெண்); வலது பகுதி மையம் விலகுவிசை; (v = துணைக் கோளின் நேர்வேகம்). இச்சூத்திரம் தவறு என்று சொல்கிறீர்களா?

ஆசிரியர் : இல்லை, சூத்திரம் நிரம்பவும் சரியானதுதான். ஆனால், உனது விளக்கம் தவறு. நீ (34) சமன்பாட்டை இருவிசைகளுக்கிடையேயுள்ள சமநிலையைக் குறிப்பிடுவதாகக் கருதுகிறாய். உண்மையில், அது நியூட்டனின் இரண்டாவது இயக்க விதியைக் குறிப்பிடுவதேயாகும்.

$$F = ma \qquad (34a)$$

இதில் $F = Gm\ M / r^2$, $a = v^2 / r$ மையம்நாடு முடுக்கம்.

மாணவன் 'பி' : உங்கள் விளக்கம், மையம்விலகு விசை ஒன்று இல்லாமலேயே நிலைமையை விளக்குவதற்கு நமக்குத் துணைசெய்கிறது என்பதை ஒப்புக் கொள்கிறேன். ஆனால், மையம் விலகு விசை இல்லாவிட்டாலும், மையம்நாடு விசையாவது இருக்க வேண்டும். எனினும், அத்தகைய விசை எதைப் பற்றியும் நீங்கள் குறிப்பிடவில்லையே.

ஆசிரியர் : நமது எடுத்துக்காட்டில், மையம்நாடு விசை பூமிக்கும் துணைக்கோளுக்குமிடையேயுள்ள ஈர்ப்புவிசையே யாகும். இது இரண்டு வெவ்வேறு விசைகளைக் குறிப்படவில்லை என்பதை வலியுறுத்த விரும்புகிறேன். இது ஒரே ஒரு விசையேதான்.

மாணவன் 'பி' : அப்படியானால், மையம்நாடு விசை என்னும் கருத்தை ஏன் கொண்டுவர வேண்டும்?

ஆசிரியர்: இதில் நீ சொல்வதை முழுவதும் ஒப்புக் கொள்கிறேன். ''மையம்நாடு விசை'' என்னும் சொல்லினால் குழப்பமே உண்டாகிறது. ''மையம்நாடு விசை'' என்று கருதப்படுவ'து, பிற விசைகளோடுகூடப் பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் ஒரு தனிப்பட்ட விசையேயில்லை; மாறாக, சீரான நேர்வேகத்துடன் ஒரு வட்டப் பாதையில் சென்று கொண்டிருக்கும் பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளின் தொகுவிசையே யாகும். mv^2/r என்பது ஒரு விசையேயன்று; பண்டத்தின் நிறையான m,

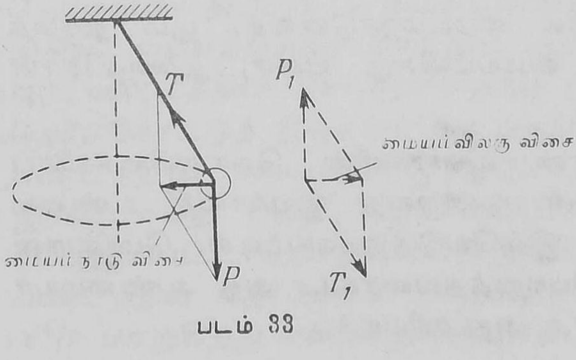
மையம்நாடு முடுக்கமான v^2/r ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகையையே அது குறிப்பிடுகிறது. இந்த முடுக்கம் மையத்தை நோக்கிச் செயல்படுகிறது; அதன் விளைவாக, சீரான நேர்வேகத்துடன் ஒரு வட்டப்பாதையில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளின் தொகுவிசையும் மையத்தை நோக்கிச் செயல்படுகிறது. ஆக, மையம்நாடு முடுக்கம் ஒன்று இருக்கின்றது; எல்லாவற்றையும் தொகுத்தால் பண்டத்திற்கு மையம்நாடு முடுக்கத்தைத் தரும் விசைகள் இருக்கின்றன.

மாணவன் 'பி' : வட்டப்பாதையில் செல்லும் ஒரு பண்டத்தின் இயக்கம் பற்றிய இந்த ஆராய்ச்சி எனக்குப் பிடித்திருக்கிறது. உண்மையில், இந்த இயக்கம் விசைகளின் சமநிலை என்னும் சிறப்பியல்பைக் கொண்ட நிலையியலைச் சார்ந்ததன்று; இயக்கவியலைச் சார்ந்த ஒன்றாகும்.

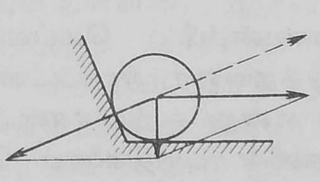
மாணவன் 'ஏ': மையம்நாடு விசை என்றும் கருத்தை ஒதுக்குவோமானால், தளைகள் பற்றிய ஆய்வில், '' மையப் விலகு விசை '' என்னும் சொல்லையும் ஒதுக்கிவிட வேண்டும்

ஆசிரியர் : '' மையம் விலகுவிசை '' என்னும் சொல்லைப் பயன்படுத்துவது மேலும் அதிக அளவிற்குச் சரியில்லாத தாகும். மையம்நாடு விசை, ஒரு தொகுவிசை வடிவத்திலாவது உண்மையில் இருக்கிறது. மையம்விலகு விசையோ பல எடுத்துக்காட்டுகளில் இருப்பதுகூட இல்லை.

மாணவன் 'ஏ' : உங்களது கடைசிக் கூற்று எனக்குப் புரியவில்லை, மையம்விலகு விசை, மையம்நாடு விசைக்கு எதிர்ச் செயலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. நீங்கள் கூறுவதுபோல், அது எப்போதும் இருப்பதில்லை என்றால், நியூட்டனின் மூன்றாவது இயக்கவிதி எப்போதும் உண்மையில்லை என்றாகிறது. அப்படியா ?



படம் 33



படம் 34

ஆசிரியர் : நியூட்டனின் மூன்றாவது இயக்கவிதி, பண்டங்களின் செயலெதிர்ச்செயலினால் நிர்ணயிக்கப்படும் மெய்யான விசைகளைப் பொறுத்தவரையில்தான் உண்மையாயிருக்குமேயன்றி, இவ்விசைகளின் தொகுவிசைகளுக்கு அன்று. உனக்கு ஏற்கனவேயே தெரிந்திருக்கும் கூம்பு-ஊசல் எடுத்துக்காட்டின் வாயிலாக நான் இதை விளக்கிக் கூறமுடியும் (படம் 33). பந்து இரண்டு விசைகளுக்குட்படுத்தப்படுகிறது: எடை P, நூலின் இழுவிசை T. மொத்தமாக எடுத்துக் கொள்ளும்போது, இவ்விரு விசைகளும் பந்தின் மையம்நாடு முடுக்கத்தை உண்டாக்குகின்றன; அதன் கூட்டுத்தொகை மையம்நாடுவிசை எனப்படுகிறது. P விசைக்குக் காரணம், பந்துக்கும் பூமிக்குமிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயல். இவ்விசையின் எதிர்ச்செயல் பூமியின்மீது செலுத்தப்படும் P_1 விசை. பந்துக்கும் நூலுக்குமிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயலின் விளைவாக T விசை தோன்றுகிறது இவ்விசையின் எதிர்ச்செயல் நூலின்மீது செலுத்தப்படும் T_1 விசை. P_1, T_1 இவ்விரு விசைகளையும் சேர்த்தால், மையம்நாடுவிசை எனப் பொதுவாக அழைக்கப்படும் ஒரு விசை கிடைக்கிறது (படம் 33 இல் இடைவெளிகளுள்ள கோட்டைப் பார்க்கவும்). ஆனால், இவ்விசை எதன்மீது செலுத்தப்படுகிறது? அதன் ஒரு பகுதி முற்றிலும் வேறான ஒரு பண்டத்தின்மீதும்—நூலின்மீதும்—செலுத்தப்படும் இதை ஒரு விசை என்று நாம் குறிப்பிடுவது சரியா? இவ்வெடுத்துக்காட்டில், மையம்விலகு விசை என்னும் கருத்துக்குப் பொருளே கிடையாது என்பது தெளிவு.

மாணவன் 'ஏ' : எவற்றில் மையம்விலகு விசை என்பது இருக்கின்றது?

ஆசிரியர் : எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டே பண்டங்கள்—பூமியும் துணைக்கோளும்—செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபடும் சுழல்பாதையில் சுற்றும் துணைக்கோளில் மையம்நாடுவிசை, பூமி துணைக்கோளை ஈர்க்கும் விசை. மையம்விலகு விசை, துணைக்கோள் பூமியை ஈர்க்கும் விசை.

மாணவன் 'பி' : மெய்யான விசைகளின் தொகுவிசைகளைப் பொறுத்தவரை நியூட்டனின் மூன்றாவது இயக்கவிதி உண்மையில்லை என்று கூறினீர்கள். இவ்வெடுத்துக்காட்டில், மெய்யான விசைகளின் பகுதிகளைப் பொறுத்தவரைகூட அது உண்மையாயிராது என்று நினைக்கிறேன். அது சரியா?

ஆசிரியர்: ஆம், நிரம்பச் சரி, சுழல் இயக்கத்தோடு ஒரு தொடர்புமில்லாத எடுத்துக்காட்டு ஒன்றை இப்போது எடுத்துக் கொள்ளலாம். தரையின்மீது ஒரு பந்து சுவரைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கின்றது; சுவருக்கும் தரைக்குமிடையேயுள்ள கோணம் ஒரு விரிகோணம் (படம் 34). பந்தின் எடையை இரு பகுதிகளாக, ஒன்று, சுவருக்குச் செங்குத்தாகவும், மற்றொன்று, தரைக்கு இணையாகவும் பிரிக்கலாம். பந்தின் எடைக்குப் பதிலாக இவ்விரு பகுதிகளையும் கவனிப்போம். நியூட்டனின் மூன்றாவது இயக்கவிதி தனிப்பகுதி விசைகளுக்கு உண்மையாயிருக்குமானால், சுவரின் எதிர்ச் செயல் அதற்குச் செங்குத்தாக உள்ள எடையின் ஒரு பகுதியை ஈடு செய்யவேண்டும்; எனவே, தரைக்கு இணையாகவுள்ள எடையின் பகுதி ஈடு செய்யப்படாமல் இருக்கும்; அதன் விளைவாக, பந்திற்கு ஒரு கிடைமட்ட முடுக்கம் இருக்கவேண்டும். இது பொருளற்றது என்பது தெளிவு.

மாணவன் 'ஏ': இதுவரை வட்டப்பாதையில் நிகழும் சீரான இயக்கத்தைப் பற்றிக் கூறினீர்கள். வட்டப்பாதையில் சீரற்ற வகையில் நகரும் பண்டத்தைப் பற்றி எப்படி ஆராய்வது? எடுத்துக்காட்டாக, செங்குத்தாக நிறுத்திவைக்கப்பட்டுள்ள ஒரு வளையத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒரு பண்டம் சறுக்கி வருகிறது. இது சீரான இயக்கமாயிருக்க முடியாது; ஏன் எனில், பண்டத்தின் நேர்வேகம் அதிகரிக்கின்றது. அம்மாதிரியானவற்றில் என்ன செய்வது?

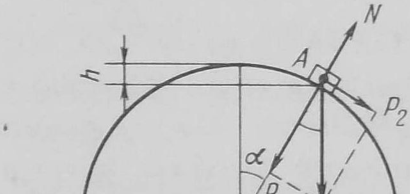
ஆசிரியர்: ஒரு பண்டம் சீரான நேர்வேகத்துடன் வட்டப் பாதையில் நகர்ந்தால், பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளின் தொகுவிசையும் மையத்தின்பால் செலுத்தப்பட வேண்டும்; அது பண்டத்திற்கு மையம்நாடு முடுக்கம் ஒன்றை அளிக்கிறது. வட்டப்பாதையில் நிகழும் சீரற்ற இயக்கத்தில், தொகுவிசை திட்டமாக மையத்தின்பால் செலுத்தப்படுவதில்லை. இதில், மையத்திற்குச் செல்லும் ஆரத்தின் திசையில் ஒரு பகுதியும், பண்டத்தின் செயல்பாதைக்கு (அதாவது, வட்டத்திற்கு)த் தொடுகோட்டுத் திசையில் ஒரு பகுதியும் உள்ளன. முதல் பகுதி பண்டத்தின் மையம்நாடு முடுக்கத்திற்குக் காரணமாகிறது; இரண்டாவது பகுதி, நேர்வேகத்தில் ஏற்படும் மாறுதலுடன் சம்பந்தப்பட்ட தொடுகோட்டு முடுக்கத்திற்குக் காரணமாகிறது. பண்டத்தின் நேர்வேகம் மாறுவதால், மையம்நாடு முடுக்கமும் v^2/r மாறுகிறது என்பதைக் குறிப்பிட்டாக வேண்டும்.

மாணவன் 'ஏ' : ஒவ்வொரு கணத்திலும் $a = v^2/r$ (v என்பது அக்கணத்திலுள்ள நேர்வேகம்) என்னும் சூத்திரத்தினுல் மையம் நாடு முடுக்கம் நிர்ணயிக்கபடும் என்பது இதன் பொருளா?

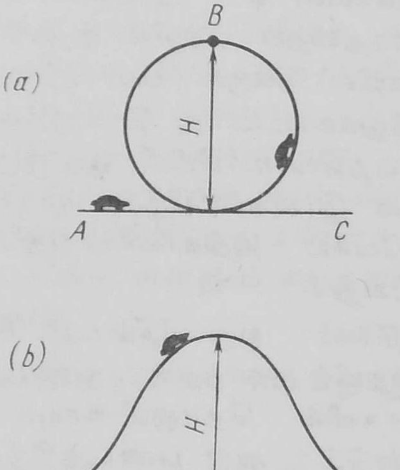
ஆசிரியர் : ஆம். வட்டப்பாதையில் நிகழும் சீரான இயக்கத்தில் மையம்நாடு முடுக்கம் நிலையாயிருக்கிறது ; ஆனுல், வட்டப்பாதையில் நிகழும் சீரற்ற இயக்கத்தில் அது மாறுகிறது.

மாணவன் 'ஏ' : சீரற்ற வட்டப்பாதை இயக்கத்தில் நேர்வேகம் v எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதை எங்ஙனம் ஆராய்வது?

ஆசிரியர் : சாதாரணமாக, இதற்கு ஆற்றல் அழிவின்மை விதி (Law of conservation of Energy) பயன்படுத்தப்படுகிறது. குறிப்பாக ஓர் எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக் கொள்வோம். செங்குத்தாக நிறுத்திவைக்கப்பட்ட, R ஆர அளவுள்ள வளையத்தின் உச்சியிலிருந்து உராய்வு இல்லாது ஒரு பண்டம் சறுக்கிவருகிறது என வைத்துக் கொள்ளவும். வளையத்தின் உச்சியிலிருந்து h செ. மீ. கீழேயுள்ள இடத்தில் பண்டம் எவ்வளவு விசையுடன் வளையத்தின்மீது அழுத்தும்? வளையத்தின் உச்சியில் பண்டத்தின் துவக்க நேர்வேக பூஜ்யம். முதன்முதலாக, பண்டத்தின்மீது எவ் விசைகள் செல்படுகின்றன என்பதைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.



படம் 35



படம் 36

மாணவன் 'ஏ' : பண்டத்தின்மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன: எடை P, தாங்கும் எதிர்ச்செயல் விசை N. படம் 35 இல் அவை காட்டப்பட்டுள்ளன.

ஆசிரியர் : சரி. அடுத்து என்ன செய்யப் போகிறுய்?

மாணவன் 'ஏ': நீங்கள் சொன்னபடி செய்யப் போகிறேன். இவ்விரு விசைகளின் தொகுவிசையைக் கண்டுபிடித்து, அதை இரண்டு பகுதிகளாக, ஆரத்தின் திசையில் ஒன்றும், வட்டத்திற்குத் தொடுகோட்டுத் திசையில் மற்றொன்றுமாகப் பகுக்கப் போகிறேன்.

ஆசிரியர்: நிரம்பச் சரி. எனினும், தொகுவிசையைக் கண்டுபிடிப்பதற்குப் பதிலாக, இரண்டு விசைகளையும் குறிப்பிட்ட இரு திசைகளிலும் பகுப்பது மேலும் எளிமையாயிருக்கும்; சிறப்பாக, ஒரே ஒரு விசையை—எடையை—மட்டுமே பகுக்க வேண்டியிருப்பதால் மேலே குறிப்பிட்டது பொருத்தமாயிருக்கும்.

மாணவன் 'ஏ': நான் விசைகளைப் பகுத்திருப்பது படம் 35 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

ஆசிரியர்: P_2 விசை பண்டத்தின் தொடுகோட்டுத் திசை முடுக்கத்திற்குக் காரணமாயிருப்பதாகும்; தற்போது அதில் நமக்கு அக்கறையில்லை. P_1, N விசைகளின் தொகு விசை பண்டத்தின் மையம்நாடு முடுக்கத்திற்குக் காரணமாகிறது. அதாவது,

$$P_1 - N = \frac{mv^2}{R} \qquad (35)$$

நாம் விரும்பும் இடத்தில் (படம் 35 இல்A) பண்டத்திற்குள்ள நேர்வேகத்தை ஆற்றல் அழிவின்மை விதியிலிருந்து கணக்கிட முடியும்.

$$Ph = \frac{mv^2}{2} \qquad (36)$$

(35), (36) சமன்பாடுகளை இணைத்து, $P_1 = P \cos \alpha = P(R-h) / R$ என்பதைக் கணக்கில் எடுத்துக் கொண்டால் நமக்குக் கிடைப்பது:

$$\frac{P}{R}(R-h) - N = \frac{2\,Ph}{R}$$

வளையத்தின்மீது பண்டம் அழுத்தும் விசை, நியூட்டனின் மூன்ருவது இயக்க விதியின்படி, தாங்கும் எதிர்ச்செயல் விசை (N) க்குச் சமம்.

$$N = P\,\frac{R-3h}{R} \qquad (37)$$

மாணவன் 'பி': Aயில் பண்டம் இன்னமும் வளையத்தின் மேற்பரப்பின்மீது இருப்பதாக வைத்துக் கொண்டிருக்கிறீர்கள். ஆனால், அது Aஐ அடைவதற்கு முன்னதாகவே வளையத்திலிருந்து வெளியே வந்துவிடலாம்.

ஆசிரியர்: பண்டம் வளையத்தின் மேற்பரப்பிலிருந்து வெளியே வந்துவிட்ட இடத்தை நாம் கண்டுபிடிக்க முடியும். பண்டம் வளையத்தின்மீது அழுத்தும் விசையின் அளவு பூஜ்யமாகும் இடம் இது. எனவே, (37) சமன்பாட்டில், $N=0$ என்று வைத்துக் கொண்டு h அதாவது, வளையத்தின் உச்சியிலிருந்து பண்டம் வெளியே வந்துவிடும் இடம் வரையுள்ள செங்குத்துத் தொலைவு என்ன என்பதைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$h_0 = \frac{R}{3} \tag{38}$$

மேற்குறிப்பிட்ட கணக்கில், h இன் மதிப்பு $h<h_0$ என்னும் நிபந்தனைக்கு இணங்கியிருந்தால் (37) சமன்பாட்டின் முடிவு சரியானது; மாறாக $h \geqslant h_0$ ஆக இருந்தால், $N=0$.

மாணவன் 'ஏ': நான் புரிந்துகொண்டவரையில், இக்கணக்கிற்கு விடை காணுவதில் இரண்டு பௌதிகவியல் விதிகள்—(35), (36) சமன்பாடுகள்—பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

ஆசிரியர்: நீ இதை எடுத்துக்காட்டுவது நிரம்பச் சரி. இக்கணக்கிற்கு விடை காணுவதில் இரண்டு விதிகள் பயன்பட்டுள்ளன: நியூட்டனின் இரண்டாவது இயக்கவிதி [(35) சமன்பாட்டைப் பார்க்கவும்]; ஆற்றல் அழிவின்மை விதி [(36) சமன்பாட்டைப் பார்க்கவும்]. தேர்வுக்குச் செல்லும் மாணவர்கள் ஏதாவதொரு கணக்கிற்கு விடை காணும்போது எந்த பௌதிகவியல் விதிகளைப் பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைத் தெளிவாகப் புரிந்துகொள்வதில்லை. இது ஒரு முக்கியமான விவரம் என நான் நினைக்கிறேன்.

எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்ளவும். ஒரு பண்டம் A இலிருந்து C க்குச் செல்லும் வகையில் அதற்கு v_0 துவக்க நேர்வேகம் அளிக்கப்படுகிறது. A இலிருந்து C க்குச் செல்வதற்கு இரண்டு மாறுபட்ட பாதைகள் உள்ளன (படங்கள் 36a, 36b ஐப் பார்க்கவும்). இரண்டிலும், பண்டம் ஒரே உயரமான H ஐ, ஆனால் வெவ்வேறு வழிகளில் எட்ட வேண்டும். ஒவ்வொரு வழிக்கும் தேவை

யான குறைந்தபட்சத் துவக்க நேர்வேகம் v_0 எவ்வளவு? உராய்வைப் புறக்கணித்துவிடலாம்.

மாணவன் 'பி': இரண்டு வழிகளிலும், குறைந்தபட்ச துவக்க நேர்வேகத்தின் அளவு ஒன்றாகவே இருக்க வேண்டும்; ஏன் எனில், உராய்வு இல்லை; எட்ட வேண்டிய உயரமும் ஒரே அளவுதான். ஆற்றல் அழிவின்மை விதியின் துணைகொண்டு இந்த நேர்வேகத்தைக் கணக்கிட முடியும்.

$$mgH = \frac{mv_0{}^2}{2}; \text{ இதிலிருந்து கிடைப்பது } v_0 = \sqrt{2gH}.$$

ஆசிரியர்: உனது விடை தவறு. முதல் வழியில், பண்டம் ஒரு சுழல் இயக்க நிலையிலிருக்கும்போது உச்ச இடத்தைக் கடக்கிறது என்பதைக் கவனிக்கத் தவறிவிட்டாய். அதாவது, உச்ச இடமான B இல் அதற்கு (35) சமன்பாட்டிற்கு இணையான இயக்கவியல் சமன்பாடு ஒன்றினால் நிர்ணயிக்கப்படும் v_1 நேர்வேகம் இருக்கும் (படம் 36b). குறைந்தபட்ச அளவைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டியிருப்பதால், பண்டத்திற்கு அதன் ஆதாரத்தின் மீதுள்ள அழுத்தம் B இல் பூஜ்யமாக இருக்கவேண்டும். அப்போதுதான், எடை பண்டத்தின்மீது செயல்பட்டு அதற்கு மையம்நாடு முடுக்கத்தைத் தரும்.

$$mg = \frac{mv_1{}^2}{R} = \frac{2\,mv_1{}^2}{H} \tag{39}$$

இந்த (39) இயக்கவியல் சமன்பாட்டுடன்

$$\frac{mv_0{}^2}{2} = \frac{mv_1{}^2}{2} + mg\,H \tag{40}$$

என்னும் ஆற்றல் சமன்பாட்டை இணைத்தால், குறைந்தபட்ச துவக்க நேர்வேகம் $\sqrt{5gH/2}$ க்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும் எனத் தெரிகிறது. இரண்டாவது வழியில், பூஜ்யத்திற்கு மிக மிக நெருங்கிய மதிப்புள்ள நேர்வேகத்துடன் பண்டம் உச்சியைக் கடக்கலாம்; எனவே, நாம் ஆற்றல் சமன்பாட்டுடன் நிறுத்திக் கொள்ளலாம். அப்போது உனது விடை சரியானதாகும்.

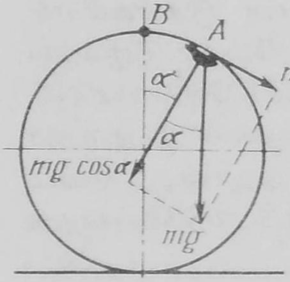
மாணவன் 'பி': இப்போது எனக்குப் புரிகிறது. முதல் வழியில், B இல் பண்டத்திற்கு நேர்வேகம் எதுவும் இல்லாமற் போனால், அது பாதையிலிருந்து விலகி விழுந்து விடும்.

ஆசிரியர்: முதல் வழியில், நீ குறிப்பிட்டதுபோல் துவக்க நேர்வேகம் $v_0 = \sqrt{2gH}$ பண்டத்திற்கு இருந்தால், அது B ஐ அடையவே முடியாது; சற்று முன்னதாகவே பாதையிலிருந்து விழுந்துவிடும். அதன் துவக்க நேர்வேகம் $v_0 = \sqrt{2gH}$ ஆக இருந்தால், அது பாதையிலிருந்து விழுந்துவிடும் இடத்தில் உயரம் h ஐக் கண்டுபிடித்துச் சொல்லும்படி உனக்கு விட்டுவிடுகிறேன்.

மாணவன் 'ஏ': இக்கணக்கை நான் செய்ய முயலுகிறேன்.

ஆசிரியர்: அப்படியே செய்யவும்.

மாணவன் 'ஏ': பாதையிலிருந்து பண்டம் விலகிவிழும் இடத்தில் தாங்கும் எதிர்ச்செயல் விசை பூஜ்யமாயிருக்க வேண்டும் என்பது தெளிவு. ஆகவே, இந்த இடத்தில் எடை மட்டுமே பண்டத்தின் மீது செயல்படுகிறது. இந்த எடையை இரண்டு பகுதிகளாக, ஆரத்தின் திசையில் ஒன்றும் ($mg \cos \alpha$), ஆரத்திற்குச் செங்குத்துத் திசையில் மற்றொன்றுமாக ($mg \sin \alpha$) படம் 37 இல் காட்டப்பட்டிருப்பதுபோல் பகுக்கலாம். (பண்டம் பாதையிலிருந்து விலகி விழும் இடம் A).



படம் 37

ஆரத்தின் திசையிலுள்ள பகுதி பண்டத்திற்கு மையம் நாடு முடுக்கம் ஒன்றை அளிக்கிறது; இதை நிர்ணயிக்கும் சமன்பாடு:

$$mg \cos \alpha = \frac{m v_2^2}{R} \qquad (41)$$

இதில் v_2, A இல் பண்டத்திற்குள்ள நேர் வேகமாகும். அதைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு

$$\frac{m v_2^2}{2} + mgh = \frac{m v_0^2}{2} \qquad (42)$$

எனனும் ஆற்றல் சமன்பாட்டைப் பயனபடுத்தலாம் (41) இயக்கவியல் சமன்பாட்டையும் (42) ஆற்றல் சமன்பாட்டையும் சேர்த்து, $\cos \alpha = (h - R) / R$ என்பதைக் கணக்கிலெடுத்துக்கொண்டால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$mg\,(h-R)=mv_0{}^2-2\,mgh$$

இதிலிருந்து

$$h=\frac{2v_0{}^2+gH}{6g} \qquad (43)$$

எனபது கிடைக்கிறது.

$v_0{}^2=2gH$ என்னும் மதிப்பைப் பொருத்தினல், முடிவு

$$h=\frac{5}{6}\;H$$

என்று தெரிகிறது.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. பண்டம் வளையத்தைக் கீழ்மேலாகச் சுற்றிவருதற்கான துவக்க நேர்வேகம் v_0 ஐக் கணக்கிடுவதற்கு (43) சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதைக் கவனிக்கவும். இதற்கு, (43) சமன்பாட்டில் $h=H$ என்று வைத்துக் கொள்ளவேண்டும். அப்போது

$$H=\frac{2\;v_0{}^2=gH}{6g}$$

இதிலிருந்து ஏற்கெனவேயே நிர்ணயித்த முடிவு கிடைக்கிறது.

$$v_0=\sqrt{\frac{5gH}{2}}$$

மாணவன் 'ஏ' : பண்டம் பாதையிலிருந்து விலகி விழுவதற்கான நிபந்தனை (43). பண்டம் வளையத்தை கீழ்மேலாக விழாமல் சுற்றி வருவதற்கான நிலைக்கு அதை எப்படிப் பயன்படுத்தலாம்?

ஆசிரியர் : வளையத்தின் உச்சத்தில் விழுவது என்பது, பண்டம் விழுந்துவிடாமல், வட்டப்பாதையில் தனது இயக்கத்தைத் தொடர்ந்துகொண்டு அந்த இடத்தைக் கடக்கிறது என்பதைத் தான் குறிக்கிறது.

மாணவன் 'பி' : ஒரு கண நேரம் பண்டம் விழுகிறது என்று சொல்லலாம்.

ஆசிரியர்: உண்மையே. முடிவாக, பின்வரும் கணக்கைச் சொல்லுகிறேன். சாய்கோணம் α உள்ள சாய்தளம் ஒன்றின் அடியில் ஒரு பண்டம் கிடக்கிறது. இத் தளம் செங்குத்தான அச்சைச் சுற்றிய சீரான கோண நேர்வேகத்துடன் சுழல்கிறது. தளத்தின் சுழற்சி அச்சுக்கும் பண்டத்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு R. சுழலும் சாய்தளத்தின் மீதிருந்து (படம் 38a) பண்டம் விழுந்துவிடாமல் அதன் மேல் இருப்பதற்கான k_0 குணகத்தின் குறைந்தபட்ச அளவைக் கண்டு பிடிக்கவும் (நிலை உராய்வு விசையின் சாத்தியமான அதிகபட்ச மதிப்பை இந்தக் குணகம் குறிப்பிடுகிறது என்பதை உனக்கு நினைவூட்டுகிறேன்).

எப்போதும்போலவே, என்னென்ன விசைகள் பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படுகின்றன என்னும் கேள்வியுடன் தொடங்குவோம்.

மாணவன் 'ஏ': பண்டத்தின்மீது மூன்று விசைகள் செலுத்தப் படுகின்றன. எடை P, தாங்கும் எதிர்ச் செயல்விசை N, உராய்வு விசை F_{fr}.

ஆசிரியர்: முற்றிலும் சரி. மையம்நாடு விசையைச் சேர்க்காமலிருந்தது நல்லது. அடுத்து என்ன செய்யப் போகிறாய்?

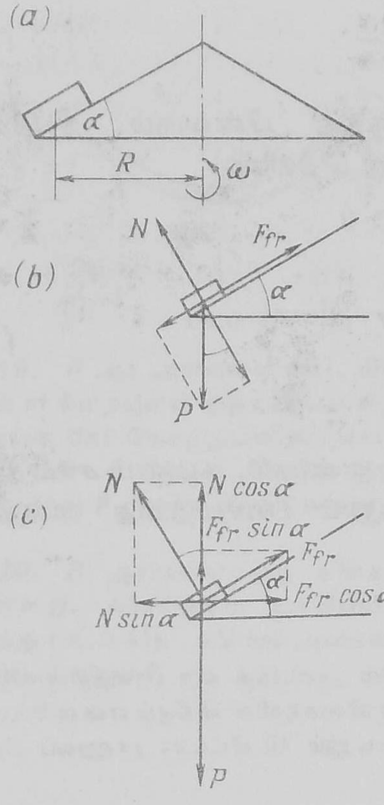
மாணவன் 'ஏ': அடுத்து. படம் 38b இல் காட்டியுள்ளதுபோல், சாய்தளத்தின் திசையிலும் அதற்குச் செங்குத்துத் திசையிலும் விசைகளைப் பகுப்பேன்.

ஆசிரியர்: நீ சொல்வதில் குறுக்கிட விரும்புகிறேன். விசைகளை நீ பகுத்த முறை எனக்குப் பிடிக்கவில்லை. பண்டம் எந்தத் திசையில் முடுக்கப்படுகிறது என்பதைச் சொல்.

மாணவன் 'ஏ': முடுக்கம் கிடைமட்டத் திசையில் செலுத்தப் படுகிறது. அது மையம்நாடு முடுக்கம்.

ஆசிரியர்: நல்லது. எனவேதான், நீ விசைகளை கிடைமட்டத் திலும் (அதாவது, முடுக்கத்தின் போக்கிலும்) செங்குத்திலும் (அதாவது, முடுக்கத்திற்குச் செங்குத்தாகவும்) பகுக்கவேண்டும். § 6 இல் நாம் ஆராய்ந்ததைக் கவனத்திற்குக் கொண்டு வரவும்.

மாணவன் 'ஏ': இப்போது எனக்குப் புரிகிறது. கிடைமட்ட, செங்குத்துத் திசைகளில் விசைகளைப் பகுத்திருப்பது படம் 38c இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 88

செங்குத்து விசைப் பகுதிகள் ஒன்றையொன்று சமன்செய்து கொள்கின்றன; கிடைமட்ட விசைப்பகுதிகள் பண்டத்திற்கு முடுக்கத்தை அளிக்கின்றன. இவ்வாருக,

$$\left.\begin{aligned} N\cos\alpha + F_{fr}\sin\alpha &= P \\ F_{fr}\cos\alpha - N\sin\alpha &= \frac{mv^2}{R} \end{aligned}\right\}$$

$$F_{fr} = k_0 N,\ v^2/R = \omega^2 R,$$
$$m = P/g$$

ஆகியவற்றைக் கணக்கிலெடுத்துக்கொண்டால், இச் சமன்பாடுகளை பின்வருமாறு மாற்றி எழுத முடியும்:

$$\left.\begin{aligned} N(\cos\alpha + k_0\sin\alpha) &= P \\ N(k_0\cos\alpha - \sin\alpha) &= P\omega^2 Rg \end{aligned}\right\}$$

மாணவன் 'பி': இரண்டு சமன்பாடுகளே உள்ளன. ஆனால், கண்டுபிடிக்க வேண்டியவையோ மூன்று இருக்கின்றனவே:

$$k_0,\ P,\ N.$$

ஆசிரியர்: அது ஒன்றும் தடையில்லை. மூன்றையும் கண்டுபிடிக்க வேண்டியதில்லை. k_0 குணகத்தை மட்டுமே கண்டுபிடிக்க வேண்டும். P, N இரண்டையும் முதல் சமன்பாட்டை இரண்டாவது சமன்பாட்டினால் வகுத்து ஒதுக்கிவிடலாம்.

மாணவன் 'ஏ': வகுத்தபின் நமக்கு கிடைப்பது

$$\frac{\cos\alpha + k_0\sin\alpha}{k_0\cos\alpha - \sin\alpha} = \frac{g}{\omega^2 R}$$

எனவே,

$$k_0 = \frac{\omega^2 R \cos\alpha + g\sin\alpha}{g\cos\alpha - \omega^2 R\sin\alpha} \qquad (44)$$

ஆசிரியர் : *(44)* சமன்பாட்டிலிருந்து பின்வரும் நிபந்தனை உண்மையாயிருக்க வேண்டும் என்பது தெளிவு.

$$(g\cos\alpha - \omega^2 R\sin\alpha) > 0$$

இந் நிபந்தனையை

$$\tan\alpha < \frac{g}{\omega^2 R} \qquad (45)$$

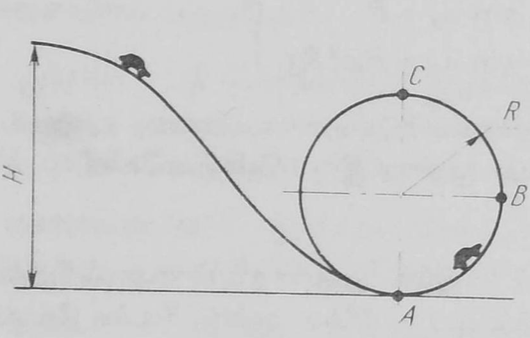
என்னும் வடிவத்திலும் எழுதலாம்.

நிபந்தனை *(45)* உண்மையாயில்லை என்றால், சுழலும் சாய்தளத்தின்மீது எந்த உராய்வு விசையினாலும் பண்டத்தை வைத்துக் கொள்ளும்படி செய்ய முடியாது.

கணக்குகள் :

15. குவிந்த வடிவில் அமைந்த, குழிவடிவில் அமைந்த ஒரு பாலத்தின் நடுவின் மீது ராணுவப் பீரங்கி வண்டி ஒன்று அழுத்தும் விசைகளின் விகிதம் என்ன? பாலத்தின் வளைவாரம் (Radius of curvature) இரண்டிலும் 40 மீட்டர்; ராணுவப் பீரங்கி வண்டியின் வேகம் மணிக்கு 45 கி. மீ.

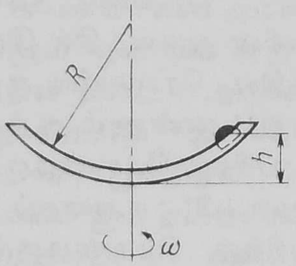
16. $H = 60$ செ. மீ. உயரத்திலிருந்து உராய்வின்றி ஒரு பண்டம் சறுக்கி வந்து, ஆரம் $R = 20$ செ. மீ. உள்ள வளையத்தைக் கீழ் மேலாகச் சுற்றிவருகிறது. (படம் 39). பாதையின் *A, B, C* இடங்களில் பண்டம் பாதையின்மீது அழுத்தம் விசைகளின் விகிதம் என்ன?



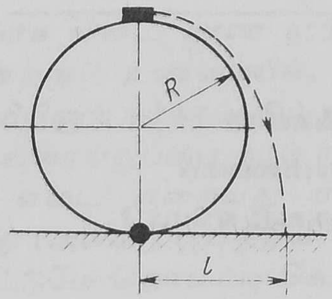
படம் 39

17. *R* நீளமுள்ள ஒரு நூலின் முனையில் உள்ள ஒரு பண்டம் செங்குத்துத் தளத்தில் சுழல முடியும். அடி நிலையில் நூலின் இழுவிசை பண்டத்தின் எடையைப் போல் பத்துமடங்கு இருக்கும் வகையில், பண்டம் உச்ச நிலையில் இருக்கும்போது அதற்குத் தர வேண்டிய கிடைமட்ட நேர் வேகம் என்ன?

18. கோள வடிவக் கோல் ஒன்றின் மேற்பரப்பிலிருந்து அதன் ஆரம் *R* இல் பாதியளவுள்ள தொலைவில் *T* அலைவு நேரத்துடன் வட்டப் பாதையில் ஒரு துணைக் கோள் சுற்றினால், அக்கோளின் பொருளின் அடர்த்தியை (density)க் கணக்கிடவும். ஈர்ப்பு நிலையென் *G* என்று வைத்துக் கொள்ளவும்.



படம் 40



படம் 41

19. R ஆர அளவுள்ள வட்ட வில் வடிவில் அமைந்துள்ள தொட்டியின் உட்புறத்தில் m நிறையுள்ள ஒரு பண்டம் சறுக்கிச் செல்ல இயலும். தொட்டி சீரானதொரு கோண நேர் வேகத்துடன் ஒரு செங்குத்து அச்சைச் சுற்றி சுழன்றால் எந்த h உயரத்தில் பண்டம் நிலைப்பு நிலையில் இருக்கும் (படம் 40)? பண்டம் தொட்டியின்மீது அழுத்தும் F விசையின் அளவு என்ன?

20. R ஆரமுள்ள ஒரு வளையம் செங்குத்தாகப் பூமியின்மீது அமைக்கப்பட்டுள்ளது. வளையத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒரு பண்டம் உராய்வின்றி சறுக்கி வருகிறது (படம் 41). வளையம் அமைக்கப்பட்டுள்ள இடத்திலிருந்து எத்தொலைவில் (l) பண்டம் விழும்?

§ 9

பண்டங்களின் எடையின்மையை விளக்குவது எப்படி ?

ஆசிரியர் : ''ஒரு பண்டத்தின் எடை ஒரு கோளின் துருவத்தில் இருப்பதைவிட மத்திய ரேகையில் குறைவாக இருக்கிறது'' என்னும் கூற்றை எவ்வாறு நீ புரிந்துகொண்டிருக்கிருய் ?

மாணவன் 'பி' : அதைப் பின்வருமாறு புரிந்து கொண்டிருக்கிறேன். பூமிக்கும் ஒரு பண்டத்திற்குமிடையேயுள்ள ஈர்ப்பு துருவங்களைவிட மத்திய ரேகையில் குறைவாக உள்ளது. இதற்கு இரண்டு காரணங்கள் உண்டு. முதலாவதாக, பூமி துருவங்களில் சற்றுத் தட்டையாயிருக்கிறது; எனவே, பூமியின் மையத்திற்கும் அவற்றுக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு மத்திய ரேகைக்கும் அதற்குமிடையேயுள்ள தொலைவைவிடச் சற்றுக் குறைவாயிருக்கிறது. இரண்டாவதாக, பூமி தனது அச்சைச் சுற்றியே சுழல்கிறது; அதன் விளைவாக, மத்திய ரேகையில் ஈர்ப்புவிசை மையம் விலகு விளைவு காரணமாகப் பலவீனமுற்றிருக்கிறது.

மாணவன் 'ஏ' : உன்னுடைய கடைசிக் கூற்றை மேலும் சற்றுத் தெளிவாகக் கூறவும்.

மாணவன் 'பி' : ஈர்ப்பு விசையிலிருந்து மையம் விலகு விசையைக் கழிக்க வேண்டும்.

மாணவன் 'ஏ' : அதை நான் ஏற்றுக்கொள்ளவில்லை. முதலாவதாக, ஒரு வட்டப் பாதையில் இயங்கும் பண்டத்தின்மீது மையம் விலகு விசை செலுத்தப்படுவதில்லை. சென்ற நூற்பகுதியில் (§8) அதைப் பற்றி ஏற்கனவேயே ஆராய்ந்திருக்கிறோம். இரண்டாவதாக, அத்தகைய விசை ஒன்று இருந்தாலும்கூட, அதனுல் ஈர்ப்பு விசை பூமியின் சுழற்சி இல்லாமலிருந்தால் எவ்வளவு இருக்குமோ, அவ்வளவாகவே அது இருப்பதைத் தடுக்க முடியாது. ஈர்ப்பு விசை GmM/r^2 க்குச் சமமாயிருக்கிறது; வேறு விசைகள் பண்டத்தின்மீது செயல்படும் காரணத்தினுல் மட்டுமே அது மாறுவதில்லை.

ஆசிரியர் : ''பண்டங்களின் எடை'' என்பது முதலில் தோன்றுவதுபோல் அவ்வளவு எளிதானதன்று. எனவேதான், தேர்வு

எழுதும் மாணவர்கள் அடிக்கடி சரியாக விடை காண முடியாத கேள்விகளுள் ஒன்ருக அது இருக்கின்றது. உண்மையில், ''ஒரு பண்டத்தின் எடை'' அப்பண்டம் பூமியினுல் ஈர்க்கப்படும் விசை, அதாவது GmM/r^2 விசை என்னும் வரையறுப்பை நாம் ஏற்றுக் கொண்டால், பூமத்திய ரேகையில் எடை குறைவது என்பது துருவங்களில் பூமி தட்டையாயிருப்பது (அல்லது பூமித்திய ரேகை யில் உப்பியிருப்பது) என்பதுடன் மட்டுமே தொடர்பு கொண்ட தாக இருக்கவேண்டும்.

மாணவன் 'பி': ஆனுல், பூமியின் சுழற்சியைப் புறக்கணிக்க முடியாதே!

ஆசிரியர்: நீ சொல்வதை முற்றிலும் ஏற்றுக்கொள்கிறேன். ஆனுல், ஒன்று சொல்ல விரும்புகிறேன். பொதுவாக, நடைமுறை வாழ்க்கையில், ''ஒரு பண்டத்தின் எடை'' அது பூமியினுல் ஈர்க் கப்படும் விசையாகக் கருதப்படுவதில்லே; (தர்க்கரீதியாக இது முற்றிலும் சரியே) வில்தராசு ஒன்றினுல் அளக்கப்படும் விசையாக, அதாவது, பூமிக்கெதிரான பண்டத்தின் எதிர்ச் செயல் விசை யாகவே கருதப்படுகிறது. வேறொரு வகையில் சொன்னுல், தாங்கும் எதிர்ச் செயல் விசையே அளக்கப்படுகிறது (ஒரு பண்டம் தாங்கும் பொருள் ஒன்றின்மீது செலுத்தும் விசை, நியூட்டனின் மூன்ருவது இயக்க விதிக்கேற்ப, தாங்கும் எதிர்ச் செயல் விசைக் குச் சமம்). இதிலிருந்து, ''ஒரு பண்டத்தின் எடை துருவங்களே விட மத்திய ரேகையில் குறைவாயுள்ளது'' என்னும்போது, துருவங்களேவிட மத்திய ரேகையில் அதைத் தாங்கும் பொருளின் மீது குறைவான விசையுடன் அது அழுத்துகிறது என்பதுதான் பொருளாகும்.

துருவங்களில் உள்ள ஈர்ப்பு விசையை P_1 என்றும், பூமத்திய ரேகையில் உள்ள ஈர்ப்பு விசையை P_2 என்றும், துருவங்களில் தாங்கும் எதிர்ச் செயல் விசையை N_1 என்றும், பூமத்திய ரேகை யில் தாங்கும் எதிர்ச்செயலே N_2 என்றும் வைத்துக் கொள்வோம், துருவங்களில் பண்டம் நிலேப்பு நிலேயில் இருக்கின்றது; பூமத்திய ரேகையில் அது ஒரு வட்டப் பாதையில் இயங்குகிறது. எனவே,

$$P_1 - N_1 = 0$$
$$P_2 - N_2 = ma_{cp}$$

இதில் a_{cp} என்பது மையம்நாடு முடுக்கமாகும். இச்சமன்பாடுகளைப் பின்வரும் வடிவத்தில் நாம் எழுதமுடியும் :

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= P_1 \\ N_2 &= P_2 - ma_{cp} \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

முதலாவதாக, P_2, P_1 ஐ விட (துருவங்களில் தட்டையாயிருப்பதன் விளைவாக)க் குறைவானதாக இருப்பதனாலும், இரண்டாவதாக, P_2 இலிருந்து ma_{cp} ஐ (பூமியின் சுழற்சியின் விளைவை)க் கழிப்பதாலும், N_2, N_1 ஐ விட குறைவாயிருப்பது தெளிவு.

மாணவன் 'பி' : ஆகவே, ''ஒரு பண்டம் தனது எடையில் பாதியை இழந்துவிட்டது'' என்னும்போது, பூமியினாலோ (அல்லது வேறு எந்தக் கோளினாலோ) அது ஈர்க்கப்படும் விசை பாதியளவிற்குக் குறைந்துவிட்டது என்பது பொருளாகாது, இல்லையா?

ஆசிரியர் : இல்லை, ஆகாது. ஈர்ப்புவிசை மாறாமலே இருக்கலாம். அதன் ஆதாரத்தின்மீது பண்டம் அழுத்தும் விசை (அதாவது, தாங்கும் எதிர்ச்செயல் விசை) பாதியளவிற்குக் குறைக்கப்படுகிறது என்பதையே அது குறிக்கிறது.

மாணவன் 'பி' : அப்படியானால், ஒரு பண்டத்தின் ''எடையின்மை''யை எளிதாக ஏற்படுத்திவிட முடியும் என்று தோன்றுகிறது. பண்டத்திற்கு அடியில் ஆழமான குழி ஒன்றைத் தோண்டி, அதனுள் அதன் தாங்கும் ஆதாரத்தோடுகூட அதை என்னால் விழும்படி செய்வதை எது தடுக்க முடியும்? இதனால் பண்டம் ''தனது எடையை'' முற்றிலும் ''இழந்துவிட்டது'' என்றோ, அது எடையின்மை நிலையில் இருக்கிறது என்றோ பொருளாகுமா?

ஆசிரியர் : நீ தனிப்பட்ட முறையில் சரியான முடிவிற்கு வந்திருக்கிறாய். உண்மையில், எடையின்மை நிலை என்பது பண்டத்தின் ஒரு வீழ்ச்சி நிலையேயாகும். இச்சந்தர்ப்பத்தில், பல குறிப்புக்களை எடுத்துக் கூற விரும்புகிறேன். பூமியின் ஈர்ப்பு விசை வேறு ஏதோ விசையினால் ஈடு செய்யப்படும் நிலையே எடையின்மை என்னும் விளக்கத்தை நான் படித்திருக்கிறேன். துணைக்கோளைப் பொருத்தவரை, மையம் விலகு விசையே இந்தச் சமன் செய்யும் விசை எனச் சொல்லப் பட்டுள்ளது. இதுபற்றிய விளக்கம் பின்வருமாறு கூறப்படுகிறது : துணைக்கோள் பூமியினால் ஈர்க்கப்படும் விசையும் மையம் விலகு விசையும் ஒன்றையொன்று ஈடுசெய்து

கொள்வதனுல், துணைக் கோளின்மீது செலுத்தப்படும் தொகு விசை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயுள்ளது; இந்நிலை எடையின்மையைக் குறிப்பதாகும்.

இது தவறு என்பது உனக்குத் தெளிவாக விளங்கும்; ஏன் எனில், மையம் விலகுவிசை எதுவும் துணைக் கோளின்மீது செயல்படுவதில்லை. நிற்க, எடையின்மை என்பது ஈர்ப்பு விசை வேருெரு விசையினுல் ஈடுசெய்யப்பட்டு விடும் ஒரு நிலை என்ருல், ஒரு பண்டம் கிடைமட்டத் தளத்தில் நிலைப்பு நிலையில் இருந்தாலேயே அதற்கு எடையில்லை எனக் கூறுவது மேலும் பொருத்தமாயிருக்கும். எடை, தாங்கும் எதிர்ச்செயல் விசையினுல் ஈடு செய்யப்பட்டுவிடும் எடுத்துக்காட்டுகளில் ஒன்ருகும் இது! உண்மையில் ஈர்ப்புவிசை ஈடுசெய்யப்படுவது எடையின்மைக்குத் தேவையே இல்லை. மாருக, ஒரு பண்டத்திற்கு எடையின்மை ஏற்பட வேண்டுமானுல், ஈர்ப்பு விசையைத் தவிர வேறு எந்த விசையும் செயல்படாத நிலைகளை ஏற்படுத்த வேண்டும் அதாவது. தாங்கும் எதிர்ச் செயல் விசை பூஜ்யமாக வேண்டும். ஈர்ப்பு விசைக்குட்படுத்தப்படும் ஒரு பண்டத்தின் இயக்கமே பண்டத்தின் வீழ்ச்சி. எனவே, எடையின்மை என்பது ஒரு வீழ்ச்சிநிலையே யாகும்; எடுத்துக்காட்டாக, சுரங்கக் குழாயில் ஒரு தூக்குக்கூடு விழுவது, அல்லது துணைக்கோள் ஒன்று பூமியைச் சுழல் பாதையில் சுற்றுவது.

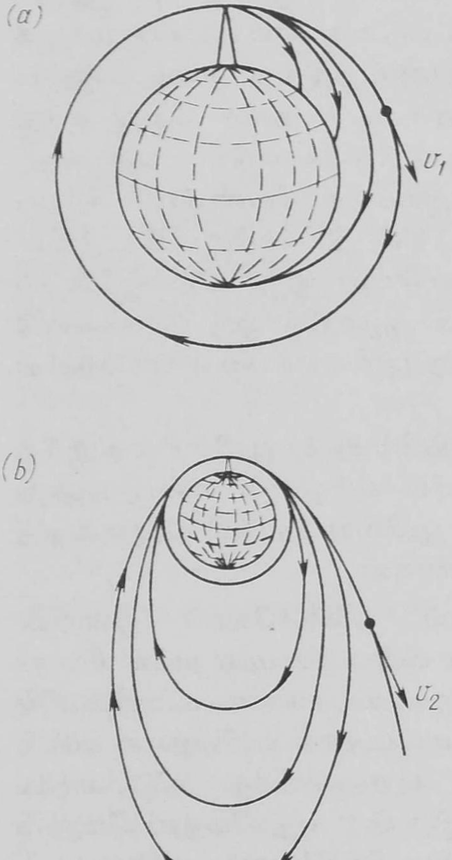
மாணவன் 'ஏ': சென்ற நூல் பகுதியில் (§ 8) பூமியைச் சுற்றித் துணைக்கோள் ஒன்று சுழல் பாதையில் சுற்றுவது என்பது அது முடிவில்லாத ஒரு நீண்ட நேரத்திற்கு பூமியை நோக்கி விழுவதைத் தவிர வேருென்றுமில்லை என்று கூறினீர்கள்.

ஆசிரியர்: பூமியைச் சுற்றி வரும் துணைக்கோள் ஒன்றின் இயக்கம் விழுவதேயாகும் என்பதைப் பின்வரும் முறையில் நிரம்பவும் தெளிவாகக் காட்டமுடியும். ஓர் உயரமான மலையின்மீது நின்றுகொண்டு, ஒரு கல்லைக் கிடைமட்டமாக எறிவதாக வைத்துக்கொள்ளவும். வளித்தடையைப் புறக்கணித்து விடுவோம். துவக்க நேர்வேகம் அதிகமாயிருக்க இருக்க, அது மேலும் மேலும் அதிகத் தொலைவில் விழும். துவக்க நேர்வேகம் அதிகரிக்கும் போது, கல்லின் செல்பாதை எவ்வாறு படிப்படியாக மாறுகிறது என்பதைப் படம் 42a விளக்கிக் காட்டுகிறது. v_1 என்னும் குறிப்பிட்ட நேர்வேகத்தில் விழும் கல்லின் செல்பாதை ஒரு வட்டமாக ஆகிவிடுகிறது; கல்லும் பூமியின் ஒரு துணைக்கோளாக ஆகிவிடு

கிறது. என்னும் நேர்வேகம் வட்டச் சுழல்பாதை நேர்வேகம் (circular orbital velocity) எனப்படுகிறது. (34) சமன்பாட்டிலிருந்து அது கணக்கிடப்படுகிறது.

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}} \tag{47}$$

துணைக்கோளின் சுழல் பாதையினுடைய ஆரம் ஏறக்குறைய பூமியின் ஆரத்திற்குச் சமமாயிருந்தால் $v_1 \cong 8$ கி. மீ. செக்கண்ட் என்றாகிறது.



படம் 42

மாணவன் 'ஏ': மலை உச்சியிலிருந்து கல்லை எறியும்போது துவக்க நேர்வேகத்தை அதிகரித்துக்கொண்டே யிருந்தால் என்ன ஆகும்?

ஆசிரியர்: மேலும் மேலும் அதிக அளவிற்கு நீண்டுள்ள நீள்வட்டத்தில் கல் பூமியைச் சுற்றி வரும் (படம் 42b) v_2 என்னும் குறிப்பிட்ட ஒரு நேர் வேகத்தில் கல்லின் செல்பாதை ஒரு பரவளையமாக ஆகி, கல் பூமியில் துணைக்கோளாக இருப்பதில்லை. v_2 நேர்வேகம் அகற்சி நேர்வேகம் (Escape velocity) எனப்படுகிறது. கணக்கிட்டால், v_2 ஏறத்தாழ 11 கி.மீ. செக்கண்ட் அளவிற்குச் சமமாயிருக்கிறது. இது v_1 ஐப்போல் சுமார் $\sqrt{2}$ மடங்குள்ளதாயிருக்கிறது.

மாணவன் ஏ': எடையின்மை நிலை என்பது ஒரு வகை வீழ்ச்சி நிலை என்று கூறியிருக்கிறீர்கள். எனினும், கல்லின் துவக்க நேர் வேகத்தின் அளவு அகற்சி வேகத்திற்குச் சமமாய் இருந்தால், கல் பூமியை விட்டு அகன்று போய் விடும். இந்நிலையில், அது பூமியை நோக்கி விழுகிறது என்று

சொல்லமுடியாது. பிறகு, கல்லின் எடையின்மையை எப்படி விளக்குவீர்கள்?

ஆசிரியர்: நிரம்பவும் எளிதாக. இதில் எடையின்மை என்பது சூரியனை நோக்கிக் கல் விழுவதாகும்.

மாணவன் 'ஏ': நட்சத்திரங்களுக்கிடையிலுள்ள விண்வெளியில் எங்கேயோ உள்ள விண்வெளிக்கலம் ஒன்றின் எடையின்மை அது ஏதோ ஒரு வான் பொருளின் ஈர்ப்புப் புலத்தில் விழுவதே யாகும் என்றே சொல்ல வேண்டும் அல்லவா?

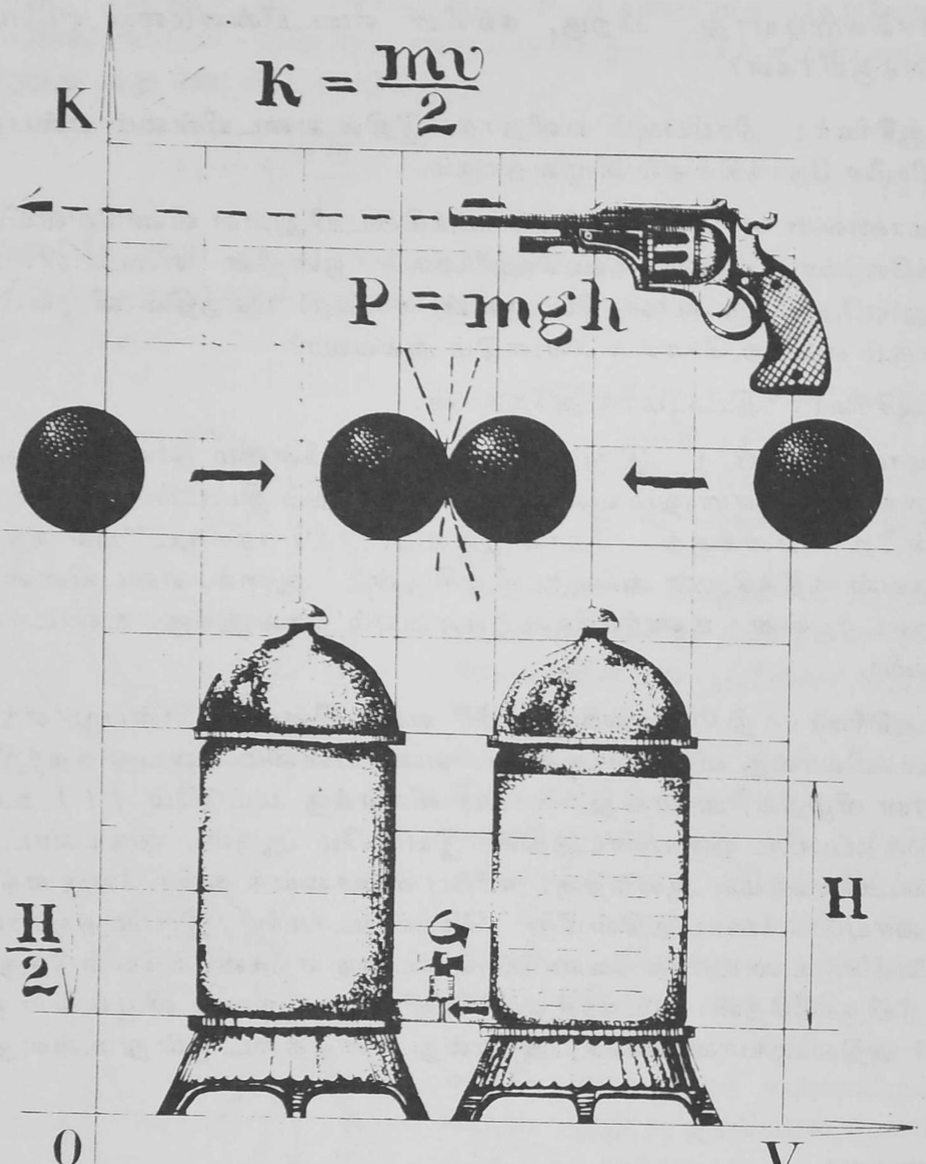
ஆசிரியர்: திட்டமாக அதேதான்.

மாணவன் 'பி': இருப்பினும், எடையின்மை என்பது, ஒரு வகை வீழ்ச்சி என்னும் வரையறுப்பை மேலும் திட்டப்படுத்தலாம் என்றே எனக்குத் தோன்றுகிறது. ''பாரச்சூட்''டிலிருந்து ஒருவன் குதிக்கிறான் அல்லது விழுகிறான்; ஆனால், எடையின்மை தொடர்புள்ள உணர்ச்சிகள் எவையும் அவனுக்கு உண்டாவதில்லை.

ஆசிரியர்: நீ சொல்வது சரி. எடையின்மை என்பது எந்த வகையிலாவது வீழ்வது ஆகாது. எடையின்மை என்பது சுதந்திரமான வீழ்தல், அதாவது, ஈர்ப்பு விசைக்கு மட்டுமே (!) உட்படுத்தப்பட்ட ஒரு பண்டத்தின் இயக்கமே ஆகும். ஒரு பண்டம் எடையில்லாமல் ஆவதற்கு, ஈர்ப்பு விசையைத் தவிர வேறு எந்த விசையும் பண்டத்தின்மீது செயல்படாமல் இருப்பதற்கான நிலைகளை உண்டாக்க வேண்டும் என்பதை ஏற்கனவேயே எடுத்துக் கூறியிருக்கிறேன். ''பாரச்சூட்''டிலிருந்து ஒருவன் விழும்போது, ஓர் அதிகபடியான விசை, அதாவது வளித்தடை ஒன்று உள்ளது.

கணக்கு:

21. ஒரு கோளவடிவ கோளின் மத்திய ரேகையில் பண்டங்களுக்கு எடையில்லை என்றால், அதன் தினசரிச் சுழற்சி நேரம் 10 மணியானால் அக்கோளிலுள்ள பொருளின் அடர்த்தியைக் கணக்கிடவும்.



அழிவின்மை பற்றிய பௌதிகவியல் விதிகளின் பங்கைச் சற்றேனும் குறைத்து மதிப்பிடவே முடியாது. பல தலைமுறைகளின் அனுபவத்தின் அடிப்படையில் மனித குலத்தினால் நிறுவபட்ட மிகப் பொதுவான விதிகள் அவை. அழிவின்மை விதிகளைத் திறமையாகப் பயன்படுத்தினால் பல கணக்குகளை எளிதாகப் போட முடிகிறது. ஆற்றல் அழிவின்மை விதி, உந்தம் (‘மோமென்டம்’) அழிவின்மை விதி ஆகியவை சம்பந்தமான எடுத்துக்காட்டுகளை நாம் ஆராயலாம்.

§ 10

ஆற்றல் அழிவின்மை விதி, நீள் உந்தம் அழிவின்மை விதி ஆகியவற்றை உங்களால் பயன்படுத்த முடியுமா ?

ஆசிரியர் : முதன் முதலில், குறிப்பிடத்தக்க எளிமையான கணக்குகள் சிலவற்றை எடுத்துக்கூறித் துவங்க விரும்புகிறேன். முதலாவது கணக்கு: α_1, α_2 என்னும் இரு வெவ்வேறு சாய் கோணங்களும், ஆனால், H என்னும் ஒரே உயரமும் கொண்ட இரு சாய்தளங்களில் பண்டங்கள் சறுக்கி நகர்கின்றன. பண்டங்களின் துவக்க நேர்வேகம் பூஜ்யம். அவற்றின் பாதைகளின் முடிவில் அவற்றுக்கு இருக்கும் நேர் வேகங்களைக் கண்டுபிடிக்கவும். இரண்டாவது கணக்கு: முடுக்கம், செல்லும் தொலைவு ஆகியவற்றின் அளவுகளில் பண்டத்தின் இறுதி நேர்வேகத்தைக் குறிப்பிடும் சூத்திரம் $v = \sqrt{2as}$ துவக்க நேர்வேகம் எதுவும் இல்லாத நிலையைக் குறிப்பிடுகிறது பண்டத்திற்கு v_0 துவக்க நேர்வேகம் இருந்தால், இச்சூத்திரம் எவ்வாறு அமைந்திருக்கும்? மூன்றாவது கணக்கு : ஒரு பண்டம் H உயரத்திலிருந்து v_0 கிடைமட்ட நேர்வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. பூமியை அடையும்போது அதற்குள்ள நேர்வேகத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும். நான்காவது கணக்கு : ஒரு பண்டம் கிடைமட்டத்திற்கு α கோணத்தில் v_0 துவக்க நேர்வேகத்துடன் மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது அது செல்லும் அதிகபட்ச உயரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

மாணவன் 'ஏ' : முதலாவது கணக்கிற்கு அடியிற்கண்ட முறையில் விடை காண்பேன். சாய்தளங்களுள் ஏதாவது ஒன்றை, எடுத்துக்காட்டாக, α, சாய்கோணமுள்ளதை எடுத்துக்கொள்வோம். பண்டத்தின்மீது இரு விசைகள் செலுத்தப் படுகின்றன: ஈர்ப்பு விசை P, தாங்கும் எதிர் செயல்விசை N_1, P விசையை இரு பகுதிகளாக, சாய்தளத்தின் திசையில் ஒன்றும் $(P \sin \alpha_1)$ அதற்குச் செங்குத்தாக மற்றொன்றும் $(P \cos \alpha_1)$ ஆகப் பகுப்போம். சாய்தளத்திற்குச் செங்குத்தான விசைகளுக்கான சமன்பாடு

$$P \cos \alpha_1 - N_1 = 0$$

அங்ஙனமே, சாய்தளத்தின் திசையிலேயேயுள்ள விசைகளுக்கான சமன்பாடு

$$P \sin \alpha_1 = \frac{P a_1}{g}$$

a_1 பண்டத்தின் முடுக்கமாகும். இரண்டாவது சமன்பாட்டிலிருந்து $a_1 = g \sin \alpha_1$ என்பது தெரிகிறது. பண்டம் செல்லும் தொலைவு $H/\sin \alpha_1$: அடுத்து, இரண்டாவது, கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பாதையின் இறுதியில் உள்ள இறுதி நேர்வேகத்தைக் கண்டுபிடிக்கிறோம் :

$$v_1 = \sqrt{2 a_1 s_1} = \sqrt{\frac{2gH \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1}} = \sqrt{2gH}$$

இறுதி விளைவு சாய்கோணத்தைச் சார்ந்திராததால், α_2 கோணம் சாய்ந்துள்ள இரண்டாவது சாய்தளத்திற்கும் இது பொருந்தும்.

இரண்டாவது கணக்கிற்கு விடை காணுவதற்கு, நன்கு தெரிந்த சலனவியல் தொடர்புகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$v = v_0 + at$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

முதலாவது சமன்பாட்டிலிருந்து $t = (v - v_0)/a$ என்பது தெரிகிறது. இரண்டாவது சமன்பாட்டில் t க்குப் பதிலாக இந்த மதிப்பைப் பயன்படுத்தினால் நமக்கு கிடைப்பது

$$s = \frac{v_0 (v - v_0)}{a} + \frac{a}{2} \frac{(v - v_0)^2}{a^2}$$

அல்லது,

$$2sa = 2v_0 v - 2v_0^2 + v^2 - 2vv_0 + v_0^2$$

அதாவது

$$2sa = v^2 - v_0^2 .$$

எனவே,

$$v = \sqrt{2as + v_0^2} \qquad (48)$$

மூன்ருவது கணக்கை எடுத்துக்கொண்டால், முதலில், இறுதி நேர்வேகத்தின் கிடைமட்டப் பகுதி v_1, செங்குத்துப் பகுதி v_2 ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிப்பேன். பண்டம் கிடைமட்டத் திசையில் சீரான நேர்வேகத்துடன் செல்வதனுல் $v_1 = v_0$. செங்குத்துத் திசையில் பண்டம் g முடுக்கத்துடன் செல்கிறது; ஆனுல், துவக்க நேர்வேகம் எதுவும் அதற்கு இல்லை. எனவே, $v_2 = \sqrt{2gH}$ என்னும் சூத்திரத்தை நாம் பயன்படுத்த முடியும். நேர்கோண முக்கோணம் ஒன்றின் பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை கர்ணத்தின் வர்க்கத்திற்குச் சமம் என்பதால், இறுதி விடை வருமாறு :

$$v = \sqrt{v_1{}^2 + v_2{}^2} = \sqrt{v_0{}^2 + 2gH} \qquad (49)$$

நான்காவது கணக்கு § 5 நூற் பிரிவில் ஏற்கனவேயே கவனிக்கப்பட்டுள்ளது. துவக்க நேர்வேகத்தைக் கிடைமட்டப் பகுதியாகவும் ($v_0 \cos \alpha$) செங்குத்துப் பகுதியாகவும் ($v_0 \sin \alpha$) பகுத்துக்கொள்ள வேண்டும். பிறகு, பண்டத்தின் செங்குத்து இயக்கத்தை எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும். முதன்முதலாக, சீரான குறைமுடுக்கமுள்ள இயக்கத்தின்போது நேர்வேகத்திற்கும் காலத்திற்குமுள்ள தொடர்புக்சான ($v_v = v_0 \sin \alpha - gt$ என்னும்) சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மேலே செல்வதற்காகும் நேரம் t_1 ஐக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்; இதைச் செய்யும்போது $t = t_1$ என்னும் நிலையில் பண்டத்தின் செங்குத்து நேர்வேகம் பூஜ்யமாகிவிடுவதைக் கணக்கிலெடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். ஆக, $v_0 \sin \alpha - gt_1 = 0$; எனவே, $t_1 \; (v_0/g) \sin \alpha$ தெரிந்துவிடுவதனுல், சீரான குறை முடுக்கத்துடன் கூடிய இயக்கத்தில் செல்லும் தொலைவுக்கும் காலத்திற்குமுள்ள தொடர்பைப் பயன்படுத்தி அடைந்த உயரம் H ஐக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

$$H = v_0 t_1 \sin \alpha - \frac{g t_1{}^2}{2} = \frac{v_0{}^2}{2g} \sin^2 \alpha$$

ஆசிரியர் : நான்கு கணக்குகளுக்கும் சரியான விடைகளையே கண்டுபிடித்திருக்கிருய். ஆயினும், நீ பயன்படுத்திய விழிகள்தாம் எனக்குத் திருப்தியளிக்கவில்லை. ஏன் எனில், ஆற்றல் அழிவின்மை விதியைப் பயன்படுத்தியிருந்தால், அவை அனைத்தையும் இன்னும் எளிதாக நீ போட்டிருக்கலாம்.

முதல் கணக்கு: இதில் ஆற்றல் அழிவின்மை விதி பின்வரும் வடிவில் இருக்கின்றது: $mgH = mv^2/2$ (சாய்தளத்தின் உச்சியில் பண்டத்திற்குள்ள நிலை ஆற்றல் அடியில் அதற்கிருக்கும் இயக்க ஆற்றலுக்குச் சமம்.) இச் சமன்பாட்டிலிருந்து, சாய்தளத்தின் அடியில் பண்டத்திற்குள்ள நேர்வேகத்தை உடனே கணக்கிட்டு விடலாம்:

$$v = \sqrt{2gH}$$

இரண்டாவது கணக்கு: இதில் ஆற்றல் அழிவின்மை விதி பின் வரும் வடிவில் உள்ளது: $mv_0{}^2/2 + mas = mv^2/2$ இதில் mas என்பது, பண்டத்திற்கு முடுக்கத்தை அளிப்பதில் விசைகள் செய்யும் வேலையைக் குறிக்கின்றது. இதிலிருந்து கிடைக்கும் சமன்பாடு: $v_0{}^2 + 2as = v^2$, அல்லது,

$$v = \sqrt{2as + v_0{}^2}$$

மூன்றாவது கணக்கு: இதில் ஆற்றல் அழிவின்மை விதியைப் பயன்படுத்தினால் கிடைக்கும் சமன்பாடு $mgH + mv_0{}^2/2 = mv^2/2$ எனவே,

$$v = \sqrt{2gH + v_0{}^2}$$

நான்காவது கணக்கு: பண்டம் எறியப்படும் இடத்தில் அதற்குள்ள ஆற்றல் $mv_0{}^2/2$ க்குச் சமம். அதன் செல்பாதையின் உச்சியில் அதன் ஆற்றல் $mgH + mv_1{}^2/2$. உச்சியில் அதற்கு நேர் வேகம் v_1, $v_0 \cos\alpha$ க்குச் சமமாதலால், ஆற்றல் அழிவின்மை விதிக்கேற்ப

$$\frac{mv_0{}^2}{2} = mgH + \frac{mv_0{}^2}{2}\cos^2\alpha$$

அல்லது, இறுதியில், $H = (v_0{}^2/2g)\,(1 - \cos^2\alpha)$

$$H = \frac{v_0{}^2}{2g}\sin^2\alpha$$

மாணவன் 'ஏ': ஆம்; இக்கணக்குகளை மேலும் எளிதான முறையில் போடமுடியும் என்பது எனக்கு நன்கு தெளிவாக விளங்குகிறது.

ஆசிரியர்: துரதிருஷ்டவசமாக, தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் இவ்விதி இருப்பதை அடிக்கடி மறந்துவிடுகின்றனர். அதன் விளைவாக, அதிகச் சிக்கலான வழிகளில் அத்தகைய கணக்குகளைப் போட முயல்கிறார்கள்; இதனால், பிழைகள் ஏற்படும் சாத்தியக் கூறும் அதிகமாகிறது. எனது அறிவுரை என்னவெனில், ஆற்றல் அழிவின்மை விதியை விரிவாகவும் அதிக சாமர்த்தியமாகவும் பயன்படுத்த வேண்டும் என்பதேயாகும்.

எத்துணை திறமையாக இந்த விதியைப் பயன்படுத்தமுடியும் என்னும் கேள்வி இப்போது எழுகிறது.

மாணவன் 'ஏ': இதற்குத் தனிப்பட்ட திறமை எதுவும் தேவைப் படுவதாக எனக்குத் தோன்றவில்லை; ஆற்றல் அழிவின்மை விதி மிகவும் எளிமையானதாகவே உள்ளது.

ஆசிரியர்: பௌதிகவியல் விதி ஒன்றைத் திட்டமாகப் பயன் படுத்தும் திறமையை, அதன் சிக்கலான தன்மையோ, எளிமையோ நிர்ணயிப்பதில்லை. ஓர் எடுத்துக்காட்டைக் கவனிப் போம். கிடைமட்டத் தளத்தில் சீரான நேர்வேகத்துடன் வட்டப் பாதையில் ஒரு பண்டம் செல்வதாக வைத்துக் கொள்ளவும். உராய்வு விசைகள் எவையும் செயல்படுவதில்லை. பண்டம் ஒரு மையம்நாடு விசைக்குட்படுத்தப்படுகிறது. பண்டம் ஒரு சுற்று சுற்றும்போது இவ்விசையினால் செய்யப்படும் வேலை யாது?

மாணவன் 'ஏ': வேலை என்பது விசை, அது செயல்படும் தொலைவு ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகையாகும். இவ்வெடுத் துக்காட்டில், அது $(mv^2/R)\ 2\pi R = 2\pi mv^2$ க்குச் சமம்; R என்பது வட்டத்தின் ஆரம், m பண்டத்தின் நிறை, v அதன் நேர்வேகம்.

ஆசிரியர்: ஆற்றல் அழிவின்மை விதிக்கேற்ப, வேலை முழுவதும் மறைந்துபோய் விட முடியாது. நீ கணக்கிட்ட வேலை என்ன வாயிற்று?

மாணவன் 'ஏ': பண்டத்தைச் சுற்றச் செய்வதில் அது பயன் படுத்தப்பட்டிருக்கிறது.

ஆசிரியர்: எனக்குப் புரியவில்லை. மேலும் திட்டமாகச் சொல்.

'**மாணவன் 'ஏ':** பண்டத்தை வட்டத்தின்மீது இருக்கும்படிச் செய்கிறது.

ஆசிரியர்: உனது ஆய்வு முறை தவறு. பண்டத்தை வட்டத்தின்மீது இருக்கும்படி செய்வதற்கு வேலை எதுவும் தேவையில்லை.

மாணவன் 'ஏ': உங்கள் கேள்விக்கு எப்படி விடையளிப்பது என்பது எனக்கு விளங்கவில்லை.

ஆசிரியர்: ஒரு பண்டத்திற்கு அளிக்கப்படும் ஆற்றல், பௌதிகவியலார் கூறுவதுபோல, கீழ்க்கண்ட ''வழி''களில் பகிர்ந்து வழங்கப்படுகிறது: *(1)* பண்டத்தின் இயக்க ஆற்றலை அதிகரிக்கச் செய்வதில்; *(2)* அதன் நிலை ஆற்றலை அதிகரிக்கச் செய்வதில்; *(3)* வேறு பண்டங்களின்மீது இந்தப் பண்டத்தினல் செய்யப்படும் வேலை; *(4)* உராய்வினல் ஏற்படும் வெப்பம். இப்பொதுவான கருத்தை எல்லா மாணவர்களும் போதுமான தெளிவுடன் புரிந்து கொள்வதில்லை.

இப்போது மையம்நாடு விசையின் வேலையைக் கவனிக்கவும். பண்டம் நிலையான நேர்வேகத்துடன் செல்கிறது; எனவே, அதன் இயக்க ஆற்றல் அதிகரிப்பதில்லை. ஆகவே, முதல் வழி இல்லை. பண்டம் கிடைமட்டத் தளத்தில் செல்கிறது. எனவே, அதன் நிலை ஆற்றல் அதிகரிப்பதில்லை. ஆகையால், இரண்டாவது வழியும் இல்லை. வேறு பண்டங்கள் எவற்றின்மீதும் இப்பண்டம் வேலை செய்வதில்லை; எனவே, மூன்றுவது வழியும் இல்லை. இறுதியாக, எல்லா வகை உராய்வும் தவிர்க்கப்பட்டுள்ளது. ஆகவே, நான்காவது வழியும் இல்லை.

மாணவன் 'ஏ': மையம்நாடுவிசை செய்யும் வேலைக்கு இடம் ஏதுமில்லை. அல்லது இடம் இருக்கிறதா?

ஆசிரியர்: ஒன்றுமில்லை. இதில் உனது நிலையை எடுத்துச் சொல்லவேண்டியதுதான் இப்போது எஞ்சியிருக்கிறது. ஒன்று, ஆற்றல் அழிவின்மை விதி உண்மையில்லை என்று ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டும்; அப்போது நமக்கு ஒரு சிரமமும் இல்லை: அல்லது, இவ்விதி உண்மையென வைத்துக்கொண்டு மேலே சென்றல் .... எப்படியும் உனது ஐயங்களுக்கு ஒரு வழி கண்டுபிடிக்க முடியும்.

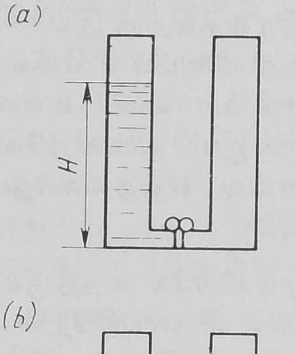
மாணவன் 'ஏ': மையம்நாடு விசை ஒரு வேலையும் செய்வதில்லை என்னும் முடிவுக்கு வரவேண்டியதுதான் என்று நினைக்கிறேன்.

ஆசிரியர் : தர்க்கரீதியான முடிவே. ஆற்றல் அழிவின்மை விதியின் நேர்விளைவே அது என்பதைக் குறிப்பிட விரும்புகிறேன்.

மாணவன் 'பி' : எல்லாம் நன்றாகத்தான் இருக்கிறது. ஆனால், பண்டத்தினால் செய்யப்படும் வேலைக்கான சூத்திரத்தை என்ன செய்வது ?

ஆசிரியர் : விசை, அது செயல்படும் தொலைவு, இவற்றைத் தவிர, சூத்திரத்தில் விசையின் திசை, நேர்வேகத்தின் திசை ஆகியவற்றிக்கிடையே உள்ள கோணத்தின் 'கொஸைன்' (cosine) என்பதும் இடம் பெற வேண்டும்.

$$A = Fs \cos \alpha$$



படம் 43

இந்த எடுத்துக்காட்டில், $\cos \alpha = 0$.

மாணவன் 'ஏ' : இந்த 'கொஸைன்' என்பதை மறந்தே போய்விட்டேன்.

ஆசிரியர் : மற்றோர் எடுத்துக்காட்டைக் குறிப்பிட விரும்புகிறேன். குழாய் அடைப்பான் ஒன்றுடன்கூடிய குறுகிய குழாயினால், இணைக்கப்பட்ட ஒன்றுக்கொன்று தொடர்புள்ள கலங்களை எடுத்துக் கொள்ளவும். திரவம் அனைத்தும் முதலில் இடது பக்கக் கலத்தில் இருப்பதாகவும் அதன் உயரம் H என்றும் வைத்துக் கொள்ளலாம் (படம் 43a). பிறகு, குழாய் அடைப்பானைத் திறந்தால், திரவம் இடது கலத்திலிருந்து வலது கலத்தினுள் ஒவ்வொரு கலத்திலும் $H/2$ அளவு சமமான உயரம் வரும்வரை திரவம் பாய்கிறது; பிறகு, நின்றுவிடுகிறது (படம் 43b). திரவத்தின் நிலை ஆற்றலை, துவக்க நிலையிலும் இறுதி நிலையிலும் கணக்கிடுவோம். இதற்கு, ஒவ்வொரு கலத்திலுமுள்ள திரவத்தின் எடையை திரவத் தம்பத்தின் உயரத்தில் பாதியளவினால் பெருக்க வேண்டும். துவக்க நிலையில் நிலை ஆற்றல் $PH/2$ ஆகவும், இறுதி நிலையில் $(P/2)(H/4)+(P/2)(H/4)=PH/4$ ஆகவும் இருக்கிறது. ஆக, இறுதிநிலையில், நிலை ஆற்றலின் அளவு துவக்க நிலையிலுள்ள

தில் பாதிதான் இருக்கிறது. ஆற்றலில் ஒருபாதி எங்கு மறைந்து போய்விட்டது?

மாணவன் 'ஏ': நீங்கள் கூறியபடி ஆராய முயல்கிறேன். $PH/4$ அளவுள்ள நிலை ஆற்றல், பிற பண்டங்களின்மீது வேலை செய்வதற்காகவோ, உராய்வினால் வெப்பம் உண்டாக்கப் படுவதிலோ, திரவத்தின் இயக்க ஆற்றலிலோ பயன்படுத்தப்படக்கூடும். நான் சொல்வது சரியா?

ஆசிரியர்: முற்றுலும் சரி. மேலே சொல்.

மாணவன் 'ஏ': நமது எடுத்துக்காட்டில், ஒரு கலத்திலிருந்து மற்றொரு கலத்திற்குப் பாயும் திரவம் வேறு எந்த பண்டங்களின் மீதும் வேலை செய்வதில்லை. இறுதி நிலையில் திரவத்திற்கு இயக்க ஆற்றல் எதுவும் இருப்பதில்லை; ஏன் எனில், அது நிலைப்பு நிலையில் இருக்கிறது. எனவே, நிலை ஆற்றலின் ஒரு பாதி உராய்வில் உண்டாகும் வெப்பமாக மாற்றப்பட்டிருக்கிறது என்னும் முடிவிற்கே வரவேண்டியுள்ளது. ஆயினும், அந்த உராய்வு எத்தகையது என்பது பற்றி எனக்குத் தெளிவாக விளங்கவில்லை.

ஆசிரியர்: சரியாக ஆராய்ந்து, சரியான முடிவிற்கே வந்திருக்கிறாய். உராய்வின் தன்மை பற்றிச் சிறிது சொல்ல விரும்புகிறேன். திரவம் பல்வேறு அடுக்குகள் கொண்டதாகவும், ஒவ்வோர் அடுக்கிற்கும் குறிப்பிட்ட வேகம் ஒன்று இருப்பதாகவும் நாம் வைத்துக் கொள்ளமுடியும். ஓர் அடுக்கு குழாயின் சுவர்களுக்கு எவ்வளவுக்கு எவ்வளவு அருகில் உள்ளதோ, அவ்வளவுக்கு அவ்வளவு அதன் நேர்வேகம் குறைவாக உள்ளது. அடுக்களிடையே 'மாலெக்யூல்'கள் (Molecules) எனப்படும் மூலக்கூறுகளின் இடமாற்றம் ஏற்படுகிறது; அதன் விளைவாக, ஒழுங்கான இயக்கத்துடன் கூடிய குறைந்த நேர்வேகமுள்ள மூலக்கூறுகளிடையே ஒழுங்கான இயக்கத்துடன்கூடிய அதிக நேர்வேகமுள்ள மூலக்கூறுகள் வருகின்றன; அங்ஙனமே, ஒழுங்கான இயக்கத்துடன் கூடிய அதிக நேர்வேகமுள்ள மூலக்கூறுகளிடையே ஒழுங்கான இயக்கத்துடன் கூடிய குறைந்த நேர்வேகமுள்ள மூலக்கூறுகள் வருகின்றன. இதன் விளைவாக, ''குறைந்த வேகமுள்ள'' அடுக்கிற்கு ''அதிக வேகமுள்ள'' அடுக்கினால் மிகைமுடுக்க விளைவும், ''அதிகவேகமுள்ள'' அடுக்கிற்கு ''குறைந்தவேகமுள்ள'' அடுக்கினால் குறைமுடுக்க விளைவும் உண்டாகின்றன. அடுக்குகளிடையே விசித்திரமான அக உராய்வு ஒன்று இருப்பதாக நாம் கருதுவதற்கு இது

இடம் கொடுக்கிறது. அதன் விளைவு, குழாயின் நடுப் பகுதியிலும், சுவர்களுக்கு அருகிலும் உள்ள அடுக்குகளின் நேர்வேகங்களிடையே உள்ள வேறுபாடு அதிகமாயிருக்கயிருக்க அதிக வலுவுடையதாகிறது. சுவர்களுக்கு அருகிலுள்ள அடுக்குகளின் நேர்வேகம், திரவ மூலக்கூறுகளுக்கும் சுவர்களின் மூலக்கூறுகளுக்கும் இடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயலினுல் பாதிக்கப்படுவதைக் கவனிக்கவும். திரவம் குழாயை நனேத்தால் சுவருக்கு உடனருகிலுள்ள அடுக்கு ஏறத்தாழ நிலையாகவே (நகராமலேயே) உள்ளது.

மாணவன் 'ஏ' : திரவத்தின் வெப்பநிலே துவக்க நிலையைவிட இறுதி நிலையில் சற்று அதிகமாயிருக்கவேண்டும் என்பதை இது குறிக்கிறது என்று பொருளாகுமா ?

ஆசிரியர் : ஆம், அதேதான். நமது கணக்கைச் சற்று மாற்றிப் பார்ப்போம். திரவத்துக்கும் குழாயின் சுவர்களுக்குமிடையே செயலெதிர்ச் செயல் எதுவும் இல்லே என்று வைத்துக்கொள்ளவும். அவ்வாருயின், எல்லா அடுக்குகளும் ஒரே நேர்வேகத்துடன் நகரும்; அக உராய்வு எதுவும் இராது. அப்போது, திரவம் ஒரு கலத்திலிருந்து இன்னெரு கலத்திற்கு எப்படி செல்லும்?

மாணவன் 'ஏ' : திரவத்திற்கு இயக்க ஆற்றல் கிடைப்பதால், நிலே ஆற்றலில் குறைவு ஏற்படும். அதாவது, படம் 43b இல் காட்டப்பட்டுள்ள நிலே நிலேப்பு நிலேயாக இராது. திரவம் இடது கலத்திலிருந்து வலது கலத்திற்கு, படம் 43c இல் காட்டப்பட்டிருக்கும் நிலேயை அடையும்வரை தொடர்ந்து சென்றுகொண்டிருக்கும். இந்நிலேயில், நிலே ஆற்றல் துவக்க நிலேயில் இருந்த அளவிற்கே (படம் 43a) வந்துவிடும்.

ஆசிரியர் : இதற்குப் பிறகு திரவத்திற்கு என்ன ஆகும் ?

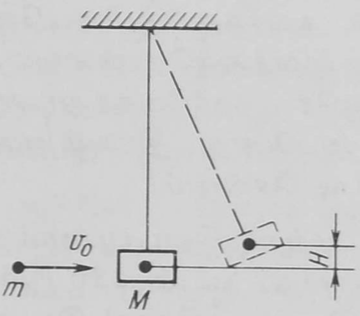
மாணவன் 'ஏ' : திரவம் எதிர்த்திசையில், வலது கலத்திலிருந்து இடது கலத்திற்குத் திரும்பிச் செல்லத் தொடங்கும். இதன் விளேவாக, திரவமட்டங்கள் தொடர்புள்ள கலங்களில் மேலும் கீழுமாகச் செல்லும்.

ஆசிரியர் : எடுத்துக்காட்டாக, பாதரசமுள்ள தொடர்புடைய கலங்களில் அத்தகைய அசைவுகளேக் காணமுடியும். பாதரசம் கண்ணுடியை நனேப்பதில்லே என்பது நமக்குத் தெரியும். நேரம் செல்லச் செல்ல இந்த அசைவுகள் குறைந்துகொண்டே போய் முடிவில் பூஜ்யமாகிவிடும் ; ஏன் எனில், திரவத்தின் மூலக்கூறு

களுக்கும் இடையே செயலெதிர்ச் செயல் இருப்பதை அறவே ஒதுக்கிட முடியாது.

மாணவன் 'ஏ' : ஆற்றல் அழிவின்மை விதியை நன்கு பயன் படுத்த முடியும் என்பது இப்போது தெளிவாக விளங்குகிறது.

ஆசிரியர் : மற்றோர் கணக்கு. v_0 நேர்வேகத்துடன் கிடைமட்டத்தில் செல்லும், m நிறையுள்ள ஒரு துப்பாக்கிக் குண்டு, ஒரு நூலில் தொங்க விடப்பட்டுள்ள M நிறையுள்ள மரத்துண்டு ஒன்றைத் தாக்கி அதனோடு ஒட்டிக்கொள்கிறது. சமநிலை நிலையிலிருந்து விலகுவதனால், மரத் துண்டு, துப்பாக்கிக்குண்டு அதைத் தாக்கியபிறகு எந்த H உயரத்திற்கு மேலே செல்லும். *(படம் 44)?*



படம் 44.

மாணவன் 'ஏ' : துப்பாக்கிக் குண்டு மரத்துண்டைத் தாக்கிய உடனே, துப்பாக்கிக் குண்டோடு கூடிய மரத் துண்டின் நேர்வேகத்தை v_1 என்று குறிப்பிடுவோம். இந்த நேர்வேகத் தைக் கணக்கிடுவதற்கு ஆற்றல் அழி வின்மை விதியை பயன்படுத்துவோம்:

$$\frac{m v_0^{1}}{2} = (m+M)\frac{v_1^{2}}{2} \qquad (50)$$

எனவே,

$$v_1 = v_0\sqrt{\frac{m}{m+M}} \qquad (51)$$

இந்த நேர்வேகம் தெரிந்துவிடுவதால், மீண்டும் ஆற்றல் அழி வின்மை விதியைப் பயன்படுத்தி H ஐக் கண்டுபிடிக்கலாம் :

$$(m+M)\,gH = (m+M)\frac{v_0^{2}}{2} \qquad (52)$$

(50), *(52)* சமன்பாடுகளைப் பின்வருமாறு இணைக்கலாம் :

$$(m+M)\,gH = \frac{m v_0^{2}}{2}$$

ஆகவே,

$$H = \frac{v_0^{2}}{2g}\,\frac{m}{(m+M)} \qquad (53)$$

ஆசிரியர் (மாணவன் 'பி' யினிடம்): இவ்விடையை பற்றி நீ என்ன நினைக்கிறாய்?

மாணவன் 'பி': நான் இதை ஏற்றுக்கொள்ளவில்லை. இத்தகைய கணக்குகளில் உந்தம் அழிவின்மை விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டும் என்று இதற்குமுன் எங்களுக்குச் சொல்லப்பட்டிருக்கிறது. ஆகையால், (50) சமன்பாட்டிற்கு மாற்றாக, வேறொரு இரண்டின் தொடர்பைப் பயன்படுத்தியிருப்பேன்:

$$mv_0 = (m+M)v_1 \tag{54}$$

(துப்பாக்கிக் குண்டு மரத்துண்டைத் தாக்குவதற்குமுன் அதற்குள்ள உந்தம், தாக்கியபின் துப்பாக்கிக் குண்டு மரத்துண்டு உந்தத்திற்குச் சமம்). இதிலிருந்து கிடைப்பது:

$$v_1 = v_0 \frac{m}{m+M} \tag{55}$$

இப்போது ஆற்றல் அழிவின்மை விதி (52) ஐப் பயன்படுத்தி, (55) சமன்பாட்டின் விடையை (52) சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தினால்,

$$H = \frac{v_0^2}{2} \frac{m^2}{(m+M)^2} \tag{56}$$

ஆசிரியர்: இரண்டு வெவ்வேறு கருத்துக்கள்; இரண்டு விடைகள். ஒரு வழியில் துப்பாக்கிக் குண்டு மரத்துண்டைத் தர்க்கும்போது இயக்க ஆற்றல் அழிவின்மை விதி பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது; இன்னொரு வழியில் உந்தம் அழிவின்மை விதி உபயோகிக்கப்பட்டுள்ளது. எது சரி? (மாணவன் 'ஏ'யினிடம்): உனது வழி சரி என்பதை எப்படி ருசுப்படுத்துவாய்?

மாணவன் 'ஏ': 'உந்தம் அழிவின்மை விதி'யைப் பயன்படுத்த வேண்டும் என்று எனக்குத் தோன்றவில்லை.

ஆசிரியர்: (மாணவன் 'பி'யினிடம்): நீ என்ன சொல்கிறாய்?

மாணவன் 'பி': எனது வழி சரி என்பதை எப்படி நிரூபிப்பது என்று எனக்குத் தெரியவில்லை. தாக்குதல்களைப் பொறுத்தவரை, 'உந்தம் அழிவின்மை விதி'யே எப்போது உண்மை என்றும். ஆற்றல் அழிவின்மை விதி எப்போதுமே உண்மையாயிருப்பதில்லை என்றும் நான் தெரிந்துகொண்டிருக்கிறேன். இந்த எடுத்துக்

காட்டில் இவ்விதிகளிலிருந்து வெவ்வேறான விடைகள் கிடைப்பதால் எனது விடையே சரியானது என்பது தெளிவு.

ஆசிரியர் : உண்மையில், அது முற்றிலும் சரியானதே. எனினும், இதைப்பற்றி இன்னும் சற்று ஆழமாகச் சிந்தித்துப் பார்ப்பது நல்லது. தாக்கும் பண்டங்கள் தாக்குதலுக்குப் பிறகு ஒன்றோடொன்று இணைந்துகொண்டால் (அல்லது, ஒன்றினுள் மற்றொன்று புதைந்துகொண்டால்) அத் தாக்குதல் ''முற்றிலும் மீள்திறனற்ற தாக்குதல்'' எனப்படுகிறது. அத்தகைய தாக்குதல்களின் சிறப்பியல்பு என்னவெனில், தாக்கும் பண்டங்களில் நிலையான மாற்றங்கள் இருப்பதாகும்; இதன் விளைவாக, குறிப்பிட்ட ஓர் அளவு வெப்பம் உண்டாகிறது. ஆதலால், பண்டங்களில் இயக்க ஆற்றலைப் பற்றி மட்டுமே குறிப்பிடும் (50) சமன்பாடு பொருந்தாது. நமது எடுத்துக்காட்டில், தாக்குதலுக்குப் பிறகு துப்பாக்கிக் குண்டோடு கூடிய மரத்துண்டின் நேர்வேகத்தைக் கணக்கிடுவதற்கு உந்தம் அழிவின்மை விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டியிருக்கிறது.

மாணவன் 'ஏ' : அதாவது, ஆற்றல் அழிவின்மை விதி முற்றிலும் மீள் திறனற்ற தாக்குதலில் உண்மையில்லை என்று பொருளா? ஆனால், இவ்விதி எல்லா நிலைகளிலும் உண்மையானதே.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் மீள் திறனற்ற தாக்குதலிலும் ஆற்றல் அழிவின்மை விதி உண்மையே என்பதைப் பற்றி ஐயமே இல்லை. அத்தகைய தாக்குதலுக்குப் பிறகு இயக்க ஆற்றல் அழியாமல் இருப்பதில்லை. நான் குறிப்பிடுவது இயக்க ஆற்றலே அன்றி, முழு ஆற்றல் அன்று என்பதைக் கவனிக்கவும். தாக்குதலில் ஏற்படும் வெப்பத்தை Q குறிப்பதாக வைத்துக்கொண்டால், மேலே சொல்லப்பட்ட முற்றிலும் மீள் திறனற்ற தாக்குதலைக் குறிக்கும் அழிவின்மை விதிகளைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்:

$$\left.\begin{aligned} mv_0 &= (m+M)v_1 \\ \frac{mv_0^2}{2} &= \frac{(m+M)v_1^2}{2} + Q \end{aligned}\right\} \qquad (57)$$

இதில், முதலாவது, உந்தம் அழிவின்மை விதி; இரண்டாவது, (விசையியல் ஆற்றல் மட்டுமல்லாது வெப்பமும் அடங்கிய) ஆற்றல் அழிவின்மை விதி (57) சமன்பாடுகளில் இரண்டு தெரியாதவை உள்ளன: v_1, Q. முதலாவது சமன்பாட்டிலிருந்து

v_1 ஐக் கணக்கிட்டு, உண்டாகும் வெப்பம் Q ஐக் கண்டுபிடிப்ப தற்கு இரண்டாவது சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும்.

$$Q=\frac{mv_0^{\,2}}{2}-\frac{(m+M)\,m^2\,v_0^{\,2}}{2(m+M)^2}$$

$$=\frac{mv_0^{\,2}}{2}\left(1-\frac{m}{m+M}\right) \qquad (58)$$

M நிறை அதிகமாயிருக்க அதிக அளவு ஆற்றல் வெப்பமாக மாறுகிறது என்பது தெளிவாகிறது. இறுதியளவில் அதாவது M நிறையின் அளவு மிகப் பெரியதாக இருக்கும்போது, நமக்குக் கிடைக்கும் சமன்பாடு: $Q=mv_0^{\,2}/2$, அதாவது, இயக்க ஆற்றல் **(Mechanical Energy)** முழுவதும் வெப்பமாக மாற்றப்படுகிறது. இது இயற்கையே: துப்பாக்கிக் குண்டு சுவரில் புதைகிறது என்று வைத்துக் கொள்ளவும்.

மாணவன் 'ஏ' : வெப்பம் உண்டாகாத தாக்குதல் இருக்க முடியுமா ?

ஆசிரியர் : அத்தகைய தாக்குதல்கள் சாத்தியமே. அவை ''முற்றிலும் மீள்திறனுள்ளவை'' **(Perfectly elastic)** எனப்படு கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, எஃகு உருண்டைகள் இரண்டின் தாக்குதலை ஏறக்குறைய முற்றிலும் மீள்திறனுள்ளதாகச் சொல் லாம். உருண்டைகளில் மீள்திறனுள்ள அமைப்பு மாறுதலே ஏற்படுகின்றது; வெப்பம் உண்டாவதில்லை. தாக்குதலுக்குப் பிறகு உருண்டைகள் தமது முந்தைய வடிவத்தையடைகின்றன.

மாணவன் 'ஏ' : முற்றிலும் மீள்திறனுள்ள தாக்குதலில், ஆற்றல் அழிவின்மை விதி இயக்க ஆற்றல் அழிவின்மை விதியாக ஆகின்றது என்று சொல்கிறீர்களா?

ஆசிரியர் : ஆம், அதுவேதான்.

மாணவன் 'ஏ' : ஆனல், இந்த எடுத்துக்காட்டில், உந்தம் அழி வின்மை விதி, ஆற்றல் அழிவின்மைவிதி இரண்டையும் முரண் பாடின்றி இசையும்படி எப்படி உங்களால் செய்யமுடியும் என்பது எனக்கு விளங்கவில்லை. தாக்குதலுக்குப் பிறகு நேர்வேகத் திற்கு இரண்டு முற்றிலும் வெவ்வேறான சமன்பாடுகள் கிடைக் கின்றனவே. அல்லது, உந்தம் அழிவின்மை விதியானது முற்றிலும்

மீள்திறனுள்ள தாக்குதலைப் பொறுத்தவரை உண்மையில்லையோ, என்னவோ.

ஆசிரியர்: உந்தம், இயக்க ஆற்றல் இரண்டின் அழிவின்மை விதிகளும் முற்றிலும் மீள்திறனுள்ள தாக்குதலைப் பொறுத்தவரை உண்மையானவையே. இவ்விதிகளை முரண்பாடின்றி இசையச் செய்வதில் ஒரு சிரமும் இல்லை. ஏன் எனில், முற்றிலும் மீள் திறனுள்ள தாக்குதலுக்குப் பிறகு, பண்டங்கள் வெவ்வேறு நேர் வேகங்களுடன் தனியாகச் செல்கின்றன. முற்றிலும் மீள்திறனுற்ற தாக்குதலுக்குப் பிறகு (பண்டங்கள் இணைந்துகொள்வதால்) தாக்குதலுக்கு உள்ளாகும் பண்டங்கள் ஒரே நேர்வேகத்துடன் செல்கின்றன ; ஆனால், முற்றிலும் மீள்திறனுள்ள தாக்குதலுக்குப் பிறகு, ஒவ்வொரு பண்டமும் அததற்குரிய குறிப்பிட்ட நேர் வேகத்துடன் செல்கிறது. இரண்டு தெரியாதவை இருந்தால் இரண்டு சமன்பாடுகள் தேவைப்படும். ஓர் எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக் கொள்வோம். v_0 நேர் வேகத்துடன் செல்லும், m நிறை யுள்ள ஒரு பண்டம் முற்றிலும் மீள்திறனுள்ள வகையில் நிலைப்பு நிலையிலிருக்கும் M நிறையுள்ள பண்டத்தின்மீது தாக்குவதாக வைத்துக் கொள்வோம். மேலும், தாக்குதலின் விளைவாகத் தாக்கும் பண்டம் எதிர்த்து வருவதாகவும் வைத்துக் கொள்ளவும். தாக்குதலுக்குப் பிறகு m பண்டத்தின் நேர்வேகத்தை v_1 எனவும், M பண்டத்தின் நேர்வேகத்தை v_2 எனவும் குறிப்பிடுவோம். அப்போது உந்தம், ஆற்றல் இவற்றின் அழிவின்மை விதிகளைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்:

$$\left.\begin{aligned} mv_0 &= Mv_2 - mv_1 \\ \frac{mv_0^2}{2} &= \frac{Mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \end{aligned}\right\} \quad (59)$$

முதல் சமன்பாட்டிலுள்ள—குறியைக் கவனிக்கவும். அதற்குக் காரணம், தாக்கும் பண்டம் எதிர்த்து வருவதாக நாம் வைத்துக் கொண்டதேயாகும்.

மாணவன் 'பி': ஆனால், தாக்குதலுக்குப் பிறகு, ஒரு பண்டம் எந்த திசையில் செல்லும் என்பதை முன்கூட்டியே சொல்ல முடி யாதே. m பண்டம் தாக்குதலுக்குப் பிறகு அதே திசையில், ஆனால், சற்றுக் குறைவான நேர்வேகத்துடன் செல்வது சாத்தியமில்லையா?

ஆசிரியர்: அது சாத்தியமே. அப்போது, (59) சமன்பாடுகளுக்கு விடை கண்டுபிடிக்கும்போது v_1க்கு—குறியுள்ள மதிப்புக் கிடைக்கும்.

மாணவன் 'பி': தாக்குதலுக்குப் பிறகு *m* பண்டம் செல்லும் திசை, *m*, *M* நிறைகளின் விகிதத்தினுல் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது என நான் நினைக்கிறேன்.

ஆசிரியர்: அப்படியேதான். $m<M$ ஆக இருந்தால், *m* பண்டம் எதிர்த்துப் பின் திசையில் வரும்; $m=M$ ஆக இருந்தால், தாக்குதலுக்குப் பிறகு அது நிலைப்பு நிலையில் இருக்கும்; $m>M$ ஆக இருந்தால், அது அதே திசையில், ஆனுல், குறைவான நேர்வேகத்துடன் செல்லும். ஆயினும், பொதுவாக, செல்லும் திசையைப் பற்றிக் கவலைப்பட வேண்டியதில்லை. ஏதாவதொரு திசை என்று வைத்துக்கொண்டு, கணக்கைப் போடத் துவங்க வேண்டியது தான். விடையில் குறி உனது ஊகத்தை-ஊகம் தவறுனதாக இருந்தால்-உணர்த்தும்.

மாணவன் 'பி': தாக்குதலின்போது உருண்டைகள் ஒன்றுக்கொன்று குறிப்பிட்ட ஒரு கோணத்தில் பிரிந்து செல்லக்கூடும் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஒரே நேர்க்கோட்டிலேயே இயக்கம் நிகழ்வதாக நாம் வைத்துக் கொண்டோம். எனவே, இது சிறப்பான நிலை என்றே கருத வேண்டும்.

ஆசிரியர்: நீ கூறுவது சரி. தாக்குதலுக்கு முன்பும் பின்பும் உருண்டைகள் அவற்றின் மையங்களை இணைக்கும் நேர்கோட்டிலேயே செல்வதான மையத்தாக்குதல் (Central collision) எனப்படுவதையே நாம் ஆராய்ந்தோம். மையம் விலகிய தாக்குதலைப் பற்றி நாம் பிறகு ஆராய்வோம். தற்போதைக்கு, எல்லாம் நன்கு தெளிவாயிற்று என்பதை அறிய விரும்புகிறேன்.

மாணவன் 'ஏ': இப்போது புரிந்தது. நான் புரிந்துகொண்டவரையில், (முற்றிலும் மீள்திறனுள்ள அல்லது மீள்திறனற்ற) தாக்குதல் எதிலும், உந்தம், ஆற்றல் இரண்டு அழிவின்மை விதிகளையும் பயன்படுத்தலாம்: தாக்குதல்களின் வெவ்வேறு வகை தன்மையிலிருந்து அழிவின்மை விதிகளைக் கூறுவதற்கு வெவ்வேறு சமன்பாடுகள் கிடைக்கின்றன, அவ்வளவுதான். மீள்திறனற்ற தாக்குதல்களில் தாக்குதலின்போது உண்டாகும் வெப்பத்தைக் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளவேண்டியது அவசியம்.

ஆசிரியர் : நீ கூறுபவை சரியான விபரங்களே.

மாணவன் 'பி' : நான் அறிந்துகொண்ட வரையில், முற்றிலும் மீள்திறனுள்ள தாக்குதலும் முற்றிலும் மீள்திறனற்ற தாக்குதலும் இரண்டும் வரம்பு நிலை (extreme) எடுத்துக் காட்டுகளாகும். சாதாரணமாக, மெய்யான எடுத்துக்காட்டுகளைப் பொறுத்த வரையில் அவை சரியாக இருக்குமா ?

ஆசிரியர் : இதுபற்றி நீ விசாரித்தது சரியே. நாம் ஆராய்ந்த தாக்குதல்கள் வரம்பு நிலை எடுத்துக்காட்டுகளே. மெய்யான (நடைமுறையில் பார்க்கும்) தாக்குதல்களில் ஓரளவு வெப்பம் ஏற்படுகிறது (முற்றிலும் இலட்சிய அளவில் மீள்திறனுள்ள வடிவ மாறுதல் என்பது கிடையவே கிடையாது); தாக்குதலுக்குப் பிறகு தாக்குதலுக்குள்ளாகும் பண்டங்கள் வெவ்வேறு நேர்வேகங்களுடன் பிரிந்து செல்லலாம். பெரும்பாலான எடுத்துக்காட்டுகளில், மெய்யான தாக்குதல்களை முற்றிலும் மீள்திறனுள்ள, முற்றிலும் மீள்திறனற்ற தாக்குதல்கள் எனப்படும் எளிமையான மாதிரிகளாக விவரிப்பது சரியாகவே இருக்கும்.

மையம் விலகிய (off-centre) மீள்திறனுள்ள தாக்குதலின் ஓர் எடுத்துக்காட்டை இப்போது கவனிப்போம்: 45° சாய்கோணமுடைய, சாய்தள உருவிலுள்ள ஒரு பண்டம் கிடைமட்டத் தளம் ஒன்றின்மீது கிடக்கிறது. v_0 நேர் வேகத்துடன் கிடைமட்டத் திசையில் வரும், m நிறையுள்ள உருண்டை ஒன்று, M நிறையுள்ள (சாய்தளப்) பண்டத்தின்மீது தாக்குகிறது. தாக்குதலின் விளைவாக, உருண்டை செங்குத்தாக மேலே எழும்பிச் செல்கிறது ; M பண்டம் கிடைமட்டத் தளத்தில் உராய்வின்றி சறுக்கி நகரத் தொடங்குகிறது. தாக்குதலுக்குப் பிறகு உருண்டை செங்குத்தாகச் செல்லும் துவக்க நேர்வேகத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும் (படம் 45). இக்கணக்கை உங்களில் யார் செய்ய விரும்புகிறீர்கள் ?

மாணவன் 'பி' : நாம் கணக்கிட வேண்டிய உருண்டையின் நேர்வேகத்தை v_1 என்றும், M பண்டத்தின் நேர்வேகத்தை v_2 என்றும் வைத்துக் கொள்வோம். தாக்குதல் மீள்திறனுள்ளது என்பதனால், இயக்க ஆற்றல் அழிவதில்லை என்று நான் வைத்துக் கொள்ளலாம். அப்போது.

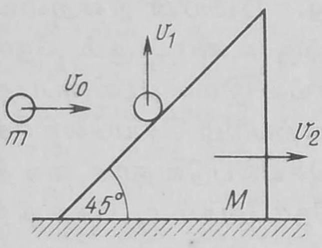
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} \qquad (60)$$

இன்னெரு சமன்பாடு தேவை; இதற்கு உந்தம் அழிவின்மை விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டும் என்பது தெளிவு. எனவே,

$$mv_0 = Mv_2 + mv_1 \tag{61}$$

ஆனுல், இந்தக் கடைசி சமன்பாடு பற்றி எனக்கு நிச்சயமில்லே. ஏன் எனில், v_1 நேர்வேகம் v_2 நேர்வேகத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கின்றது.

ஆசிரியர்: சமன்பாடு (60) சரியானது. சமன்பாடு (61) நீ நினைத்தது போலவே, தவறு. உந்தம் அழிவின்மை விதி ஒரு 'வெக்டர்' சமன்பாடு; ஏன் எனில், உந்தம், நேர்வேகத்தைப் போன்றே அதே திசையையுடைய ஒரு 'வெக்டர்' அளவுரு ஆகும். எல்லா நேர்வேகங்களும் ஒரே நேர்கோட்டில் செயல்படும்போது, 'வெக்டர்' சமன்பாட்டிற்குப் பதிலாக 'ஸ்கேலார்' சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தலாம் என்பது உண்மையே. மையத் தாக்குதல்களேப் பற்றி நாம் ஆராய்ந்த போது நிகழ்ந்தது அதுவே. எனினும், பொதுவாக, எல்லா நேர் வேகங்களேயும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான திசைகளில் பகுத்து, உந்தம் அழிவின்மை விதியை இந்த ஒவ்வொருத் திசைக்கும் தனியாக எழுத வேண்டியது அவசியம் (கணக்கு ஒரு தளத்தைப் பற்றியதாயிருந்தால், 'வெக்டர்' (Vector) சமன்பாட்டிற்குப் பதிலாக, ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான திசைகளில் உந்தத்தைக் கருதுவதற்காக இரண்டு 'ஸ்கேலார்' (Scalar) சமன்பாடுகளேப் பயன்படுத்த முடியும்).



படம் 45.

நமது கணக்கை எடுத்துக்கொண்டால், நாம் கிடைமட்ட செங்குத்துத் திசைகளே எடுத்துக் கொள்ளலாம். கிடைமட்டத் திசையில், உந்தம் அழிவின்மை விதி பின்வருமாறு:

$$mv_0 = Mv_2 \tag{62}$$

சமன்பாடுகளிலிருந்து (60), (62) கிடைப்பது

$$v_1 = v_0 \sqrt{\frac{M-m}{M}}$$

மாணவன் 'பி' : செங்குத்துத் திசையைப் பொறுத்தவரையில் நாம் என்ன செய்கிறோம் ?

ஆசிரியர் : மேலாகப் பார்க்கும்போது, உந்தம் அழிவின்மை விதி செங்குத்துத் திசையைப் பொறுத்தவரையில் உண்மையில்லை போல் தோன்றுகிறது. உண்மையில், அது அத்திசையைப் பொறுத்தவரையிலும்கூட மெய்யாகவே இருக்கிறது. தாக்குதலுக்கு முன்பு செங்குத்து நேர்வேகங்கள் எவையும் இல்லை; தாக்குதலுக்குப் பிறகு, செங்குத்தாக மேலே இயங்கும் mv_1 உந்தம் இருக்கின்றது. இதில், இன்னொரு பண்டமும் பங்கு கொள்கிறது என்பதை நாம் தெளிவாகக் கவனிக்க முடியும் : அதுதான் பூமி. பூமியின் விளைவு இல்லை என்றால், M பண்டம் தாக்குதலுக்குப் பிறகு கிடைமட்டத் திசையில்செல்லாது. பூமியின் நிறையை M_e என்றும், தாக்குதலின் விளைவாக அதற்கு உண்டாகும் நேர்வேகத்தை v_e என்றும் குறிப்பிடுவோம் உராய்வு இல்லாமலிருப்பதால், M பண்டத்திற்கும் பூமிக்குமிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயல் செங்குத்துத் திசையில் மட்டுமே செயல்படுவதாக வைத்துக்கொள்ள முடியும். அதாவது, பூமியின் நேர்வேகம் v_e, செங்குத்தாகக் கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகிறது. ஆகவே, பூமி பங்கு கொள்வதால் சமன்பாடு (62) மாறுவதில்லை; ஆனால், இதிலிருந்து செங்குத்துத் திசைக்கான சமன்பாடு கிடைக்கிறது :

$$mv_1 - M_e v_e = 0 \qquad (63)$$

மாணவன் 'பி' : பூமியும் இதில் பங்கு கொள்வதால், (60) ஆற்றல் சமன்பாட்டைத் திருத்த வேண்டியது அவசியம் என்று தெளிவாகிறது.

ஆசிரியர் : சமன்பாட்டை (60) எவ்வாறு திருத்தப் போகிறாய்?

மாணவன் 'பி' : தாக்குதலுக்குப் பிறகு பூமிக்கு ஏற்படும் இயக்கத்திற்கான உறுப்பு ஒன்றை அதனுடன் சேர்க்க விரும்புகிறேன் :

$$\frac{mv^2{}_0}{2} = \frac{mv^2{}_1}{2} + \frac{Mv^2{}_2}{2} + \frac{M_e v_e{}^2}{2} \qquad (64)$$

ஆசிரியர் : உனது எண்ணம் நியாயமானதாகவே இருக்கிறது. ஆயினும், சமன்பாட்டை (60) மாற்ற வேண்டிய தேவையில்லை.

உண்மையில், சமன்பாட்டிலிருந்து (63) பூமியின் நேர்வேகத்தைக் கணக்கிடலாம் :

$$v_e = \frac{mv_1}{M_e}$$

M_e நிறையின் அளவு மிகப் பெரிதாக இருப்பதால், தாக்குதலுக்குப்பிறகு பூமியின் v_e நேர்வேகத்தின் மதிப்பு ஏறத்தாழ பூஜ்யமே. இப்போது (64) சமன்பாட்டிலுள்ள $M_e v_e^2/2$ என்னும் உறுப்பை $(M_e v_e) v_e/2$ என்னும் வடிவில் எழுதலாம். இப்பெருக்குத் தொகையிலுள்ள $M_e v_e$ என்னும் அளவுருவுக்கு, சமன்பாட்டிற்கிணங்க (63), ஒரு குறிப்பிட்ட முடிவான மதிப்பு இருக்கிறது. இந்த மதிப்பை பூஜ்யத்தினல் (இங்கு, v_e என்பதனல்) பெருக்கினல், பெருக்குத் தொகையும் பூஜ்யமாகும். இதிலிருந்து, பூமி இந்தக் கணக்கில் நிரம்பவும் விசித்திரமான முறையில் பங்குகொள்கிறது என நாம் முடிவு செய்ய முடியும். அது குறிப்பிட்ட உந்தம் ஒன்றை அடைகிறது ; ஆனல், அதே சமயத்தில், அதற்கு ஆற்றல் எதுவும் கிடைப்பதில்லை. வேறுவிதமாகச் சொன்னல், உந்தம் அழிவின்மை விதியில் பங்கு கொள்கிறது ஆனல், ஆற்றல் அழிவின்மை விதியில் பங்கு கொள்வதில்லை. ஆற்றல் அழிவின்மை விதி, உந்தம் அழிவின்மை விதி ஆகிய இரண்டு விதிகளும் அடிப்படையில் வெவ்வேறன ஒன்றையொன்று சாராத தனிப்பட்ட விதிகள் என்பதற்கு இது குறிப்பிடத்தக்க சான்ருகும்.

கணக்குகள் :

22 3 கிலோகிராம் நிறையுள்ள ஒரு பண்டம் கீழ் நோக்கிச் செங்குத்தாகச் செயல்படும். ஸெக்கண்டுக்கு 2 மீ. துவக்க நேர்வேகத்துடன் குறிப்பிட்ட ஓர் உயரத்திலிருந்து கீழே விழுகின்றது. 10 ஸெக்கண்ட் இடைநேரத்தில் முடிவில் பண்டம் ஸெக்கண்டுக்கு 50 மீ. நேர்வேகம் அடைகிறது என்ருல், 10 ஸெக்கண்ட் நேரத்தில் தடை விசைகளை விஞ்சி மேம்படுவதற்குச் செய்யப்பட வேண்டிய வேலையைக் கண்டுபிடிக்கவும். தடை விசை நிலையானதென வைத்துக் கொள்ளவும்.

23. ஒரு பண்டம் முதலில் 30° சாய்கோணமுள்ள ஒரு சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கிச் சறுக்கி, பிறகு கிடைமட்டப் பரப்பில் செல்கிறது. சாய்தளத்தில் செல்லும் தொலை

வளவே கிடைமட்டப் பரப்பிலும் அது செல்கிறது என்ருல், உராய்வுக் குணகத்தைக் கணக்கிடவும்.

24. ஒரு சாய்தளத்திலிருந்து ஒரு பண்டம் சீராக நேர்வேகத்துடன் சறுக்கி வெளியே வரும்போது, சாய்தளத்தின் பயனுறுதிறன் (வினைத்திறன்) என்ன ?

25. m நிறையும் V கன பரிமாணமும் உள்ள ஒரு பந்து, H உயரத்திலிருந்து நீரில் விழுந்து, h ஆழத்திற்குச் சென்று, நீரைவிட்டு எழும்புகிறது. (பந்தின் அடர்த்தி நீரின் அடர்த்தியை விடக் குறைவு). நீரின் தடையையும் (அது நிலையானதாக இருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும்) நீரிலிருந்து எழும்பிய பின் பந்து செல்லும் உயரம் h_1 ஐயும் கண்டுபிடிக்கவும். வளித்தடையைப் புறக்கணித்து விடவும். நீரின் அடர்த்தி ρ என்பதனுல் குறிக்கப்படுகிறது.

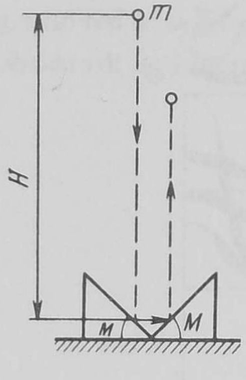
26. மணிக்கு 12 கிலோமீட்டர் நேர்வேகத்துடன் செல்லும் 50 டன் நிறையுள்ள ரெயில் பெட்டி ஒன்று, அதே பாதையில் நின்றுகொண்டிருக்கும் 30 டன் நிறையுள்ள திறந்த பெட்டி ஒன்றைத் தாக்குகிறது. தானுகவே இணைக்கும் சாதனம் இயங்கிய பின், ரெயில் பெட்டி திறந்த பெட்டி இரண்டும் சேர்ந்து செல்லும் நேர்வேகத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும். தடை விசை மொத்த எடையில் 5 சதவீதமாயிருந்தால், இரண்டு பெட்டிகளும் செல்லும் தொலைவைக் கணக்கிடவும்.

27. சாய்தளம் ஒன்றின் அடிப்பகுதியில் உள்ள M நிறையுடன் கூடிய பீரங்கி ஒன்று, v_0 துவக்க நேர்வேகத்துடன் கிடைமட்டத் திசையில் m நிறையுள்ள குண்டு ஒன்றை வீசுகிறது. தளத்தின் சாய்கோணம் α ஆகவும், பீரங்கிக்கும் தளத்திற்குமிடையேயுள்ள உராய்வுக் குணகம் k ஆகவும் இருந்தால் பீரங்கி பின்னியக்கம் காரணமாகச் சாய்தளத்தின் மேல் செல்லும் உயரம் என்ன ?

28. M, $2M$ நிறைகளுள்ள இரண்டு பந்துகள் ஒரே இடத்திலிருந்து l நீளமுடைய நூல்களிலிருந்து தொங்கிக் கொண்டிருக்கின்றன. M நிறையுள்ள பந்து α கோணத்திற்கு ஒரு பக்கமாக இழுக்கப்பட்டு, அதற்கு v_0 தொடுகோட்டு நேர்வேகம் ஊட்டப்பட்டபின், சமநிலை நிலையின் திசையில் விடப்படுகிறது. (1) தாக்குதல் முற்றிலும் மீள் திறனுள்ளதாயிருந்தால், (2) முற்றிலும் மீள் திறனற்றதாயிருந்தால் (தாக்குதலின் விளைவாக இரண்டு பந்துகளும் ஒன்ருக ஒட்டிக் கொண்டுவிடுகின்றன). தாக்குதலுக்குப் பிறகு பந்துகள் எழும்பும் உயரங்கள் யாவை ?

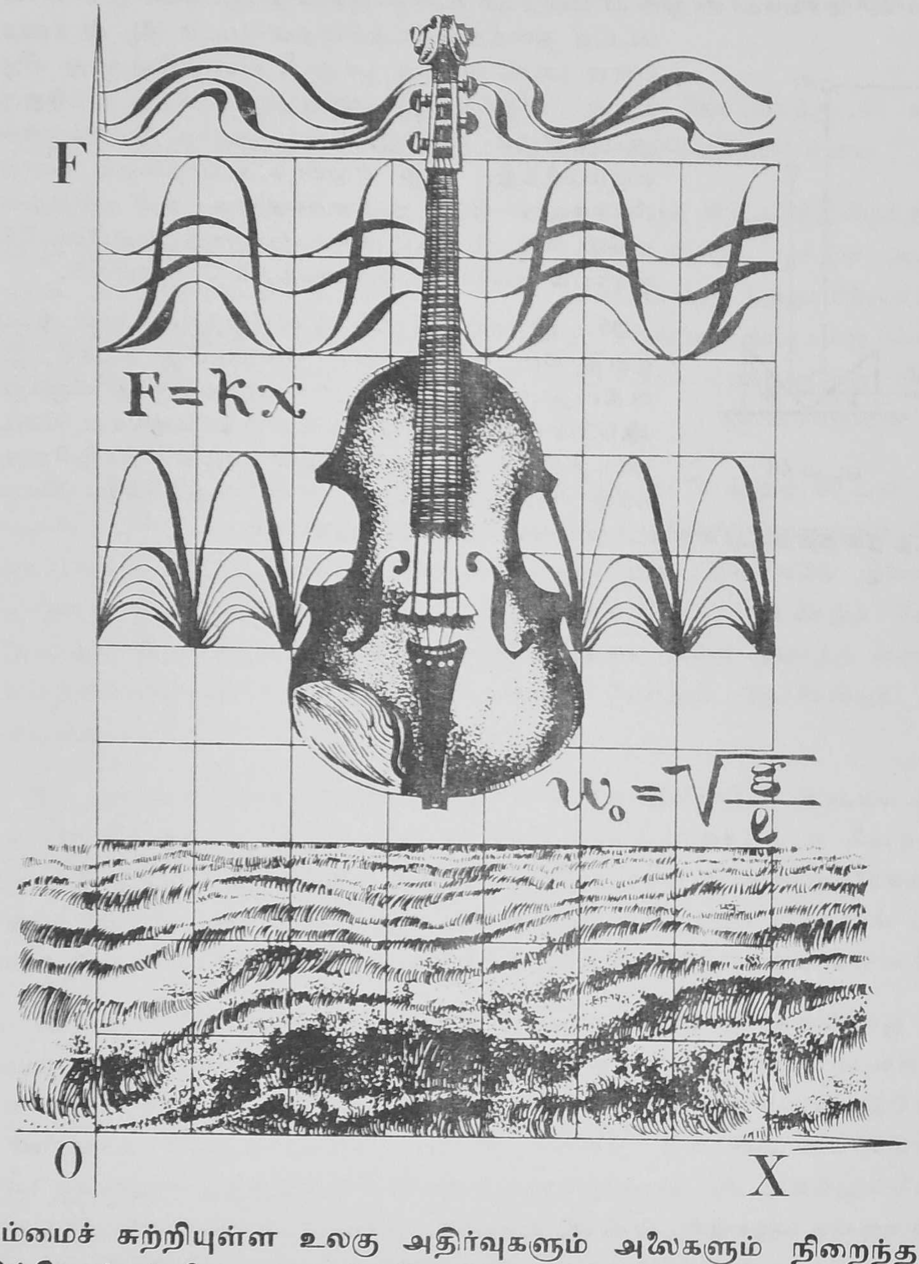
29. M நிறையுள்ள ஒரு பந்து l நீளமுள்ள நூலிலிருந்து தொங்கிக் கொண்டிருக்கிறது. எந்தக் குறைந்தபட்ச நேர்வேகத்துடன் ஒரு குண்டு அதைத் தாக்கினுல், அப் பந்து செங்குத்துத் தளத்தில் ஒரு முழுச் சுற்று சுற்ற முடியும் ?

30. 45° சாய்கோணமும் M நிறையும் உள்ள இரண்டு ஆப்புகள் ஒரு கிடைமட்டத் தளத்தில் கிடக்கின்றன (படம் 46). m நிறையுள்ள ($m \leqslant M$) ஒரு பந்து H உயரத்திலிருந்து விழுகிறது. முதலில் ஒரு ஆப்பு மீதும் பிறகு மற்றொரு ஆப்பு மீதும் விழுந்து, செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எழும்புகிறது. பந்து எழும்பும் உயரத்தைக் கண்டு பிடிக்கவும். இரு தாக்குதல்களும் மீள் திறனுள்ளவை என்றும், ஆப்புகளுக்கும் தளத்திற்குமிடையே உராய்வு இல்லை என்றும் வைத்துக் கொள்ளவும்.



படம் 46

31. 30° சாய்கோணமும் M நிறையும் உள்ள ஆப்பு ஒன்று கிடைமட்டத் தளம் ஒன்றின்மீது கிடக்கிறது. m நிறையுள்ள ஒரு பந்து H உயரத்திலிருந்து விழுந்து, ஆப்பின் மீது மீள் திறனுள்ள வகையில் தாக்கி, கிடைமட்டத்திற்கு 30° கோணத்தில் எழும்பிச் செல்கிறது: பந்து எழும்பும் உயரம் என்ன? ஆப்புக்கும் கிடைமட்டத் தளத்திற்குமுள்ள உராய்வைப் புறக்கணித்துவிடவும்.



நம்மைச் சுற்றியுள்ள உலகு அதிர்வுகளும் அலைகளும் நிறைந்தது. இத்தோற்றங்களை ஆராயும் பௌதிக அறிவியல் பிரிவைப் படிக்கும் போது இதை நினைவுபடுத்திக் கொள்ளவும். ஹார்மானிக் அதிர்வுகளையும், சிறப்பு எடுத்துக்காட்டாக, கணிதவியல் ஊசல் ஒன்றின் அதிர்வுகளையும் நாம் கவனிக்கலாம். சடத்துவமில்லாத தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளில் ஊசலின் இயக்கத்தை நாம் ஆராய்வோம்.

§ 11

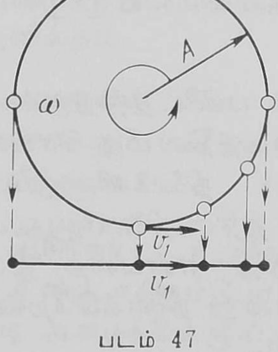
ஹார்மானிக் அதிர்வுகளை உங்களால் ஆராயமுடியுமா ?

ஆசிரியர் : ஹார்மானிக் (Harmonic) அதிர்வுகளைப் பற்றிச் சில மாணவர்களுக்குத் தெளிவாகத் தெரிவதில்லை. அவற்றில் வரையறுப்பைப் பற்றி முதலில் நாம் கவனிக்கலாம்.

மாணவன் 'ஏ' : அதிர்வுகள் 'ஸைன்' விதிக்கிணங்க நிகழ்ந்தால், அவை 'ஹார்மானிக்' அதிர்வுகள் எனப்படுகின்றன. 'ஸைன்' விதி: சமநிலை நிலையிலிருந்து ஒரு பண்டத்தின் விலகல் தொலைவு x, காலத்தைச் சார்ந்த பின்வரும் சமன்பாட்டிற்கேற்ப மாறுகிறது :

$$x = A \sin (\omega t + \alpha) \qquad (65)$$

இதில், A பண்டத்தின் வீச்சையும் (சமநிலை நிலையிலிருந்து பண்டத்தின் அதிகபட்ச விலகலையும்) ω வட்ட அதிர்வு எண்ணையும் ($\omega = 2\pi/T$; T என்பது அதிர்வு நேரம்), α துவக்கக் கலை (அல்லது அதிர்வு நிலை) (Initial phase) யையும் ($t = 0$ என்னும் கணத்தில் சமநிலை நிலையிலிருந்து உள்ள விலகலைக் குறிப்பது 'கலை') குறிக்கின்றன. A ஆரம் கொண்ட ஒரு வட்டத்தில் சீரான கோண நேர்வேகத்துடன் சுற்றும் ஒரு புள்ளியின் வீழ்ச்சியினுடைய இயக்கத்தைக் கொண்டு 'ஹார்மானிக்' அதிர்வுகளின பொருளை ஒருவாறு அறியலாம் (படம் 47).



படம் 47

மாணவன் 'பி' : ஹார்மானிக் அதிர்வுகளுக்குப் பிறிதொரு வரையறுப்பு சிறந்ததாக எனக்குத் தோன்றுகிறது. சமநிலைக்குக் கொணரும் விசை, அதாவது, சமநிலை நிலையை நோக்கிச் செயல்படுவதும் சமநிலை நிலையிலிருந்து பண்டம் விலகிச் செல்லச் செல்ல அதிகரிக்கும் மதிப்பைக் கொண்டதுமான ஒரு விசை காரணமாகவே அதிர்வுகள் ஏற்படுகின்றன என்பது எல்லோருக்கும் நன்கு தெரிந்திருப்பதேயாகும். சமநிலைக்குக் கொணரும் விசை F, சமநிலை நிலையி

லிருந்து பண்டத்தின் விலகல் தொலைவு x க்கு நேர்விகித அளவில் இருக்கும் அதிர்வுகள் ஹார்மானிக் அதிர்வுகள் ஆகும்.

$$F = kx \tag{66}$$

அத்தகைய விசை ''மீள் திறனுள்ளது'' எனப்படுகிறது.

ஆசிரியர்: இரண்டு வரையறுப்புகளுமே எனக்கு முழு மன நிறைவை அளிக்கின்றன. முதலாவதில், ஹார்மானிக் அதிர்வுகள் எப்படி ஏற்படுகின்றன என்பதன் அடிப்படையில் அவை வரையறுக்கப்பட்டுள்ளன; இரண்டாவதில், அவை ஏற்படுவதற்கான காரணத்தின் அடிப்படையில் அவை வரையறுக்கப்பட்டுள்ளன. அதாவது, முதலாவது வரையறுப்பு அதிர்களின் கால-வெளி (சலனவியல்) விவரணத்தைப் பயன்படுத்துகிறது; இரண்டாவதோ காரண (இயக்கவியல்) விவரணததைப் பயன்படுத்துகிறது.

மாணவன் 'பி': ஆனால், இவ்விரு வரையறுப்புகளுள் எது மேம்பட்டது? அல்லது, இரண்டுமே சமானமானவையோ?

ஆசிரியர்: இல்லை, இரண்டும் சமானபானவையல்ல; முதலாவது (சலனவியல்) வரையறுப்பு மேம்பட்டது. அது முழுமையானது.

மாணவன் 'பி': ஆனால், சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையின் தன்மை எவ்வாருயினும், அதிர்வுகளின் தன்மையை நிர்ணயிப்பது அதுவே என்பது தெளிவு. அவ்வாருயின், எனது வரையறுப்பு ஏன் அவ்வளவு முழுமையானதில்லை என்பது எனக்கு விளங்கவில்லை.

ஆசிரியர்: இது நீ சொல்வது போல் இல்லை. சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையின் தன்மை அதிர்வுகளின் தன்மையை முழுமையாக நிர்ணயிப்பதில்லை.

மாணவன் 'ஏ': குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் பண்டத்திற்குள்ள இயக்கத்தின் தன்மை அந்தக் கணத்தில் பண்டத்தின்மீது செயல்படும் விசைகளினுல் மட்டுமன்றி, துவக்க நிலைகளினுலும், அதாவது, துவக்கக் கணத்தில் இருக்கும் பண்டத்தின் நிலையினுலும் நேர்வேகத்தினுலும்கூட நிர்ணயிக்கப் படுகிறது என்பதை இப்போது நினைவுக்குக் கொண்டுவர வேண்டும் என்று நினைக்கிறேன். § 4 நூல், பிரிவில் இதை நாம் ஆராய்ந்தோம்.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. நாம் ஆராயும் இந்த எடுத்துக்காட்டைப் பொறுத்தவரை, மேற்கூறப்பட்ட கூற்று எதைக் குறிக்கிறது என்றால், அதிர்வுகளின் தன்மை, சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையினால் மட்டுமல்லாது, இவ்வதிர்வுகள் தோன்றிய நிலைகளினாலும் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது என்பதைத்தான். அதிர்வுகள் பல்வேறு முறைகளில் உண்டாகக்கூடும் என்பது தெளிவு. உதாரணமாக, ஒரு பண்டத்தைச் சமநிலை நிலையிலிருந்து குறிப்பிட்ட தொலைவிற்கு இழுத்து, பிறகு மெதுவாக விட்டுவிட முடியும். அது அதிரத் தொடங்குகிறது. அதிர்வின் தொடக்கம் பூஜ்யம் கணமாக எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டால், சமன்பாட்டிலிருந்து (65) நமக்குக் கிடைப்பது: $\alpha=\pi/2$; பண்டம் இழுக்கப்பட்ட தொலைவு அதன் அதிர்வினுடைய வீச்சாகும். சமநிலை நிலையிலிருந்து பண்டத்தை வெவ்வேறு தொலைவுகளுக்கு இழுப்பதனால் வெவ்வேறு அதிர்வு வீச்சுக்களை உண்டாக்க முடியும்.

அதிர்வுகளை உண்டாக்குவதற்கான மற்றொரு வழி, சமநிலையில் உள்ள பண்டத்திற்கு (அதைத் தள்ளுவதனால்) குறிப்பிட்டதொரு துவக்க நேர்வேகத்தை ஊட்டுவதாகும். பண்டம் அதிரத் தொடங்குகிறது. அதிர்வின் தொடக்கத்தைப் பூஜ்ய நிலையாக வைத்துக் கொண்டால் சமன்பாட்டிலிருந்து (65) $\alpha=0$ என்று தெரிகிறது. இவ்வதிர்வுகளின் வீச்சு, பண்டத்திற்குக் கொடுக்கப்படும் துவக்க நேர்வேகத்தைச் சார்ந்திருக்கிறது. இங்ஙனம், அதிர்வுகளைத் தோற்றுவிப்பதற்கு எத்தனையோ கணகற்ற வேறு இடைநிலை வழிகளைச் சொல்ல முடியும் என்பது தெளிவாகத் தெரிகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பண்டத்தை சமநிலை நிலையிலிருந்து அகற்றி, அதே சமயத்தில், அதைத் தள்ளவோ, வெட்டியிழுக்கவோ முடியும். இவ்வழிகளுள் ஒவ்வொன்றும், அதிர்வின் A வீச்சுக்கும் தொடக்கக் கலை α விற்கும் திட்டமான மதிப்புகளை அளிக்கும்.

மாணவன் 'பி' : A, α என்னும் அளவுருக்கள் சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையைப் பொறுதிருப்பதில்லை என்று சொல்கிறீர்களா ?

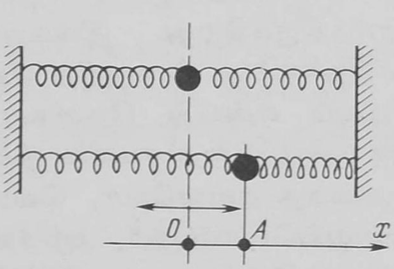
ஆசிரியர் : அதுவேதான். அதிர்வுகளை ஏதாவதொரு வழியில் நீ உண்டாக்கும்போது இவ்விரு அளவுருக்களையும் உனது விருப்பப்படி அமைக்கின்றாய். சமநிலைக்குக் கொணரும் விசை, அதாவது,

சமன்பாட்டிலுள்ள (66) k குணகம் வட்ட அதிர்வு என் ω ஐயே, அதாவது, பண்டத்தின் அதிர்வு நேரத்தையே நிர்ணயிக்கிறது. அதிர்வு நேரம் ஒரு பண்டத்தின் உள்ளார்ந்த (intrinsic) சிறப்பியல்பாகும் எனச் சொல்லலாம்; ஆனல், வீச்சு A யோ, தொடக்க கலையான α வோ குறிப்பிட்ட அதிர்வைத் தோற்றுவிக்கும் புற நிலைகளைச் சார்ந்துள்ளன.

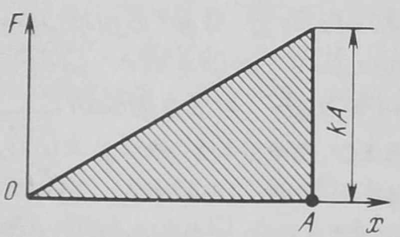
ஹார்மானிக் அதிர்வுகளின் வரையறுப்புகளைப் பற்றி மீண்டும் கவனிப்போம். இயக்கவியல் வரையறுப்பில் வீச்சைப் பற்றியோ, தொடக்கக் கலையைப் பற்றியோ எவ்வித தகவலும் இல்லை. மாருக சலன வியல் வரையறுப்பில் இவ்வளவுருக்கள் குறித்துத் தகவல் இருக்கின்றது.

மாணவன் 'பி': ஆனல், வீச்சை நிர்ணயிப்பதில், நமக்கு இத்தனை சுயேச்சை இருந்தால், அது அதிரும் பண்டத்தின் அவ்வளவு முக்கியமான சிறப்பியல்பு இல்லையோ, என்னவோ?

ஆசிரியர்: நீ நினைப்பது தவறு. வீச்சு என்பது அதிரும் பண்டத்தின் ஒரு மிக முக்கியமான சிறப்பியல்பாகும். இதை மெய்ப்பிப்பதற்கு, ஓர் எடுத்துக்காட்டைக் கவனிப்போம். இரண்டு சுருள்வில்களுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள m நிறையுள்ள ஓர் உருண்டை கிடை



படம் 48



படம் 49

மட்டத் திசையில் A விச்சுடைய ஹார்மானிக் அதிர்வுகளை உண்டாக்குகிறது (படம் 48) சுருள்வில்களின் மீள்திறன் தன்மைகளைக் குறிக்கும் மீள்திறன் குணகம் k சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையைத் தீர்மானிக்கிறது. அதிரும் உருண்டையின் ஆற்றலைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

மாணவன் 'ஏ': உருண்டையின் ஆற்றலைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு, அதன் வரம்பு விலகல் நிலையை $(x = A)$ வைக் கவனிப்போம். இந்

நிலையில், உருண்டையின் நேர்வேகம் பூஜ்யம்; எனவே, அதன் முழு ஆற்றலும் அதற்கிருக்கும் நிலையாற்றலாகும். சமநிலை நிலையிலிருந்து A தொலைவிற்கு உருண்டையை நகர்த்துவதில் சமநிலைக்குக் கொணரும் விசையான Fக்கு எதிராகச் செய்யப்படும் வேலையின் அளவைக் கொண்டு இந்த நிலை ஆற்றலை நிர்ணயிக்க முடியும். அதாவது,

$$W = FA \tag{67}$$

அடுத்து, (66) சமன்பாட்டிற்கேற்ப $F = kA$ என்பதைக் கணக்கிலெடுத்துக் கொண்டால்

$$W = kA^2$$

என்ருகிறது.

ஆசிரியர்: சரியான முறையிலேயே ஆராய்ந்தாய்; ஆனல், ஒரு பிழை செய்துவிட்டாய். விசை நிலையாக இருக்கின்றது என்னும் நிபந்தனையின்பேரில்தான் சமன்பாட்டை (67) பயன்படுத்த முடியும். நமது எடுத்துக்காட்டில், விசை F, படம் 49 இல் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல், தொலைவுக்கேற்ப மாறுகின்றது இவ்விசை $x = A$ தொலைவில் செய்யும் வேலை விசை வளைகோட்டின்கீழுள்ள கோடிட்ட பகுதியின் பரப்பளவுக்குச் சமமாகும். இது ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பு. எனவே, $kA^2/2$ க்குச் சமம்.

$$W = \frac{kA^2}{2} \tag{68}$$

அதிரும் பண்டம் ஒன்றின் மொத்த ஆற்றல், அதிர்வு வீச்சின் வர்க்கத்திற்கு நேர்விகித அளவில் இருப்பதைக் கவனிக்கவும். இதிலிருந்து, வீச்சு, அதிரும் பண்டத்தின் எத்துணை முக்கியமான சிறப்பியல்பாகும் என்பது விளங்குகிறது;

$0 < x < A$ என்ருல், மொத்த ஆற்றல் W, இரு பகுதிகளின் — இயக்க ஆற்றல், நிலை ஆற்றல் இவைகளின் — கூட்டு தொகையாகும்.

$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \tag{69}$$

சமநிலை நிலையிலிருந்து எந்த x தொலைவிலும் அதிரும் உருண்டையின் நேர்வேகம் v ஐக் கண்டுபிடிப்பதற்குச் சமன்பாடு (69)

9-01610

உதவுகிறது எனது அடுத்த கேள்வி : படம் 48 இல் காண்பிக்கப் பட்டுள்ள உருண்டையின் அதிர்வு நேரம் என்ன ?

மாணவன் 'பி' : அதிர்வு நேரத்திற்கான சூத்திரத்தைக் கண்டு பிடிப்பதற்குப் பகு நுண்கணிதவியலைப் பயன்படுத்த வேண்டியது அவசியமாகிறது.

ஆசிரியர் : திட்டமாகச் சொல்லப்போனல், நீ கூறுவது சரியே. ஆயினும், ஹார்மானிக் அதிர்வுகளுக்கான சலனவியல், இயக்க வியல் வரையறுப்புகளை ஒரே சமயத்தில் பயன்படுத்துவோமானல், பகு நுண்கணிதவியல் (Differential calculus) இல்லாமலேயே அதைக் கண்டுபிடிக்க முடியும். உண்மையில், சலனவியல் வரை யறுப்பை வரைபட உருவில் விளக்கும் படம் 47 லிருந்து, பண்டம் சமநிலை நிலையைக் கடக்கும் கணத்தில் அதன் நேர்வேகம்

$$v_1 = \omega A = \frac{2\pi A}{T} \tag{70}$$

என்பதைக் கண்டுக்கொள்ள முடியும். இயக்க வியல் வரையறுப்பி லிருந்து கிடைக்கும் சமன்பாட்டின் (68) முடிவைப் பயன் படுத்தி,

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \tag{71}$$

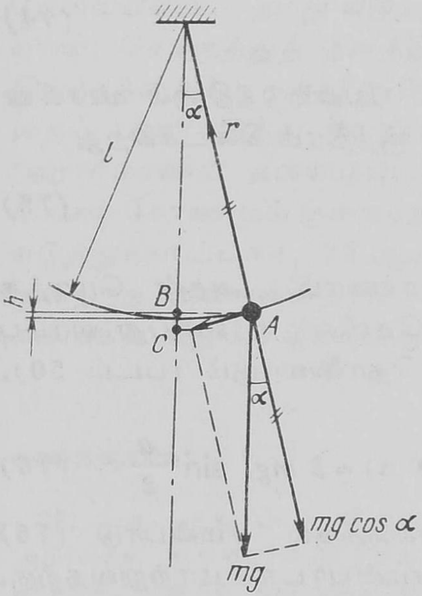
என்னும் ஆற்றல் சமன்பாட்டிலிருந்து v_1 நேர்வேகத்தைக் கணக் கிட முடியும் என்பதை அறியலாம் (உருண்டை சமநிலை நிலையைக் கடக்கும் கணத்தில் அதன் மொத்த ஆற்றலும் இயக்க ஆற்றலே). சமன்பாடுகளை (70), (71) இணைத்தால் நமக்குக் கிடைப்பது $4\pi^2 A^2 m/T^2 = kA^2$ எனவே,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{72}$$

முன்னமேயே குறிப்பிட்டதுபோல், அதிர்வு நேரம், அதிரும் பண்டத்தின் தன்மைகளினல் மட்டுமே நிர்ணயிக்கப்படுகிறது; அதிர்வுகள் தோற்றுவிக்கப்படும் முறையை அது சார்ந்திருப்ப தில்லை.

மாணவன் 'ஏ': அதிர்வுகளைபற்றி ஆராயும்போது சாதாரண மாக சுருள்வில்களுடன் இணைக்கப்பட்ட பந்தைக் குறிப்பிடுவ தில்லையே; ஊசலைத்தானே குறிப்பிடுறோம். மேலே கிடைத்த முடிவுகளை ஊசலுக்கும் பொருந்தும்படி பொதுமைப்படுத்த முடியுமா?

ஆசிரியர்: அம்மாதிரி பொதுமைப்படுத்துவதற்கு, ஊசலைப் பொறுத்தவரை, எது மீள்திறன் குணகமான k யின் இடத்தை வகிக்கிறது என்பதை முதலில் நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். ஊசல் அலைவதற்குக் காரணம் மீள்திறன் விசை எதுவுமில்லை; புவி ஈர்ப்பு விசையே அதற்குக் காரணமாயிருக்கிறது என்பது தெளிவு. l நீளமுள்ள நூல் ஒன்றிலிருந்து தொங்க விடப்பட்டுள்ள உருண்டை (ஊசலில் தொங்கட்டான் எனப்படுவது) ஒன்றைக் கவனிப்போம். செங்குத்துக் கோட்டிற்கும் நூலுக்குமிடையே உள்ள கோணம் α ஆக இருக்கும் வகையில், தொங்கட்டானைச் சமநிலை நிலையிலிருந்து ஒரு பக்கமாக இழுப்போம் (படம் 50). தொங்கட்டான்மீது இருவிசைகள் செயல்படுகின்றன: ஈர்ப்பு விசை mg, நூலின் இழுவிசை T. அவற்றின் தொகுவிசையே சம நிலைக்குக் கொணரும் விசையாகும். படத்திலிருந்து அது $mg \sin \alpha$ க்குச் சமம் என்று தெளிவாகிறது.



படம் 50

மாணவன் 'ஏ': $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ இவ்விரு நீளங்களுள் எதைச் சமநிலை நிலையிலிருந்து ஊசலின் விலகல் தொலைவாகக் கருதவேண்டும் (படம் 50)?

ஆசிரியர்: ஓர் ஊசலின் ஹார்மானிக் அலைவுகளை நாம் ஆராய்ந்து கொண்டிருக்கிறோம். இதற்கு, சமநிலை நிலையிலிருந்து நூலின் அதிகபட்ச விலகல் கோணம் மிகவும் குறைவானதாக இருக்க வேண்டும்.

$$\alpha \ll 1 \qquad (73)$$

(α கோணம் 'ரேடியன்' அலகுகளில் குறிப்பிடப் பட்டிருப்பதைக்

கவனிக்கவும்; 'டிகிரி' அலகுகளில் அது எப்படியும் 10°க்குக் குறைவாகவே இருக்கவேண்டும்). (73) நிபந்தனை நிறைவேற்றப்பட்டால், $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ நீளங்களிடையுள்ள வேறுபாட்டைப் புறக்கணித்து விடலாம்.

$$\overline{AB} = l \sin \alpha \cong \overline{AC} = l \tan \alpha$$

ஆக, உனது கேள்வி புறக்கணிக்கத் தக்கதாக ஆகிறது. அளவின் திட்டத்திற்காக, $x = \overline{AB} = l \sin \alpha$ என்று நாம் வைத்துக் கொள்ளலாம். அப்போது சமன்பாடு (66) ஊசலைப் பொறுத்தவரைப் பின்வரும் வடிவத்தில் எழுதப்படலாம்.

$$mg \sin \alpha = kl \sin \alpha \tag{66a}$$

எனவே,

$$k = \frac{mg}{l} \tag{74}$$

சமன்பாட்டில் (72), இம் முடிவைப் பயன்படுத்தினால் ஊசலின் ஹார்மானிக் அதிர்வு நேரத்திற்கான சூத்திரம் கிடைக்கிறது :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{75}$$

ஊசலின் ஆற்றலைப் பற்றியும் ஆராயலாம். அதன் மொத்த ஆற்றல் mgh க்குச் சமம் என்பது தெளிவு ; h என்பது வரம்பு நிலையில் தொங்கட்டான் எழும்பும் தொலைவாகும் (படம் 50). எனவே,

$$W = mgh = mgl\ (1 - \cos\ \alpha) = 2\ mgl\ \sin^2 \frac{a}{2} \tag{76}$$

α கோணத்தின் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் சமன்பாடு (76) பொருந்தும். ஆனால், இதை (68) சமன்பாடாக மாற்றுவதற்கு, ஊசலின் அதிர்வுகளின் 'ஹார்மானிக்' தன்மைக்கான நிபந்தனையை, அதாவது, சமனிலியை (73). நிறைவு செய்ய வேண்டியதாயிருக்கிறது. அப்போது, sin α வை 'ரேடியன்' (Radian) அலகுகளில் குறிக்கப்படும் கோணத்திற்குக் கிட்டத்தட்டச் சமம் எனக் கொள்ளமுடியும். சமன்பாடு (76) பின்வருமாறு மாறுகிறது ;

$$W \cong 2\ mgl \left(\frac{a}{2}\right)^2 = mgl \frac{a^2}{2}$$

சமன்பாட்டைக் (74) கணக்கிலெடுத்துக்கொண்டால், நமக்கு இறுதியில் கிடைப்பது :

$$W = k\frac{(la)^2}{2} \cong k\frac{(\overline{AB})^2}{2}$$

இது சமன்பாடே (68) ஆகும்.

மாணவன் 'பி': எனது நினைவு சரியானதாக இருந்தால், ஊசலின் அலைவுகளைப் பற்றி முன்பு ஆராய்ந்தபோது, விலகல் கோணம் குறைந்த அளவுள்ளதாயிருக்க வேண்டும் என்னும் நிபந்தனை இருக்கவில்லை.

ஆசிரியர்: நாம் தொங்கட்டானின் ஆற்றலை மட்டுமோ, நூலின் இழுவிசையை மட்டுமோ கவனிப்பதாயிருந்தால் இந்த நிபந்தனை தேவையில்லை. நமது எடுத்துக்காட்டில், நாம் ஆராய்வது ஊசலையல்ல; செங்குத்துத் தளத்தில் வட்டத்தில் செல்லும் ஒரு பந்தின் இயக்கத்தையே. எனினும், அதிர்வு நேரத்திற்கு (75) சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டிய கணக்கானல், ஊசலின் அலைவு 'ஹார்மானிக்' தன்மையுடயதாகவே இருக்க வேண்டும்; எனவே, விலகல் கோணமும் குறைந்த அளவுள்ளதாகவே இருக்கவேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, 33 ஆம் கணக்கில் ஊசலின் விலகல் கோணம் குறைந்த அளவுள்ளதாயிருப்பது முக்கியமில்லை; ஆனல், 34 ஆம் கணக்கில் அதுவே மிகவும் முக்கியமானதாக இருக்கிறது.

கணக்குகள் :

32. ஒரு பந்து படம் 48 இல் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல் 'ஹார்மானிக்' அதிர்வுகள் உள்ளதாயிருக்கிறது. சமநிலை நிலையிலிருந்து வீச்சின மதிப்பில் பாதிக்கு, மூன்றில் ஒரு பங்கிற்குத் தொலைவுகளில் பந்துக்குள்ள நேர் விகிதங்களின் விகிதத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

33. ஒரு நூலில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ள தொங்கட்டான் ஒன்று சமநிலை நிலையிலிருந்து 60° கோணத்திற்கு விலக்கப்பட்டு, விடப்படுகிறது. சமநிலை நிலையிலும் தொங்கட்டானின் அதிகபட்ச விலகல் நிலையிலும் நூலின இழுவிசைகளின் விகிதத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

34. மெல்லிய நூலிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ள பந்துடன் (தொங்கட்டானுடன்) கூடிய ஊசல் ஒன்று 5° கோணத்திற்கு விலக்கப்படுகிறது. ஊசலின் வட்ட அதிர்வெண்ணின் மதிப்பு ஸெக்கண்டுக்கு 2^{-1} என்றல், தொங்கட்டான் சமநிலை நிலையைக் கடக்கும் கணத்தில் அதன் நேர் வேகத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

§ 12

எடையின்மை நிலையில் ஊசலுக்கு என்ன நேர்கிறது?

ஆசிரியர்: 'லிப்ட்' (தூக்கிச் செல்லும் கூண்டு) ஒன்றின் சுவரில் ஓர் ஆணி அடித்து, அவ்வாணியுடன் கட்டப்பட்ட l நீளமுள்ள நூலிலிருந்து ஒரு தொங்காட்டானைத் தொங்கவிடுவதாக வைத்துக் கொள்வோம். அது 'ஹார்மானிக்' அதிர்வுகளை உண்டாக்கும் வகையில் அதை இயக்கலாம். 'லிப்ட்' a முடுக்கத்துடன் மேலே செல்வதாக வைத்துக் கொள்ளவும். ஊசலின் அதிர்வு நேரம் என்ன?

மாணவன் 'ஏ': முடுக்கத்துடன் செல்லும் 'லிப்டில்' நாம் மேலே செல்லும்போது நமது எடையில் கூடுதல் ஏற்படுவதை உணர்கிறோம். ஊசலுக்கும் இது பொருந்தும். அதன் அதிர்வு நேரத்தை

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} \qquad (77)$$

என்னும் சூத்திரத்தினால் கண்டுபிடிக்க முடியும் எனத் தோன்றுகிறது. ஆனால், என்னால் இந்த சூத்திரத்தைத் திட்டமாக மெய்ப்பிக்க முடியாது.

ஆசிரியர்: உனது சூத்திரம் சரியே. ஆனால், அதை மெய்ப்பிக்க நமக்குப் புதிதாக உள்ள ஒரு நோக்கை நாம் கையாள வேண்டும். இதுகாறும், நாம் சடத்துவத்துடன் கூடிய தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளில் அமைந்துள்ள பண்டங்களைப் பற்றியே ஆராய்ந்திருக்கிறோம். சடத்துவமல்லாத தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளை ஒதுக்கியிருக்கிறோம். மேலும், சடத்துவமல்லாத தொடர்புக் கட்டுக்கோப்புகளைப் பயன்படுத்த வேண்டாமென்று கூட உன்னை எச்சரித்திருக்கிறேன் (§ 4 ஐப் பார்க்கவும்). அது எவ்வாறாயினும், இந்தப் பிரிவில் அத்தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பையே பயன்படுத்துவது அதிக வசதியுள்ளதாயிருக்கிறது; நமது எடுத்துக்காட்டில், இத் தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு முடுக்கத்துடன் செல்லும் 'லிப்டு'டன் இணைக்கப்பட்டதாயுள்ளது. சடத்துவமல்

லாத ஒரு தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பில் முடுக்கம் a ஆக இருக்கும் போது நகரும் m நிறையுள்ள ஒரு பண்டத்தின் இயக்கத்தை ஆராயும்போது பண்டத்திற்கு அதிகப்படியான ஓர் விசையைச் செலுத்த வேண்டியிருக்கிறது என்பதை நினைவுக்குக் கொண்டுவரவும். சடத்துவ விசை (Force of inertia) எனப்படும் இவ் விசை ma க்குச் சமமாகவும், முடுக்கத்தின் திசைக்கு எதிர்த் திசையில் செயல்படுவதாகவும் உள்ளது. சடத்துவ விசையைச் செலுத்திய பின், தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு முடுக்கத்துடன் நகர்கிறது என்பதை நாம் மறந்துவிட்டு, சடத்துவத்துடன் கூடிய தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பில் இயக்கம் நடைபெறுவதாகவே வைத்துக் கொள்ளலாம். எனவே, 'லிப்ட்' எடுத்துக்காட்டில், தொங்கட்டான் மீது கூடுதலான விசையான ma ஐச் செலுத்த வேண்டும். இவ் விசையின் அளவு நிலையாக இருக்கின்றது; அதன் திசையும் மாறுவதில்லை; இதுவும் mg ஈர்ப்பு விசையின் திசையும் ஒன்றாகவே இருக்கிறது. எனவே, இதிலிருந்து சமன்பாட்டில் (75) முடுக்கம் g க்குப் பதிலாக (என் கணித) கூட்டுத் தொகையான $(g+a)$ ஐப் பயன்படுத்த வேண்டும் என்பது தெளிவாகிறது. இதன் விளைவாக, நீ குறிப்பிட்ட சமன்பாடு (77) கிடைக்கின்றது.

மாணவன் 'ஏ': ஆகவே. 'லிப்ட்' கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் முடுக்கமான a யுடன் கீழே இறங்குமானால் அதிர்வு நேரம் முடுக்கங்களிடையுள்ள $(g-a)$ வேறுபாட்டினால் நிர்ணயிக்கப்படும்; ஏன் எனில், சடத்துவ விசை ma புவிஈர்ப்பு விசைக்கு எதிர்த் திசையில் செயல்படுகிறது. நான் கூறுவது சரியா?

ஆசிரியர்: சரியே. இப்போது, அதிர்வு நேரம்

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} \qquad (78)$$

$a<g$ என்றால்தான் இச் சூத்திரத்திற்குப் பொருள் உண்டு. a இன் மதிப்பும் g இன் மதிப்பும் ஏறக்குறைய ஒன்றாக இருக்கும்போது ஊசலின் அதிர்வு நேரமும் அதிகரிக்கிறது. $a=g$ என்னும்போது, எடையின்மை நிலை தோன்றுகிறது. இப்போது ஊசலுக்கு என்ன நேரும்?

மாணவன் 'ஏ': சமன்பாட்டிற்கிணங்க (78), அதிர்வு நேரத்தின் அளவு மிகப் பெரியதாக ஆகிவிடுகின்றது. அதாவது, ஊசல் நிலையாக இருந்துவிடுகிறது.

ஆசிரியர் : உனது விடையின் சில விபரங்களைத் தெளிவுபடுத்திக் கொள்வோம். 'லிப்டி'ல் ஊசல் அதிர்வதுடன் தொடங்கினோம். திடீரென்று, 'லிப்ட்' தனியாகப் பிரிந்துபோய், கீழே விழத் தொடங்குகிறது (வளித்தடையைப் புறக்கணித்துவிடுவோம்). ஊசலுக்கு என்ன நேர்கிறது?

மாணவன் 'ஏ' : நான் ஏற்கனவேயே சொன்னதுபோல், அது நின்றுபோகிறது.

ஆசிரியர் : உனது விடை முற்றிலும் சரியில்லை. 'லிப்ட்' தனிப்படும்போது, தொங்கட்டான் அதன் வரம்பு நிலைகளுள் ஒன்றில் இருந்தால், ஊசல் நிலையாகவே (அதாவது, 'லிப்டை'ப் பொறுத்த வரை) இருக்கும். அக்கணத்தில் தொங்கட்டான் வரம்பு நிலையில் இல்லாதுபோனால், 'லிப்ட்' தனியாக வந்த கணத்தில் தொங்கட்டானுக்கு எந்த நேர்வேகம் இருந்ததோ, அதற்குச் சமமான சீரான நேர்வேகத்துடன் செங்குத்துத் தளத்தில் நூலின் முனையில் அது தொடர்ந்து சுற்றும்.

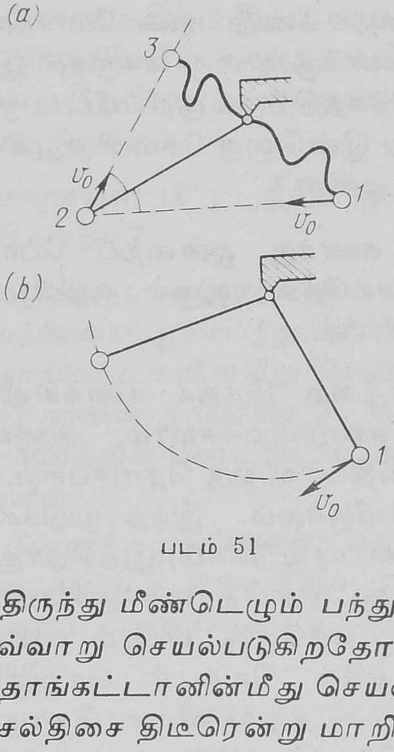
மாணவன் 'ஏ' : இப்போது புரிகிறது.

ஆசிரியர் : எடையின்மை நிலையிலுள்ள ஒரு விண்வெளிக் கலத்தினுள் இருக்கும் ஓர் ஊசலின் (ஒரு நூலுடன் இணைந்த தொங்கட்டானின்) இயக்கத்தை விளக்கும் படம் ஒன்று வரையவும்.

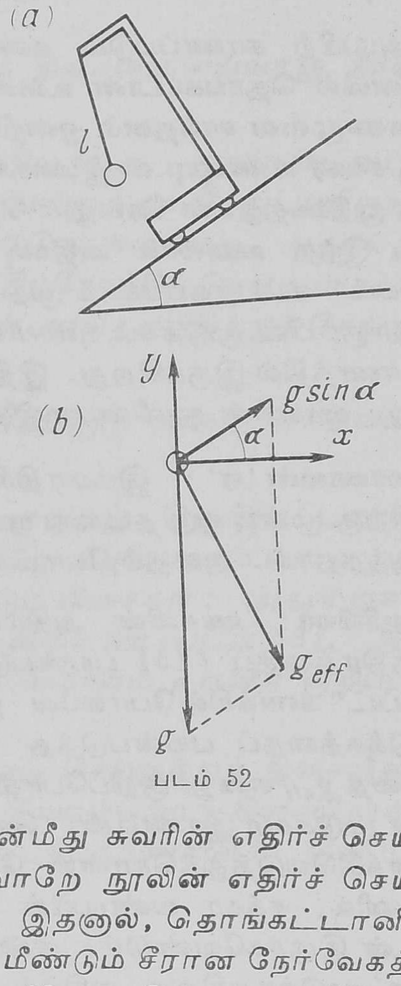
மாணவன் 'ஏ' : விண்வெளிக் கலத்தில் (Space ship), நூலின் முனையில் இருக்கும் தொங்கட்டான் (விண்வெளிக் கலத்தைப் பொறுத்தவரை), ஒன்று, நிலையாக இருக்கும், அல்லது நூலின் நீளத்தினல் நிர்ணயிக்கப்படும் ஆரம்கொண்ட வட்டத்தில் சுற்றும் (அதாவது, விண்வெளிக் கலத்தின் சுவர்களோ, கூரையோ குறுக்கிடாதிருந்தால்).

ஆசிரியர் : உனது விளக்கம் முழுமையானதாக இல்லை. எடையின்மை நிலையில் விண்வெளிக் கலம் ஒன்றினுள் நாம் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும். தொங்கட்டானையும் நூலையும் எடுத்து, நூலின் தனிமுனையை, சுவர்களோ, கூரையோ தொங்கட்டானின் இயக்கத்தைப் பாதிக்காத வகையில் பொருத்துவோம். இதன் பின், தொங்கட்டானைக் கவனமாக விடுவோம். தொங்கட்டான் நிலையாக இருக்கிறது. இதில் இரண்டு வகைகள் இருப்பதைப் பார்க்கலாம் : (1) நூல் தளர்த்து இருக்கும் நிலை; (2) நூல்

விறைப்பாக இருக்கும் நிலை. முதல் நிலையைக் கவனிக்கவும் (படம் 51*a* இல் *1* நிலை). தொங்கட்டானுக்குக் குறிப்பிட்ட நேர் வேகம் v_0 ஐக் கொடுக்கலாம். இதன் விளைவாக, தொங்கட்டான் நூல் விறைப்பாக ஆகும்வரை (படம் 51*a* இல் 2 நிலை) சீரான நேர்வேகத்துடன் ஒரு நேர்க் கோட்டில் செல்கிறது. இந்தக் கணத்தில், சுவர் ஒன்றின்



படம் 51



படம் 52

மீதிருந்து மீண்டெழும் பந்து ஒன்றின்மீது சுவரின் எதிர்ச் செயல் எவ்வாறு செயல்படுகிறதோ, அவ்வாறே நூலின் எதிர்ச் செயல் தொங்கட்டானின்மீது செயல்படும். இதனால், தொங்கட்டானின் செல்திசை திடீரென்று மாறி, அது மீண்டும் சீரான நேர்வேகத்து டன் செல்கிறது (படம் 51*a* இல் *3* நிலை). இத்தகைய விசித்திர ''திருப்பத்தில்'' படுகோணமும் திரும்புகோணமும் சமமாயிருக் கும் விதி உண்மையாயிருக்கவேண்டும். இப்போது இரண்டாவது நிலையை எடுத்துக்கொள்ளலாம்; முதலில் நூலை விறைப்பாக நீட்டி, பிறகு, தொங்கட்டானை விடுகிறோம். முதல் நிலையில் போலவே, தொங்கட்டான் அது விடப்பட்ட நிலையில் நிலையாகவே இருக்கும் (படம் 51*b* இல் *1* நிலை). பிறகு, நூலுக்குச் செங்குத் தான திசையில் தொங்கட்டானுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட நேர்வேகம் v_0 ஐக் கொடுப்போம். அதன் விளைவாக, தொங்கட்டான் சீரான

நேர்வேகத்துடன் ஒரு வட்டத்தில் சுற்றத் தொடங்குகிறது. சுழற்சித் தளம், நூலினுலும் தொங்கட்டானுக்குக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்வேகத்தின் 'வெக்டரி'னுலும் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

அடியிற் காணப்படும் கணக்கை எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு முனையில் தொங்கட்டான் உள்ள, l நீளமுள்ள நூல் ஒன்று, α சாய் கோணமுள்ள சாய்தளம் ஒன்றின்மீது உராய்வின்றிக் கீழே செல்லும் ஒரு சக்கர வண்டியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது (படம் 52*a*). குறிப்பிட்ட ஒரு முடுக்கத்துடன் செல்லும் தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பில் அமைந்திருக்கும் இந்த ஊசலின் அதிர்வு நேரத்தைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். 'லிப்ட்' சம்பந்தப்பட்ட முந்தைய கணக்குகளுக்கு மாருக, இத்தொகுப்பின் முடுக்கம் புவிஈர்ப்பு முடுக்கத்திற்குக் குறிப்பிட்ட ஒரு கோணத்தில் இருக்கிறது. இதிலிருந்து இன்னெரு கேள்வி எழுகின்றது: ஊசலின் நூலின் சமநிலை திசை என்ன?

மாணவன் 'ஏ': இம்மாதிரியான கணக்கு ஒன்றைப் போடுவதற்கு முன்பு ஒரு தடவை முயற்சி செய்தேன்; ஆனுல், குழப்பமாயிருந்ததால். அதைப் போட முடியவில்லை.

ஆசிரியர்: ஊசலின் அதிர்வு நேரத்தை இந்தக் கணக்கிலும் சூத்திரத்தைப் (75) பயன்படுத்திக் கண்டுபிடிக்கலாம்; ஆனுல்' 'லிப்ட்' கணக்கில் போலவே g க்குப் பதிலாக, ஒரு தொகுபயனை முடுக்கத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டியிருக்கும். இந்த முடுக்கம் (இதை g_{eff} என்று குறிப்போம்), புவிஈர்ப்பு முடுக்கம், இத்தொகுப்பின் முடுக்கம் இரண்டின் 'வெக்டர்' கூட்டுத் தொகைக்குச் சமம். கணக்கிலெடுத்துக்கொள்ள வேண்டிய மற்ருெரு விபரம் என்னவெனில், சக்கர வண்டியின் முடுக்கத்தின் 'வெக்டர்' மாறுகுறியுடன் இருக்கவேண்டும்; ஏன் எனில், சடத்துவ விசை, தொகுப்பின் முடுக்கத்திற்கு எதிர்த் திசையில் இருக்கின்றது. முடுக்க 'வெக்டர்'கள் படம் 52*b* இல் காட்டப்பட்டுள்ளன; சக்கர வண்டியின் முடுக்கம் $g \sin \alpha$ க்குச் சமம் அடுத்து, g_{eff} ஐக் கண்டுபிடிப்போம்:

$$g_{eff} = \sqrt{g^2_{eff\,x} + g^2_{eff\,y}}$$

$$= \sqrt{(g \sin \alpha \cos \alpha)^2 + (g - g \sin^2 \alpha^2)}$$

$$= g \cos \alpha \qquad (79)$$

எனவே,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} \qquad (80)$$

மாணவன் 'ஏ' : நூலின் சமநிலைத் திசையை எவ்வாறு நிர்ணயிப்பது ?

ஆசிரியர் : g_{eff} முடுக்கத்தின் திசையே அது. சமன்பாட்டைக் (79) கவனித்தால், இந்தத் திசை செங்குத்துக் கோட்டிலிருந்து α கோணத்தில் இருப்பதைக் கண்டுகொள்ளலாம். அதாவது, சமநிலை நிலையில் சாய்தளத்தின்மீது கீழ்நோக்கிச் செல்லும் சக்கர வண்டியிலுள்ள ஊசல் ஒன்றின் நூல் சாய்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்.

மாணவன் 'பி' : இந்த முடிவை வேறொரு முறையில் அடைய முடியாதா ?

ஆசிரியர் : சக்கர வண்டியைப் பொறுத்து, தொங்கட்டானின் சமநிலையை ஆராய்ந்து நேராகவே இம்முடிவுக்கு நாம் வரமுடியும் தொங்கட்டானின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகள் : அதன் எடை mg, நூலின் இழுவிசை T, சடத்துவ விசை ma (படம் 53). நூல் செங்குத்துக் கோட்டுடன் அமையும் கோணம் β எனக் குறிப்பிடுவோம்:

பின்னர், இவ்வெல்லா விசைகளையும் செங்குத்துத் திசையிலும் கிடைமட்டத் திசையிலும் பகுத்து, இவ்வொவ்வொரு திசையிலுள்ள விசைப் பகுதிகளின் சமநிலைக்கான நிபந்தனைகளைக் குறிப்பிடுவோம் :

$$\left.\begin{aligned} T \cos \beta + ma \sin \alpha &= mg \\ T \sin \beta &= ma \cos \alpha \end{aligned}\right\} \qquad (81)$$

$a = g \sin \alpha$ என்பதைக் கணக்கிலெடுத்துக்கொண்டு சமன்பாடுகளைப் (81) பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம் :

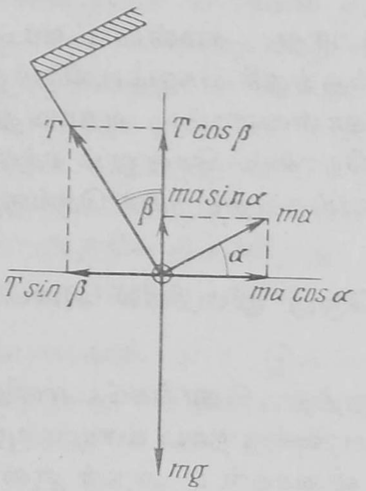
$$\left.\begin{aligned} T \cos \beta &= mg\,(1 - \sin^2 \alpha) \\ T \sin \beta &= mg \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}\right\}$$

ஒரு சமன்பாட்டை மற்றொன்றினல் வகுத்தால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$\cot \beta = \cot \alpha$$

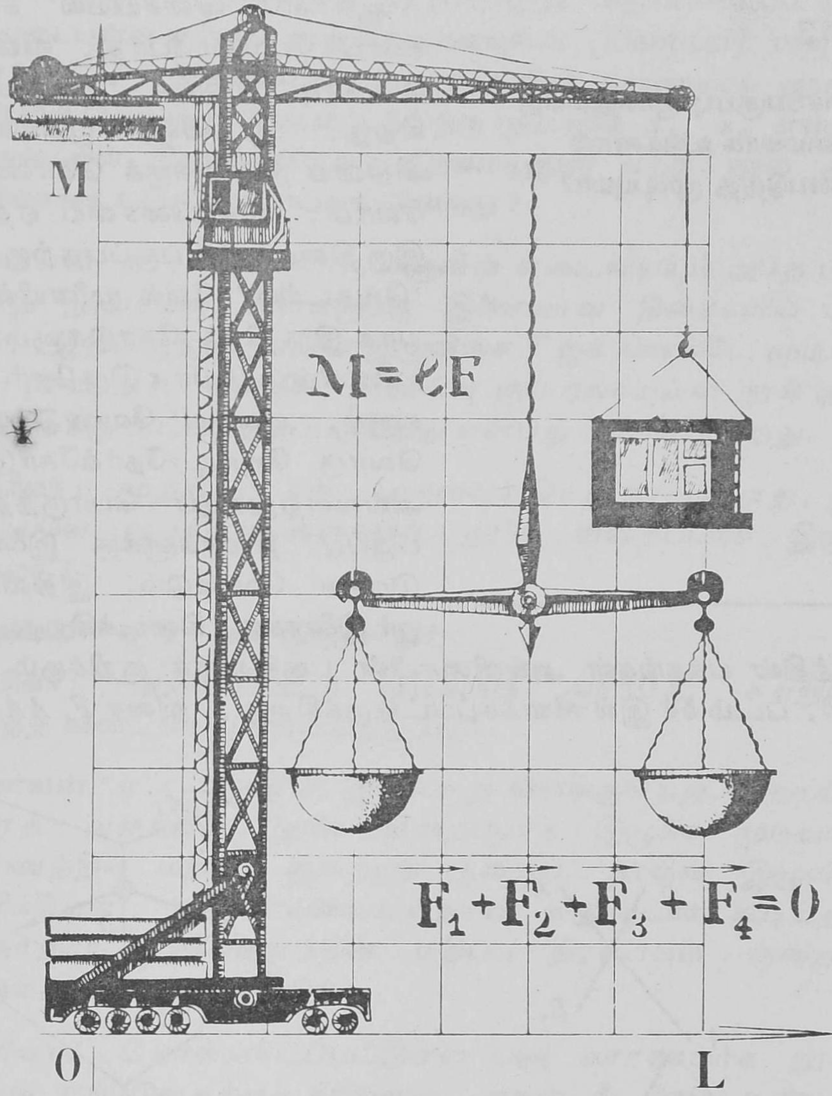
ஆக. α, β கோணங்கள் சமம் என்று தெரிகிறது. எனவே, ஊசலின் சமநிலைத் திசை சாய்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கின்றது.

மாணவன் 'பி': உங்கள் விளக்கங்களைக் கவனத்துடன் கேட்ட பிறகு, துணைக்கோள் ஒன்றின்மீது செலுத்தப்படும் விசைகளைக் குறித்த உங்கள் கேள்விக்கு, அவை புவிஈர்ப்பு விசை, மையம் விலருவிசை என்று நான் குறிப்பிட்டதில் அவ்வளவு தவறு ஒன்றுமில்லை என்றே தோன்றுகிறது (§ 8 ஐப் பார்க்கவும்). எனது விடையைத் துணைக்கோளுடன் இணைக்கப்பட்ட தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பிற்கேற்ப கவனிக்க வேண்டும்; மேலும் மையம் விலகுவிசை என்றது சடத்துவ விசையாகக் கொள்ளவேண்டும், அவ்வளவுதான். துணைக்கோளுடன் இணைக்கப்பட்ட, சடத்துவமல்லாத தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பில், நாம் கவனிக்க வேண்டியது இயக்க வியல் கணக்கன்று, நிலையியல் கணக்காகும். ஒன்றைவிட அதிகமானவற்றுள் ஒன்று மையம் விலகு சடத்துவ விசையாக இருக்கும் விசைகளின் சமநிலை பற்றியதாகும் அக்கணக்கு.



படம் 58

ஆசிரியர்: துணைக் கோள் கணக்கைப் போடுவதற்கு அத்தகைய வழியையும் பயன்படுத்தலாம் ஆயினும், § 8 பிரிவில் மையம் விலகு விசையைப் பற்றி நீ குறிப்பிட்டபோது அதைச் சடத்துவ விசையாக நீ கருதவில்லை. துணைக்கோள் பூமியின்பால் விழுவதைத் தடுக்கும் ஒன்ருகவே அதைக் குறிப்பிட்டாய். மேலும், நீ சொல்லும் எடுத்துக்காட்டில், துணைக் கோளுடன் இணைக்கப்பட்ட ஒரு தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு தேவையேயில்லை; மையம் விலகு சடத்துவ விசை ஒன்றைக் கொண்டுவராமலேயே கணக்கின் பௌதிக வியல் தன்மை தெளிவாக விளக்கப்பட்டது. நான் முன்னமேயே சொன்ன அறிவுரை இன்னமும் பொருத்தமானதே. அதாவது, தனிப்பட்ட தேவை எதுவும் இல்லாவிட்டால், சமத்துமல்லாத தொடர்புக் கட்டுப்கோப்பைப் பயன்படுத்த வேண்டியதில்லை.



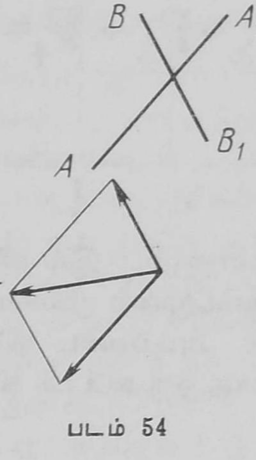
நிலையியல் விதிகள் சமநிலை பற்றிய விதிகளாகும். இவ் விதிகளைக் கவனத்துடன் பயிலவும். அவை நிரம்பவும் நடைமுறை முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை என்பதை மறக்க வேண்டாம். அடிப்படை நிலையியல் விதிகள் பற்றிய சிறிதளவு அறிவாவது இல்லாத ஒரு கட்டடக் கலைஞனை நினைத்துக்கூட பார்க்க முடியாது.

விசைகளின் பகுப்பு குறித்த விதிகளை விளக்கும் எடுத்துக்காட்டுக்களைப் பற்றி நாம் கவனிப்போம். அடுத்து வரும் ஆய்வுரை, சிறப்பாக ஈர்ப்பு மையத்தைக் கண்டுபிடிப்பதற்குப் பயன்படும், பண்டங்களது சமநிலைக்கான நிபந்தனைகளைக் குறித்ததாகும்.

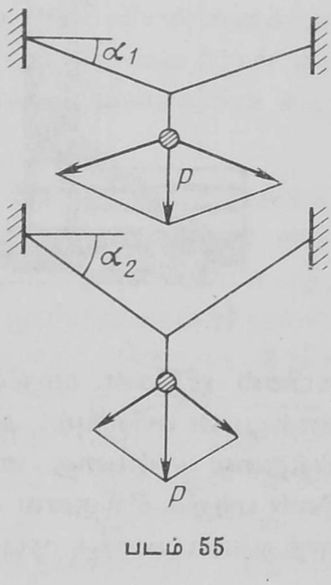
§ 13

விசைப்பகுப்பு முறையைத் திறமையாக உங்களால் பயன்படுத்த முடியுமா?

ஆசிரியர்: விசையியல் கணக்குகளைப் போடும்போது, விசைகளை அடிக்கடி பகுக்க வேண்டியிருக்கிறது. முதலில், முக்கியமான விதியை நினைவுக்குக் கொண்டுவருவோம்: ஒரு விசையை ஏதாவது இரு திசைகளில் பகுப்பதற்கு விசை 'வெக்டரின்' மேல் முனையின் வழியாக இரு நேர் கோடுகளும், அடி முனையின் வழியாக இரு நேர் கோடுகளும், வரைய வேண்டும்; ஒவ்வொரு ஜோடி நேர்க்கோடுகளும் அவ்வவற்றுக்குப் பொருத்தமான பகுப்பு திசைகளுக்கு இணையாக இருக்க வேண்டும். இதிலிருந்து, ஓர் இணைகரம் கிடைக்கிறது, இணைகரத்தின் பக்கங்கள் அவ்விசையின் பகுதிகளைக் குறிக்கும். இவ் விதி, படம் 54 இல் விளக்கப்பட்டிருக்கிறது; விசை F, AA_1, BB_1



படம் 54



படம் 55

என்னும் இரு திசைகளில் பகுக்கப்பட்டுள்ளது. விசைப் பகுப்பு பொதுவாகப் பின்பற்றப்படும் வெவ்வேறு கணக்குகளைக் கவனிப்போம். முதல் கணக்கு படம் 55 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது:

ஒவ்வொன்றும் ஒருநூலின் மையத்திலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ள ஒரே எடையுள்ளஅல்லது முற்றொருமையுள்ள (identical) பளுக்கள் இரண்டு (P, P) இருக்கின்றன. பளுக்களின் காரணமாக நூல்கள் மையத்தில் தொய்ந்து கிடைமட்டத்திற்கு முறையே α_1, α_2 என்னும் கோணங்களில் இறங்கியுள்ளன. இரண்டினுள் எந்த நூல் அதிக இழுவிசைக்கு உட்படுத்தப்பட்டிருக்கின்றது ?

மாணவன் 'ஏ': ஒவ்வொரு பளுவின் எடையையும் அதே படத்தின்மீது நூல்களில் கிளைகளுக்கு இணையான திசைகளில் பகுப்போம். இதிலிருந்து, நூலின் இழுவிசை T ஐக் கணக்கிட முடியும்: $T = P / (2 \sin \alpha)$. எனவே, தொய்வு குறைவாயுள்ள நூல் அதிக இழுவிசைக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது என்பது தெளிவாகிறது.

ஆசிரியர்: முற்றிலும் சரி. பளுவைச் செலுத்தும்போது, நூல் தொய்யவே முடியாத வகையில் நூலை விறைப்பாக இழுக்க முடியுமா ?

மாணவன் 'ஏ': ஏன் முடியாது?

ஆசிரியர்: அவசரப்பட்டு முடிவுக்கு வராதே. சற்றுமுன் கிடைத்த விடையைப் பயன்படுத்தவும்.

மாணவன் 'ஏ': ஆமாம், இப்போது விளங்குகிறது. தொய்வே இல்லாத வகையில் நூலை விறைப்பாக இழுக்க முடியாது. α கோணத்தில் மதிப்பு குறையக் குறைய. நூலின் இழுவிசை அதிகரிக்கிறது. நூல் எவ்வளவளவுதான் வலுவுடன் கூடியதாக இருந்தாலும், α கோணத்தின் மதிப்பு நிரம்பவும் குறைந்து போனால், நூல் அறுந்துவிடும்.

ஆசிரியர்: தொங்கவிடப்பட்டுள்ள பளு காரணமாக நூலில் தொய்வு ஏற்படுவதற்குக் காரணம், அதன் நீட்சியை உண்டாக்கும் நூலின் மீள்திறன் தன்மைகள்தாம். நூலில் வடிவமாறுதல் (நீட்சி) ஏற்படாவிட்டால், அதிலிருந்து எந்தப் பளுவையும் தொங்கவிட முடியாது. இது, கட்டிடப் பொறியியல் வெவ்வேறு அமைப்புக்களின் வலு பற்றிய ஆய்வு மீள்திறன் வடிவமாறுதல்களுக்குள்ளாகக் கூடிய அவற்றின் திறமையைச் சார்ந்திருக்கிறது என்பதைக் காட்டுகிறது (கட்டிட அமைப்பாளர்கள் அமைப்பு ''மூச்சுவிட'' வேண்டும் என்று இதைக் குறிப்பிடுவார்கள்), நிரம்பவும் மீள்திறனற்ற அமைப்புகளினால் பயன் ஏதுமில்லை;

ஏன் எனில், அவற்றில் சிறு வடிவ மாறுதல்கள் ஏற்படும்போது அவற்றின் உண்டாகும் தகைவுகள் பெரிதாக ஆகி, பயனற்றுப் போய்விடக்கூடும். அத்தகைய அமைப்புகள் தங்கள் எடையினுலேயே தகர்ந்து விடவும் கூடும்.

முன்சொன்ன கணக்கில் நூலின் எடையைப் புறக்கணித்துவிட்டால், நூலின் தொய்வின் கோணம் α வையும் பளுவின் எடை P ஐயும் இணைக்கும் தொடர்பை உடனே கண்டுபிடித்துவிட முடியும். இதற்கு, ஒரு நூலின் அல்லது கம்பியின் மீள்திறன் நீட்டத்திற்கான ஹூக் விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டும் (35 ஆம் கணக்கைப் பார்க்கவும்).

மற்றோர் எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக் கொள்வோம். ''ஓர் ஆப்பை மற்றொரு ஆப்பினுல் எடுப்பது'' என்று (முள்ளை முள்ளால் எடுப்பது என்பதுபோல) ஒரு பழமொழி ருஷ்ய மொழியில் உள்ளது விசைப் பகுப்பு முறையைப் பயன்படுத்தி இதை விளக்க முடியும் (படம் 56*a*). ஒரு வெட்டுத் துளையிலிருக்கும் ஆப்பு 1 அதே துளையில் 2 ஐ F விசையுடன் செலுத்தி வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. α, β கோணங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. ஆப்பு 1 ஐத் துளையிலிருந்து வெளிப்படுத்தும் வகையில் அதன்மீது செயல்படும் விசையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

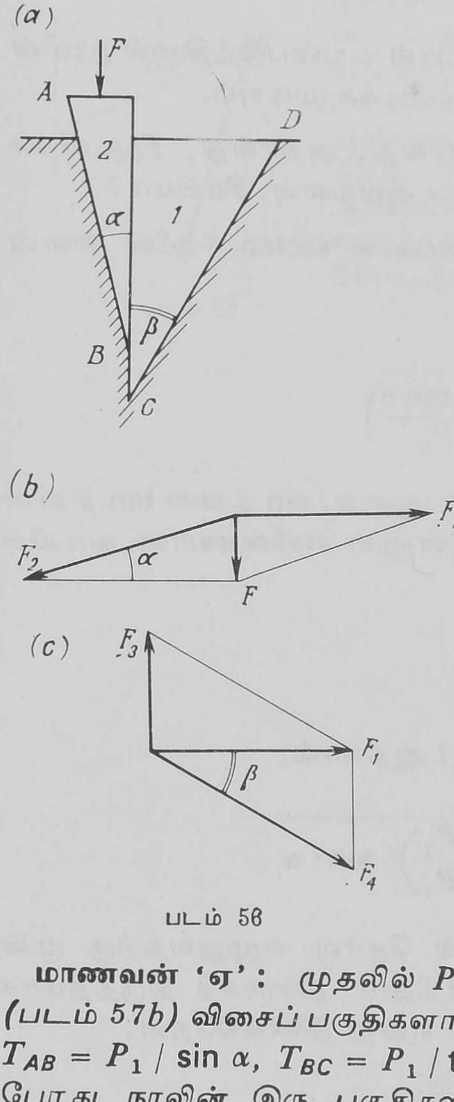
மாணவன்' ஏ' : இக் கணக்கைப் போடுவது எனக்குக் கடினமாயிருக்கிறது.

ஆசிரியர் : F விசையை, கிடைமட்டத் திசையிலும் ஆப்பு 2 இன் AB பக்கத்திற்குச் செங்குத்தான திசையிலும் முதலில் பகுப்போம். அவ்வாறு கிடைத்த விசைப்புகுதிகளை $F_1 = F_2$ என்று குறிப்போம் (படம் 56*b*). F_2 விசைப்பகுதி துளையின் இடது பக்கச் சுவரின் எதிர்ச் செயல் விசையினுல் ஈடுசெய்யப்படுகிறது; $F/\tan\alpha$ க்குச் சமமான F_1 விசைப்பகுதி ஆப்பு 1 இன் மீது செயல்படும். அடுத்து, இந்த விசையை, செங்குத்துத் திசையிலும், ஆப்பு 1 இன் CD பக்கத்திற்குச் செங்குத்துத் திசையிலும் பகுதிகளாகப் பகுப்போம். விசைப்பகுதிகள் முறையே F_3, F_4 (படம் 56*c*). F_4 விசைப்பகுதி, துளையின் வலது பக்கச் சுவரின் எதிர்ச் செயல் விசையினுல் ஈடு செய்யப்படுகிறது. ஆப்பு 1 ஐத் துளையிலிருந்து வெளியே தள்ளுவதற்கு F_3 விசைப்பகுதி உதவுகிறது. இவ்விசையைத்தான் நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். அது

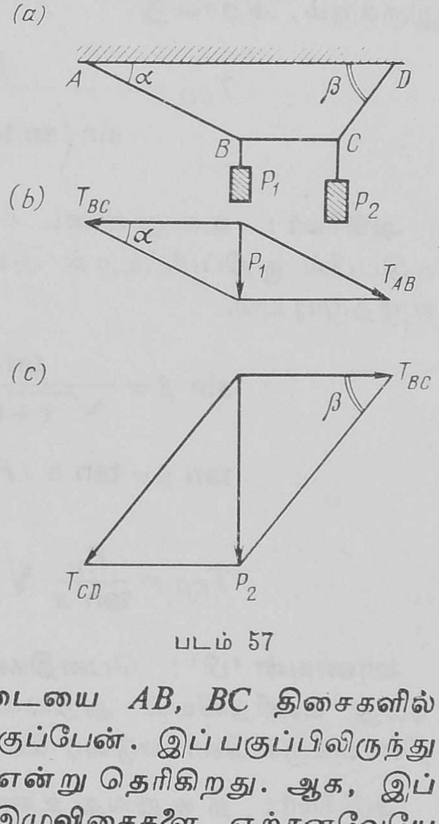
$$F_1 \tan \beta = F \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$$

என்பதற்குச் சமம் என்பது தெளிவாகத் தெரிகிறது.

இப்போது, படம் 57*a* இல் விளக்கப்பட்டுள்ள மூன்ருவது எடுத்துக்காட்டு ஒன்றைக் கவனிப்போம். P_1, P_2 என்னும் இரண்டு எடைகள், ஒரு நூலிலிருந்து, அவற்றுக்கிடையேயுள்ள நூலின்பகுதி கிடைமட்டமாயிருக்கும் வகையில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. (α கோணம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது). β கோணத்தையும் நூலின் ஒவ்வொரு பகுதியிலுமுள்ள இழுவிசையையும் T_{AB}, T_{BC}, T_{CD} கண்டுபிடிக்கவும். இவ்வெடுத்துக்காட்டு, ஆப்புகள் சம்பந்தப்பட்ட முந்தைய கணக்கைப் போன்றுள்ளது.



படம் 56



படம் 57

மாணவன் 'ஏ': முதலில் P_1 எடையை *AB, BC* திசைகளில் *(படம் 57b)* விசைப் பகுதிகளாகப் பகுப்பேன். இப் பகுப்பிலிருந்து $T_{AB} = P_1 / \sin \alpha$, $T_{BC} = P_1 / \tan \alpha$ என்று தெரிகிறது. ஆக, இப் போது நூலின் இரு பகுதிகளின் இழுவிசைகளை ஏற்கனவேயே

கணக்கிட்டாகிவிட்டது. அடுத்து, P_2 எடையை BC, CD திசைகளில் (படம் $57c$) விசை பகுதிகளாகப் பகுப்பேன். இப் பகுப்பிலிருந்து, $T_{BC} = P_2 / \tan\beta$, $T_{CD} = P_2 / \sin\beta$ என்னும் சமன்பாடுகளை நாம் எழுத முடியும். இவ்விரு விசைப்பகுப்புகளிலும் நூலின் BC பகுதியின் இழுவிசைக்குக் கிடைத்த மதிப்புகளைச் சமன்படுத்தினால் $P_1 / \tan\alpha = P_2 / \tan\beta$ என்று எழுத முடியும். எனவே,

$$\beta = \arctan \frac{P_2 \tan\alpha}{P_1}$$

இம்மதிப்பை T_{CD} க்கான சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தினால் நூலின் CD பகுதியின் இழுவிசையைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

ஆசிரியர்: இக் கணக்கைப் போடுவது, அதாவது, T_{CD} விசையைக் கணக்கிடுவது உண்மையிலேயே அவ்வளவு, சிரமமா ?

மாணவன் 'ஏ': அதற்கான விடையில் arctan β யின் சைன் இருக்கும், அதாவது,

$$T_{CD} = \frac{P_2}{\sin\left(\arctan \frac{P_2 \tan\alpha}{P_1}\right)}$$

ஆசிரியர்: உனது விடை சரியே ; ஆனால், $\sin\beta$ வை $\tan\beta$ வின் மதிப்பில் குறிப்பிட்டால் அதை இன்னும் எளிமையான வடிவில் எழுதமுடியும்.

$$\sin\beta = \frac{\tan\beta}{\sqrt{1+\tan^2\beta}}$$

$\tan\beta = \tan\alpha\,(P_2 / P_1)$ ஆதலால்,

$$T_{CD} = \frac{P_1}{\tan\alpha}\sqrt{1+\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \tan^2\alpha}$$

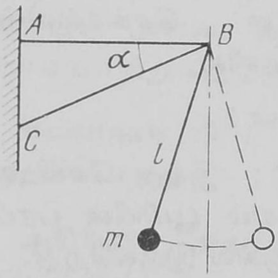
மாணவன் 'பி': பௌதிகவியலில் தேர்வு எழுதுவதற்கு முன் நமது கணிதவியல் அறிவை முற்றிலும் நன்றாகத் திருத்தமாக நினைவுக்குக் கொண்டுவர வேண்டும் என்று நினைக்கிறேன்.

ஆசிரியர்: நீ கூறுவது உண்மையே.

கணக்குகள் :

35. 'லிப்ட்' ஒன்றில் ஒரு சுவருக்கும் எதிர்ச் சுவருக்கும் இடையே இழுத்துக் கட்டப்பட்டிருக்கும் மீள்திறனுள்ள ஒரு நூல், படம் 55 இல் காட்டப்பட்டிருப்பது போல், அதன் நடுப்புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ள ஓர் எடையின் செயல்காரணமாகத் தொய்கின்றது. 'லிப்ட்' நிலைப்பில் இருக்கும்போது தோயவுக் கோணம் $\alpha = 30°$; அது முடுக்கத்துடன் செல்லும்போது அதன் மதிப்பு 45°. 'லிப்டின்' முடுக்கத்தின் அளவையும் திசையையும கண்டுபிடிக்கவும். நூலின் எடையைப் புறக்கணித்துவிடவும்.

36. 100 கிராம் நிறையுள்ள ($m = 100$ $gm.$) ஒரு தொங்கட்டான் 1 m. நீளமுள்ள ($l = 1$ m) நூலிலிருந்து தொங்கவிடப்டட்டுள்ளது; நூல் படம் 58 இல் காட்டப்பட்டிருப்பதுபோல் $\alpha = 30°$) ஏந்தற் சட்டம் **(Bracket)** ஒன்றிக்குக் கட்டப்பட்டிருக்கிறது. 2 மீ./செ. கிடைமட்ட நேர்வேகம் தொங்கட்டானுக்கு அளிக்கப்பட்டு, அது ஊசல்போல் அதிரத் தொடங்குகிறது. தொங்கட்டான் ஊசலின் சமநிலை நிலையிலிருந்து அதிகபட்ச விலகல் தொலைவில் இரும்கும்போது ஏந்தற் சட்டத்தின் உறுப்புகளான ***AB, BC*** இவற்றின் மீது செயல்படும் விசைகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



படம் 58

§ 14

பண்டங்களின் சமநிலைபற்றி உங்களுக்கு என்ன தெரியும்?

ஆசிரியர் : ஒரு செங்கல்லின் இரு சமநிலை நிலைகள் படம் 59 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன. இரு சமநிலை நிலைகளும் நிலையானவையே; ஆனால், அவற்றின் நிலைபேறு அளவில் வேறுபாடு இருக்கின்றது. இவ்விரண்டு நிலைகளுள் எது அதிக அளவிற்கு நிலையானது ?

மாணவன் 'ஏ' : படம் 59*a* இல் காட்டப்பட்டுள்ள செங்கல்லின் நிலை என்பது தெளிவு.

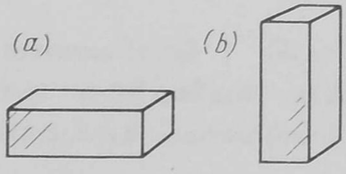
ஆசிரியர் : ஏன் ?

மாணவன் 'ஏ' : இங்கு செங்கல்லின் ஈர்ப்புமையம் பூமியின் பரப்பிற்கு அதிக அருகில் இருக்கிறது.

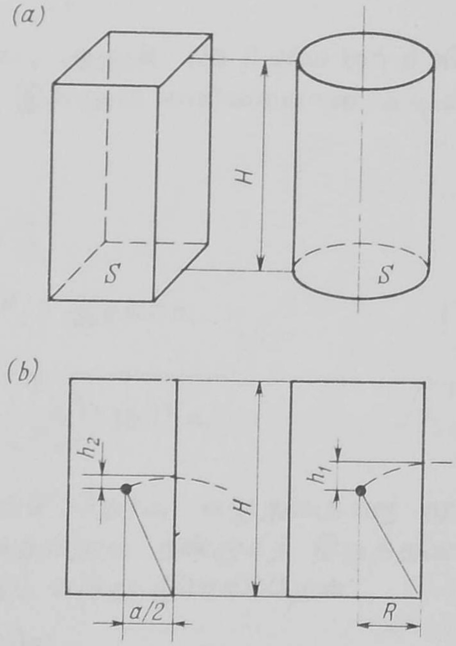
ஆசிரியர் : அது ஒன்று மட்டுமே அன்று.

மாணவன் 'பி' : தாங்கும் பரப்பின் பரப்பளவு படம் 59*b* இல் காட்டப்பட்டுள்ள நிலையைவிட அதிகமாயிருக்கின்றது.

ஆசிரியர் : அது மட்டும்கூட அன்று. இதைத் தெளிவாக்குவதற்கு இரண்டு பண்டங்களின் சமநிலையைக் கவனிப்போம்: சதுர



படம் 59



படம் 60

மான அடியுடன் கூடிய செவ்வக கன இணைகரம் (**Rectangular parallelepiped**) செங்குத்து அச்சு உருளை (படம் *60a*). கன இணைகரமும் உருளையும் ஒரே உயரத்துடன் (*H*) கூடியனவென்றும், அவற்றின் அடிப்பகுதியில் பரப்பளவுகள் (*S*) ஒன்றே என்றும் வைத்துக் கொள்வோம். இவ்வெடுத்துக்காட்டில், பண்டங்களின் ஈர்ப்பு மையங்கள் ஒரே உயரத்தில் உள்ளன; மேலும், அவற்றின் தாங்கும் பரப்புகளின் பரப்பளவுகள் ஒரே மதிப்புள்ளவை. ஆயினும். அவற்றின் நிலைபேறு அளவுகன் வெவ்வேறானவையாய் இருக்கின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட சமநிலை நிலையின் நிலைபேறு தன்மையின் அளவு, அப் பண்டத்தின் குறிப்பிட்ட நிலையை நிரந்தரமாக மாற்றுவதற்குச் செலவழிக்க வேண்டிய ஆற்றலாகும்

மாணவன் 'பி': "நிரந்தரமாக" என்னும் சொல் எதைக் குறிக்கின்றது?

ஆசிரியர்: அதாவது, அப் பண்டத்தைப் பிற்பாடு அப்படியே விட்டுவிட்டால், அது துவக்க நிலைக்கு மீண்டும் வரமுடியாது. இவ்வாற்றல் அளவு, பண்டத்தின் எடை, பண்டம் அதன் துவக்க நிலைக்கு வரமுடியாத அளவிற்கு ஈர்ப்பு மையம் உயர்த்தப்பட வேண்டிய உயரம் ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமமாகும். கன இணைகரம், உருளை எடுத்துக்காட்டில் உருளையின் ஆரம் $R = \sqrt{S/\pi}$; கன இணைகரத்தின் அடிப்பகுதியின் பக்கம் $a = \sqrt{S}$ உருளையின் சமநிலையை மாற்ற வேண்டும் என்றால் அதன் ஈர்ப்பு மையத்தை h_1 உயரத்திற்கு உயர்த்த வேண்டும் (படம் *60b*) :

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{H}{2}\right)^2 + R^2} - \frac{H}{2}$$

கன இணைகரத்தின் சமநிலையை மாற்ற வேண்டும் என்றால் அதன் ஈர்ப்பு மையத்தை h_2 உயரத்திற்கு உயர்த்த வேண்டும் (படம் *60b*) ;

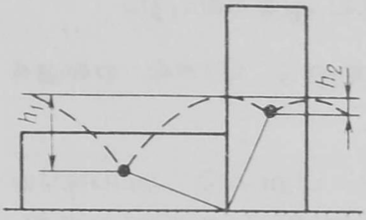
$$h_2 = \sqrt{\left(\frac{H}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{H}{2}$$

$$(a/2)/R = \sqrt{\pi S/2}\ \sqrt{S} = \sqrt{\pi/2} < 1$$

ஆதலால், $h_2 < h_1$ என்பது தெளிவாகிறது. ஆகவே, இவ்விரு பண்டங்களுள் உருளேயே அதிக அளவிற்கு நிலேயானது.

இப்போது, இருநிலேகளுடன் கூடிய செங்கல் எடுத்துக்காட்டுக்கு வருவோம்.

மாணவன் 'ஏ' : செங்கல்லே முதல் நிலேயிலிருந்து தொடர்ந்து புரட்டினுல், அது ஒரு சமநிலேயிலிருந்து மற்ருெரு சமநிலே நிலேக்குத் தொடர்ந்து வந்து கொண்டிருக்கும் படம் 61 இல் காட்டப்பட்டுள்ள பிரிகோடு, இவ்வாறு செய்யும்போது ஈர்ப்புமையம் செல்லும் செல்பாதையைக் குறிக்கின்றது. படுத்துக்கிடக்கும் செங்கல்லின் நிலேயை மாற்றுவதற்கு, அதன் ஈர்ப்பு மையம் h_1 உயரத்திற்கு உயர்த்தப்பட வேண்டும்; செலவழிக்கப்படும் ஆற்றல் mgh_1 க்குச் சமமாகும். அதன் செங்குத்து நிலேயை மாற்றுவதற்கு, அதன் ஈர்ப்புமையம் h_2 உயரத்திற்கு உயர்த்தப்பட வேண்டும்; அதற்குச் செலவழிக்கப்படும் ஆற்றல் mgh_2 க்குச் சமமாகும். படுத்துக் கிடக்கும் செங்கல்லின் நிலேபேறு தன்மை அதிகமாயிருப்பதற்குக் காரணம்



படம் 61

$$mgh_1 > mgh_2 \qquad (82)$$

என்பதாகும்.

ஆசிரியர் : கடைசியில், ஒரு பண்டம் படுத்துக்கிடக்கும் நிலேயில் நிலேபேறுதன்மை அதிகமாயிருப்பதற்கான காரணத்தைக் கண்டு பிடிப்பதில் நீ வெற்றி பெற்றுவிட்டாய்.

மாணவன் 'பி' : ஆனுல், h_1, h_2 உயரங்கள், தரைமட்டத்திற்கு மேலே ஈர்ப்புமையத்தின் உயரத்தையும், அடிப்பகுதியின் பரப்பளவையும் சார்ந்துள்ளன என்பது தெளிவாகத் தெரிகிறது. எனவே, பண்டங்களின் நிலேபேறு தன்மையின் அளவை ஆராயும்போது, ஈர்ப்புமையங்களின் உயரங்களேயும் அடிப்பகுதிகளின் பரப்பளவுகளேயும் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது சரியே என்று பொருளாகிறதல்லவா ?

ஆசிரியர்: ஆம், உண்மையே; ஆனால், இந்த அளவுருக்கள் உயரங்கள் h_1, h_2 ஆகியவற்றினிடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைப் பாதிக்குமளவிற்கு அது உண்மை. கன இணைகரம், உருளை எடுத்துக் காட்டில், எந்தப் பண்டம் அதிக அளவிற்கு நிலையானது என்பதை நிர்ணயிப்பதற்கு ஈர்ப்பு மையங்களின் உயரங்களையும், அடிப்பகுதிகளின் பரப்பளவுகளையும் ஒப்பிட்டுப் பார்ப்பது மட்டுமே போதுமான சான்றாகாது. தவிரவும், இன்னொன்றையும் உங்கள் கவனத்திற்குக் கொண்டுவர விரும்புகிறேன். இதுவரை, நாம் இரு பண்டங்களும் ஒரே பொருளால் செய்யப்பட்டவை என்று எண்ணியிருக்கிறோம். இதில், $h_1, > h_2$ என்னும் வடிவ கணிதவியல் நிபந்தனையை நிறைவு செய்வதன் மூலம் (82) சமனிலியை நிறைவு செய்ய முடியும். எனினும், பொதுவாக, பண்டங்கள் வெவ்வேறு பொருள்களினால் ஆகியிருக்கலாம்; $h_1, < h_2$ ஆக இருந்தாலும், பண்டங்களின் வெவ்வேறு அடர்த்திகள் காரணமாக (82) சமனிலியை நிறைவு செய்ய முடியலாம். எடுத்துக்காட்டாக, படுத்துக் கிடக்கும் நிலையிலுள்ள தக்கைச் செங்கல், செங்குத்து நிலையிலுள்ள காரீயச் செங்கல்லைவிட குறைவான சமநிலை நிலையில் இருக்கும். இப்போது, பண்டங்களின் சமநிலைக்கான என்னென்ன நிபந்தனைகள் உங்களுக்கு தெரியும்?

மாணவன் 'ஏ': ஒரு பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படும் விசைகளின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும். அதோடுகூட, பண்டத்தின் எடை 'வெக்டர்' அடிப்பகுதியின் எல்லைகளுக்குள் இருக்க வேண்டும்.

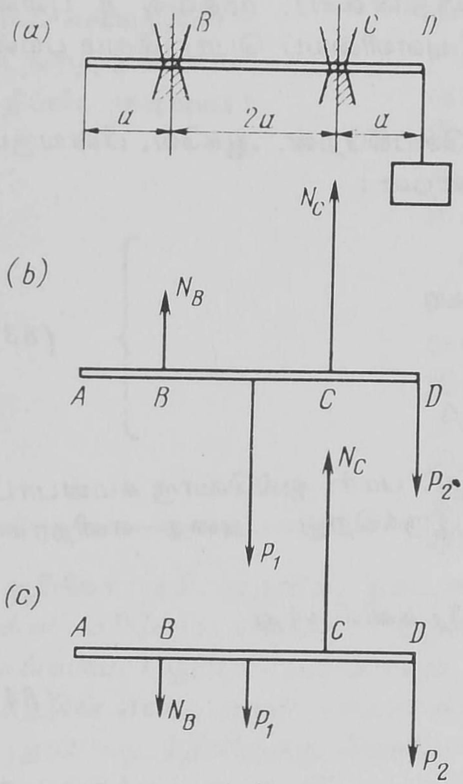
ஆசிரியர்: நல்லது. எனினும், சமநிலைக்கான நிபந்தனைகளை நடைமுறையில் பயன்படுத்துவதற்கு மேலும் எளிதாகவும் இன்னும் பொதுவாகவும் இருக்கும் வகையில் பிறிதொரு வடிவத்தில் குறிப்பிடுவது மேலும் சிறந்ததாகும்.

முதல் நிபந்தனை: பண்டத்தின்மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளையும், எந்தத் திசையில் பகுத்தாலும், அவ்விசைப் பகுதிகள் ஒன்றையொன்று ஈடுசெய்துகொள்ள வேண்டும். அதாவது, இவ் விசைகளின் குறிப்பிட்ட திசைப் பகுவிசைகளின் இயற்கணிதவியல் தொகை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும். குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் எத்தனை திசைகளைக் கணக்கிலெடுத்துக்

கொள்ள வேண்டுமோ அத்தனை சமன்பாடுகளை ஓரளவுக் கணக்கிற்கு ஒரு சமன்பாடு, ஈரளவுக் கணக்கிற்கு இரண்டு சமன்பாடுகள், பொதுவான கணக்கிற்கு மூன்று சமன்பாடுகள் (ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான திசைகள் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன) என்றவாறாக அமைத்துக் கொள்வதற்கு இந் நிபந்தனை உதவுகிறது.

இரண்டாவது நிபந்தனை (விசைத்திருப்பு திறன் நிபந்தனை): எந்த ஒரு புள்ளியையும் பற்றிய விசைகளுடைய திருப்பு திறன்களின் இயற்கணிதவியல் தொகை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும். இங்கு, பண்டத்தை ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு திசையில் (எடுத்துக்காட்டாக. வலஞ்சுழி திசையில்) சுற்றச் செய்ய முற்படும் எல்லா விசைத் திருப்புதிறன்களும் கூட்டற்குறி (+) யுடன் குறிக்கப்படுகின்றன; பண்டத்தை எதிர்த் திசையில் (இடஞ்சுழி திசையில்) சுற்றச் செய்ய முற்படும் எல்லா விசைத் திருப்பு திறன்களும் கழித்தற்குறி (−) யுடன் குறிக்கப்படுகின்றன. விசைத்திருப்பு திறன் நிபந்தனையைக் குறிப்பிடுவதற்கு அடியிற் கூறப்பட்டவற்றைச் செய்யவும்: (1) பண்டத்தின் மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளையும் இனம்கண்டு கொள்ளவும்; (2) எந்தப் புள்ளியைப் பற்றி விசைத் திருப்பு திறன்கள் ஆராயப்பட வேண்டுமோ அதைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்; (3) தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட புள்ளியைப் பற்றி எல்லா விசைகளின் திருப்பு திறன்களையும் கணக்கிடவும்; (4) திருப்பு திறன்களின் இயற்கணிதவியல் தொகை பூஜ்யத்திற்குச் சமம் என்னும் சமன்பாட்டை எழுதவும், திருப்புதிறன் நிபந்தனையைப் பயன்படுத்தும் போது அடியிற்கண்டவை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளப்பட வேண்டும் : (1) மேலே கூறப்பட்ட நிபந்தனை, எல்லா விசைகளும் அவற்றின் திசைகளும் ஒரே தளத்தில் உள்ள எடுத்துக்காட்டையே குறிப்பதாகும் (மூவளவுக் கணக்கன்று); (2) திருப்புதிறன்களின் இயற்கணிதவியல் தொகை, பண்டத்திற்கு உள்ளேயோ வெளியேயோ இருக்கும் எந்தப் புள்ளியைப் பொறுத்தும், பூஜ்யத்திற்குச் சமமாக இருக்கவேண்டும். (விசைத் திருப்புதிறன்கள் கருதப்படும்) புள்ளியின் தேர்வைப் பொறுத்துத் தனித்தனியான விசைத் திருப்பு திறன்களின் மதிப்புகள் அமைந்தாலும்கூட, விசைத்திருப்பு திறன்களின் இயற்கணிதவியல் தொகை எந்நிலையிலும் பூஜ்யமாக இருக்கின்றது என்பதை வலியுறுத்தி ஆக வேண்டும். சமநிலை

நிபந்தனைகளை மேலும் தெளிவாகப் புரிந்துகொள்ளும்பொருட்டு, குறிப்பாக, ஒரு கணக்கை எடுத்துக் கொள்வோம்.



படம் 62

P_1 எடையுள்ள உத்தரம் ஒன்று B, C என்னும் இரு ஆதாரங்களின்மீது நிலைத்திருக்கச் செய்யப்பட்டுள்ளது (படம் 62a). D புள்ளியில் P_2 எடையுடன் கூடிய ஒரு பளு தொங்கவிடப் பட்டுள்ளது. தொலைவுகள் $\overline{AB} = a$; $\overline{BC} = 2a$; $\overline{CD} = a$. இரண்டு ஆதாரங்களிலும் எதிர்ச் செயல் விசைகளான N_B, N_C இவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும். ஆதாரங்களின் எதிர்ச்செயல் விசைகள் செங்குத்தாகச்செலுத் தப்படுவதாக வைத்துக்கொள் ளவும்.

வழக்கம்போல, பண்டத் தின் மீது செலுத்தப்படும் விசைகளைக் குறிப்பிடவும்.

மாணவன் 'ஏ': நமது கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பண்டம் ஓர் உத்தரம். நான்கு விசைகள் அதன்மீது செலுத்தப் படுகின்றன; P_1, P_2 எடைகள் ; N_B, N_C எதிர்செயல் விசைகள்.

ஆசிரியர்: படத்தில் இந்த விசைகளைக் குறிப்பிடவும்.

மாணவன் 'ஏ': ஆனால், எதிர்ச் செயல் விசைகள் மேல்நோக்கி செலுத்தப்படுகின்றனவா அல்லது கீழ்நோக்கியா என்பது எனக்குத் தெரியாதே.

ஆசிரியர்: அவை மேல்நோக்கிச் செலுத்தப்படுவதாக வைத்துக் கொள்ளவும்.

மாணவன் 'ஏ': இதோ எனது விளக்கப்படம் (படம் 62b). அடுத்து, சமநிலைக்கான முதல் நிபந்தனையைப் பின்வரும் சமன் பாடு வாயிலாகக் குறிப்பிட முடியும்:

$$N_B + N_C = P_1 + P_2$$

ஆசிரியர்: இந்தச் சமன்பாட்டிற்கு நான் மறுப்புச் சொல்ல வில்லே. எனினும், நமது கணக்கில் சமநிலேக்கான இரண்டாவது நிபந்தனையை (திருப்புதிறன் நிபந்தனையை), முதலில் B புள்ளியைப் பொறுத்தும், பின்னர், C புள்ளியைப் பொறுத்தும் பயன்படுத்துவது மேலும் எளிது.

மாணவன் 'ஏ': சரி அதையே செய்கிறேன். ஆகவே, பின்வரும் சமன்பாடுகள் நமக்குக் கிடைக்கின்றன :

$$\left.\begin{array}{l} B \text{ புள்ளியைப் பொறுத்தவரை} \\ \qquad aP_1 - 2aN_C + 3aP_2 = 0 \\ C \text{ புள்ளியைப் பொறுத்தவரை} \\ \qquad 2aN_B - aP_1 + aP2 = 0 \end{array}\right\} \quad (83)$$

ஆசிரியர்: இப்போது தெரிகிறது, பார்: ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிலும் ஒரே ஒரு தெரியாததே இருக்கிறது. அதை எளிதாகக் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

மாணவன் 'ஏ': சமன்பாடு (83) களிலிருந்து

$$N_B = \frac{P_1 - P_2}{2} \qquad (84)$$

$$N_C = \frac{P_1 + 3P_2}{2} \qquad (85)$$

ஆசிரியர்: சமன்பாட்டி (85) லிருந்து கிடைக்கும் முடிவு நேரானது, அதாவது (நாம் வைத்துக் கொண்டபடி) N_C எப்போதும் மேல் நோக்கியே செலுத்தப்படுகிறது என்பதாகும். சமன்பாட்டி (84) லிருந்து கிடைப்பது, $P_1 > P_2$ ஆக இருந்தால் முடிவு இருப்பைக் குறிப்பதாகவும் $P_1 < P_2$ ஆக இருந்தால் முடிவு (+) எதிர்மறையைக் குறிப்பாகவும், $P_1 = P_2$ ஆக இருந்தால் முடிவு (−) பூஜ்யமாகவும் இருக்கிறது. இது எதை குறிக்கிறது என்ருல், $P_1 > P_2$ ஆக இருந்தால், எதிர்ச் செயல்விசை N_B நாம் வைத்துக்கொண்ட திசையில், அதாவது மேல் நோக்கி இருக்கிறது (படம் 62*b* ஐப் பார்க்கவும்); $P_1 < P_2$ ஆக இருந்தால், N_B எதிர்ச் செயல் விசை கீழ் நோக்கியுள்ளது (படம் 62*c* ஐப் பார்க்கவும்); $P_1 = P_2$ ஆக இருந்தால் N_B எதிர்ச் செயல் விசை எதுவும் இல்லே.

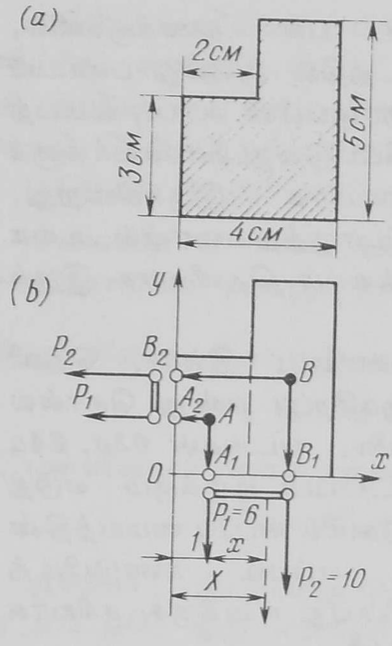
§ 15

ஈர்ப்பு மையத்தின் இடத்தை உங்களால் குறிப்பிட முடியுமா ?

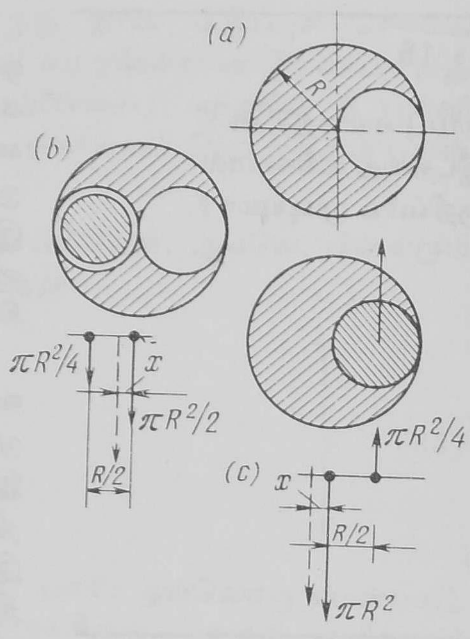
ஆசிரியர் : பல கணக்குகளில், ஒரு பண்டத்தின் அல்லது பண்டங்களின் தொகுப்பின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் குறிப்பிடுவது மாணவர்களுக்குச் சிரமமாக இருக்கின்றது. இதைப் பொறுத்தவரையில், உங்களுக்கு எல்லாம் தெளிவாக இருக்கிறதா ?

மாணவன் 'ஏ' : இல்லை, தெளிவாக இருக்கிறது என்று சொல்ல முடியவில்லை. படங்கள் *63a*, *64a* இல் காட்டப்பட்டிருக்கும் எடுத்துக்காட்டுகளில் ஈர்ப்பு மையத்தின் இடத்தை எப்படி கண்டுபிடித்தீர்கள் என்பது எனக்குச் சரியாக விளங்கவில்லை.

ஆசிரியர் : சரி. முதலில், தகட்டைப் படம் *63b* இல் காட்டப்பட்டுள்ள பிரிகோட்டினுல் பிரித்துக் கொள்வது வசதியாயிருக்கும். செவ்வகம் 1 இன் ஈர்ப்பு மையம் A புள்ளியில் உள்ளது. இச்செவ்வகத்தின் எடை அதன் பரப்பளவுக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கிறது; மேலும் படத்திலிருந்து தெளிவாகத் தெரிவதுபோல, அது ஆறு அலகுகளுக்குச் சமம் (இங்கு, எடை சதுர ஸெண்டிமீட்டர்களின் அளவிலேயே அளக்கப்படுகிறது). செவ்வகம் 2 இன் ஈர்ப்பு மையம் B புள்ளியில் இருக்கின்றது; இச்செவ்வகத்தின் எடை 10 அலகுகளுக்குச் சமம். அடுத்து, இந்த A, B புள்ளிகள் Ox, Oy என்னும் அச்சுக்களின்மீது வீழ்த்தப்படுகின்றன. இப்போது, A_1, B_1 என்னும் புள்ளிகளினுல் x அச்சின்மீதும் A_2, B_2 என்னும் புள்ளிகளினுல் y அச்சின்மீதும் அவை குறிப்பிடப் படுகின்றன. பின்னர், A_1 B_1, A_2 B_2 என்னும் ''இணைப்புத் தண்டு'' (''Bar'')களைக் கவனிக்கலாம்; நிறைகள் ''இணைப்புத்தண்டு''களின் முனைகளில் செறிந்திருப்பதாகவும் ஒவ்வொரு முனையின் நிறையும் அதற்குச் சரியான செவ்வகத்தின் நிறைக்குச் சமமாயிருப்பதாகவும் வைத்துக் கொள்ளலாம் (படம் *63b* ஐப் பார்க்கவும்). இதன் விளைவாக, நமது தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு A_1 B_1, A_2 B_2 ''இணைப்புத்தண்டு''களின் ஈர்ப்பு மையங்களைக் கண்டு பிடித்தால் போதும் என்றாகிறது. இந்த ஈர்ப்பு மையங்களின்



படம் 63



படம் 64

இடங்கள் தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தின் அச்சுத் தொலைவுகளாக இருக்கும்.

இப்போது, கணக்கைப் பூர்த்தி செய்வோம். முதலில், விசைத் திருப்புத்திறன்களின் விதியைப் பயன்படுத்தி $A_1 B_1$ ''இணைப்புத் தண்''டின் ஈர்ப்பு மையத்தின் இடத்தைக் கண்டுபிடிப்போம்; $6x=10\ (2-x)$ (படம் 63b ஐப் பார்க்கவும்). ஆகவே, $x=5/4$ செ. மீ. எனவே, தேர்ந்தெடுத்துக் கொண்டுள்ள அச்சுத் தொலைவுகள் அமைப்பில், தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தின் x அச்சுத் தொலைவு: $x=(1+x)=9/4$ செ. மீ. அங்ஙனமே, $A_2 B_2$ ''இணைப்புத்தண்'' டின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கண்டுபிடிக்கிறோம்: $6y=10\ (1-y)$; ஆகவே, $y=5/8$ செ. மீ. இதிலிருந்து, ஈர்ப்பு மையத்தின் Y அச்சுத் தொலைவைக் கணக்கிடலாம்:

$$Y=(1\cdot 5+y) \text{ செ. மீ } =17/8 \text{ செ. மீ.}$$

மாணவன் 'ஏ': இப்போது எனக்குப் புரிகிறது. தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தின் X அச்சுத் தொலைவை இதே முறையிலேயே கண்டுபிடித்திருப்பேன். ஆனல், Y அச்சுத் தொலைவையும் இதே முறையில் கண்டுபிடிக்க முடியும் என்பதுபற்றி எனக்கு அவ்வளவு நிச்சயமாக இருக்கவில்லை.

ஆசிரியர்: படம் 64*a* இல் காட்டப்படிருக்கும் இரண்டாவது எடுத்துக்காட்டைக் கவனிப்போம். இரண்டு அணுகுமுறைகள் உள்ளன. ஒன்று: ஒரு வட்டத் துளையுடன்கூடிய ஒரு வட்டத் தகட்டிற்குப் பதிலாக, இரு பண்டங்களுடையதாக அதைக் கருதலாம்; சமச் சீருள்ள இரு வட்டத் துளையுடன் கூடிய ஒரு பண்டமும் ஒரு துளையில் பொருத்தப்பட்ட வட்டத் தகடு ஒன்றும் உள்ளதாக அதைக் கருதலாம். இப் பண்டங்களின் ஈர்ப்பு மையங்கள் அவற்றின் வடிவியல் மையங்களில் அமைந்துள்ளன. இது துளைகளுள்ள வட்டத் தகட்டின் எடை அதன் பரப்பளவிற்கு, அதாவது. $(\pi R^2 - 2\pi R^2/4) = \pi R/^2/2$ க்கு நேர் விகிதத்தில் இருப்பதும், சிறிய வட்டத் தகட்டின் எடை அதன் பரப்பளவான $\pi R^2/4$ க்கு நேர் விகிதத்தில் இருப்பதும் நமக்குத் தெரியும்; ஆதலால், படம் 64*b* இன் கீழே காட்டப்பட்டுள்ள இரு இணை விசைகளின் தொகு (பயன்) விசையைக் கண்டுபிடித்தால் கணக்கிற்கு விடை கிடைத்துவிடுகிறது. பெரிய வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து நாம் கணக்கிட வேண்டிய ஈர்ப்பு மையத்தின் தொலைவு x என்று வைத்துக் கொள்வோம். அப்போது, படம் 64*b* க்கேற்ப, $(\pi R^2/4)\ (R/2 - x) = (\pi R^2/2)\ x$; எனவே, $x = R/6$.

இதே கணக்கிற்கு இன்னொரு அணுகுமுறையும் உள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட வட்டத் தகட்டிற்குப் பதிலாக, (துளையே இல்லாத) திட வட்டத் தகடு ஒன்றை எடுத்துக்கொண்டு, துளை இருந்தவிடத்தில் அதே அளவுள்ள வட்டத் தகடு ஒன்றை வைத்துப் பொருத்தி, அதற்கு 'மைனஸ்' எடை யிருப்பதாக (அதாவது, மேல் நோக்கி அது செயல்படுவதாக) வைத்துக் கொண்டும் கணக்கைப் போட முடியும் (படம் 64*c*); இந்த 'மைனஸ்' எடை திட வட்டத்தில் அதற்குச் சரியான பகுதியின் 'ப்ளஸ்' எடையைச் சமன் செய்துவிடும். மொத்தமாக எடுத்துக் கொண்டால், இந்த அமைப்பு முதலில் நாம் எடுத்துக்கொண்ட வட்டத் துளையுடன்கூடிய வட்டத் தகட்டை ஒத்ததாகவே இருக்கிறது. இந்த எடுத்துக்காட்டிலும், படம் 64*c* இன் கீழே காட்டப்பட்டுள்ள இரு விசைகளின் தொகு (பயன்) விசை செயல்படும் புள்ளியைக் கண்டுபிடித்தால் கணக்கிற்கு விடை கண்டுபிடித்துவிடலாம் என்றாகிறது. படத்திற்கேற்ப,

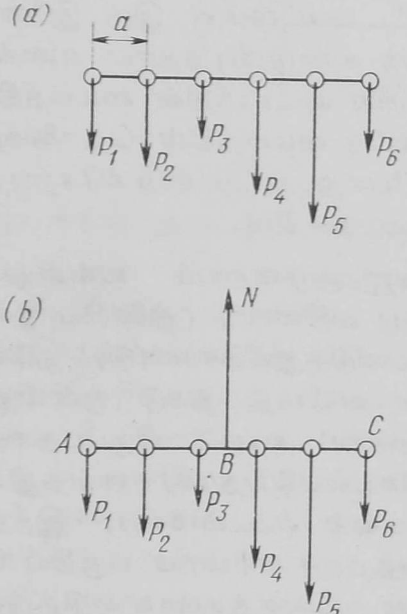
$$\pi R^2 x = (\pi R^2/4)\ (R/2 + x);$$

எனவே, $x = R/6$.

மாணவன் 'ஏ' : முதல் அணுகுமுறையே எனக்குச் சிறந்ததாகப் படுகிறது; ஏன் எனில், அதில் 'மைனஸ்' எடை ஒன்றை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டிய அவசியம் இருப்பதில்லை.

ஆசிரியர் : இதோடுகூட, படம் **65**a இல் காட்டப்பட்டுள்ள பளுத் தொகுதியின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் கணக்கு ஒன்றை எடுத்துக்கொள்ள விரும்புகிறேன். ஒரு சட்டத்தில் ஒன்றுக்கொன்று சம தொலைவில் (a) உள்ள, (P_1, P_2 ...., P_6), வெவ்வேறு எடைகள் உள்ளன. சட்டத்தின் எடையைப் புறக்கணித்துவிடலாம். இந்தக் கணக்கை எப்படிப் போடுவீர்கள் ?

மாணவன் 'ஏ' : முதலில் இரண்டு பளுக்களை, எடுத்துக்காட்டாக, P_1, P_2 ஐ எடுத்துக்கொண்டு அவற்றின் தொகுவிசை செயல்படும் புள்ளியைக் கண்டுபிடிப்பேன். பிறகு, இத் தொகுவிசையை ($P_1 + P_2$ க்குச் சமமாயிருக்கும் இது) படத்தில் குறிப்பிட்டுவிட்டு, P_1, P_2 விசைகளை அடித்துவிடுவேன். இப்போது, ஆறு விசைகளுக்குப் பதிலாக, ஐந்து விசைகளே இருக்கும். இப்போது, இன்னும் இரண்டு விசைகளை எடுத்துக்கொண்டு, அவற்றின் தொகு விசை செயல்படும் புள்ளியைக் கண்டுபிடிப்பேன். இவ்வாறே தொடர்ந்து செய்து, இறுதியில் கடைசித் தொகுவிசையைக் கண்டுபிடித்தால், அது செயல்படும் புள்ளியே முழுத் தொகுதியில் ஈர்ப்பு மையம் ஆகும்.



படம் 65

ஆசிரியர் : உனது முறை முற்றிலும் சரியே என்றாலும், அது சற்று இடறலானது. அதைவிட எளிய, நேர்த்தியான முறை ஒன்றை நான் காண்பிக்கிறேன். இந்த விசைத் தொகுதி ஈர்ப்பு மையத்தில் (படம் 65b இல் B புள்ளியில்) தாங்கப்படுவதாக வைத்துக் கொள்வோம்.

மாணவன் 'பி' : (குறுக்கிட்டு): ஆனால், ஈர்ப்புமையம் இருக்கும் இடம் தெரியாதே. P_3, P_4 விசைகள் செயல்படும் புள்ளி

களிடையே அது உள்ளது என்பது உங்களுக்கு எப்படி தெரியும்?

ஆசிரியர் : ஈர்ப்புமையம் திட்டமாக எங்கே இருக்கிறது என்பது பற்றி எனக்குக் கவலேயில்லே. படம் *65b* இல் அது P_3, P_4 விசைகள் செயல்படும் புள்ளிகளிடையே அது அமைந்திருப்பதை எனக்குச் சாதகமாக நான் பயன்படுத்திக் கொள்ளப் போவதில்லே. எனவே, விசைத் தொகுதி ஈர்ப்பு மையத்தில் தாங்கப்படுவதாக வைத்துக் கொள்வோம். இதன் விளேவாக, சட்டம் சமநிலேயில் இருக்கிறது. ஆறு விசைகளோடுகூட, மேலும் ஒரு விசை – தாங்கும் எதிர்ச் செயல்விசை N – சட்டத்தின்மீது செயல்படும். சட்டம் சமநிலே நிலேயில் இருப்பதால், சமநிலே நிபந்தனேகளே நாம் பயன்படுத்த முடியும் (*§ 14* ஐப் பார்க்கவும்). இவ்விசைகளே செங்குத்துத் திசையில் வீழ்த்தினுல் அந் நிலேக்கான முதல் நிபந்தனேயுடன் தொடங்குவோம் :

$$N=P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6 \tag{86}$$

அடுத்து, படம் *65b* இல் A புள்ளியைப் பொறுத்து (அதாவது, சட்டத்தின் இடது முனேயைப் பொறுத்து) விசைத் திருப்புதிறன் களேக் கணக்கிட்டு, இரண்டாவது நிபந்தனேயை (திருப்புதிறன் நிபந்தனேயை)ப் பயன்படுத்துவோம். இங்கு, எல்லா விசை களும் சட்டத்தை வலஞ்சுழியாகச் சுற்ற முற்படுகின்றன; தாங் கும் எதிர்ச் செயல் விசையோ அதை இடஞ்சுழியாகச் சுற்ற முற்படுகின்றன. எனவே,

$$N\,(\overline{AB})=aP_2+2aP_3+3aP_4+4aP_5+5aP_6 \tag{87}$$

நிபந்தனேகளே (*86*), (*87*) இணேத்தால், $\overline{AB}$ ஐ அதாவது, சட்டத் தின் இடது முனேயிலிருந்து ஈர்ப்பு மையத்தின் தொலேவை நாம் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

$$\overline{AB}=\frac{aP_2+2aP_3+3aP_4+4aP_5+5aP_6}{P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6} \tag{88}$$

மாணவன் 'ஏ': ஆம்; உங்கள் முறை நிரம்பவும் எளிதானது என்பதை ஒப்புக்கொண்டேயாக வேண்டும்.

ஆசிரியர் : மேலும், உனது முறை, சட்டத்தின்மீது செயல்படும் பளுக்களின் எண்ணிக்கை அதிகமானுல், மேன்மேலும் சிரமமுள்ள

தாக ஆகிவிடுகிறது. மாறாக, எனது முறையில், பளுக்களின் எண்ணிக்கை அதிகமானாலும்கூட, சிக்கலுடையதாக ஆவதில்லை. ஒவ்வொரு புதிய பளு சேரும்போது, சமன்பாட்டில் (88) தொகுதியில் (பின்னத்தின் மேற்பாகத்தில்) (Numerator) ஓர் உறுப்பும், பகுதியில் (பின்னத்தின் கீழ்ப்பாகத்தில்) (Denominator) ஓர் உறுப்பும் அதிகபடியாகச் சேர்க்கப்படும், அவ்வளவுதான்.

மாணவன் 'பி': திருப்புதிறன் நிபந்தனையை மட்டுமே பயன்படுத்தினால், சட்டத்தின் ஈர்ப்புமையம் இருக்குமிடத்தைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

ஆசிரியர்: ஓ, முடியும். இதற்கு, இரு வெவ்வேறு புள்ளிகளைப் பொறுத்து விசை திருப்பு திறன்களின் சமநிலைக்கான நிபந்தனையைக் குறிப்பிட வேண்டும். கணக்காக அதையே செய்வோம். *A*, *C* (படம் 65*b* ஐப் பார்க்கவும்) புள்ளிகளைப் பொறுத்து விசைத் திருப்பு திறன்களின் நிபந்தனையைக் கவனிப்போம். *A* புள்ளியைப் பொறுத்தவரை, திருப்பு திறன் நிபந்தனை சமன்பாட்டினால் (87) குறிக்கப்படுகிறது; *C* புள்ளியைப் பொறுத்தவுரை, சமன்பாடு வருமாறு :

$$N(5a-\overline{AB})=aP_5+2aP_4+3aP_3+4aP_2+5aP_1 \quad (89)$$

சமன்பாட்டை (87 ஐ) சமன்பாட்டினால் (89 ஆல்) வகுத்தால் கிடைப்பது :

$$\frac{\overline{AB}}{5a-\overline{AB}}=\frac{aP_2+2aP_3+3aP_4+4aP_5+5aP_6}{aP_5+2aP_4+3aP_3+4aP_2+5aP_1}$$

இதிலிருந்து கிடைப்பது :

$$\overline{AB}\,(aP_5+2aP_4+3aP_3+4aP_2+5aP_1+aP_2$$
$$+2aP_3+3aP_4+4aP_5+5aP_6$$
$$=5a\,(aP_2+2aP_3+3aP_4+4aP_5+5aP_6)$$

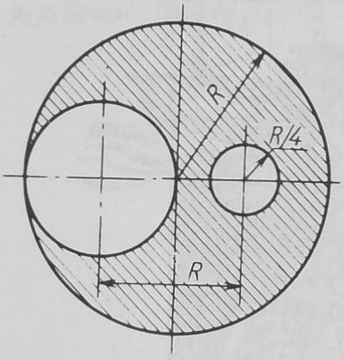
அல்லது,

$$\overline{AB}\times 5a(P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6)$$
$$=5a\,(aP_2+2aP_3+3aP_4+4aP_5+5aP_6)$$

எனவே,

$$\overline{AB}=\frac{aP_2+2aP_3+3aP_4+4aP_4+5aP_6}{P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6}$$

ஆக, சமன்பாட்டில் (88) கிடைத்த அதே முடிவு இப்போதும் கிடைக்கிறது.

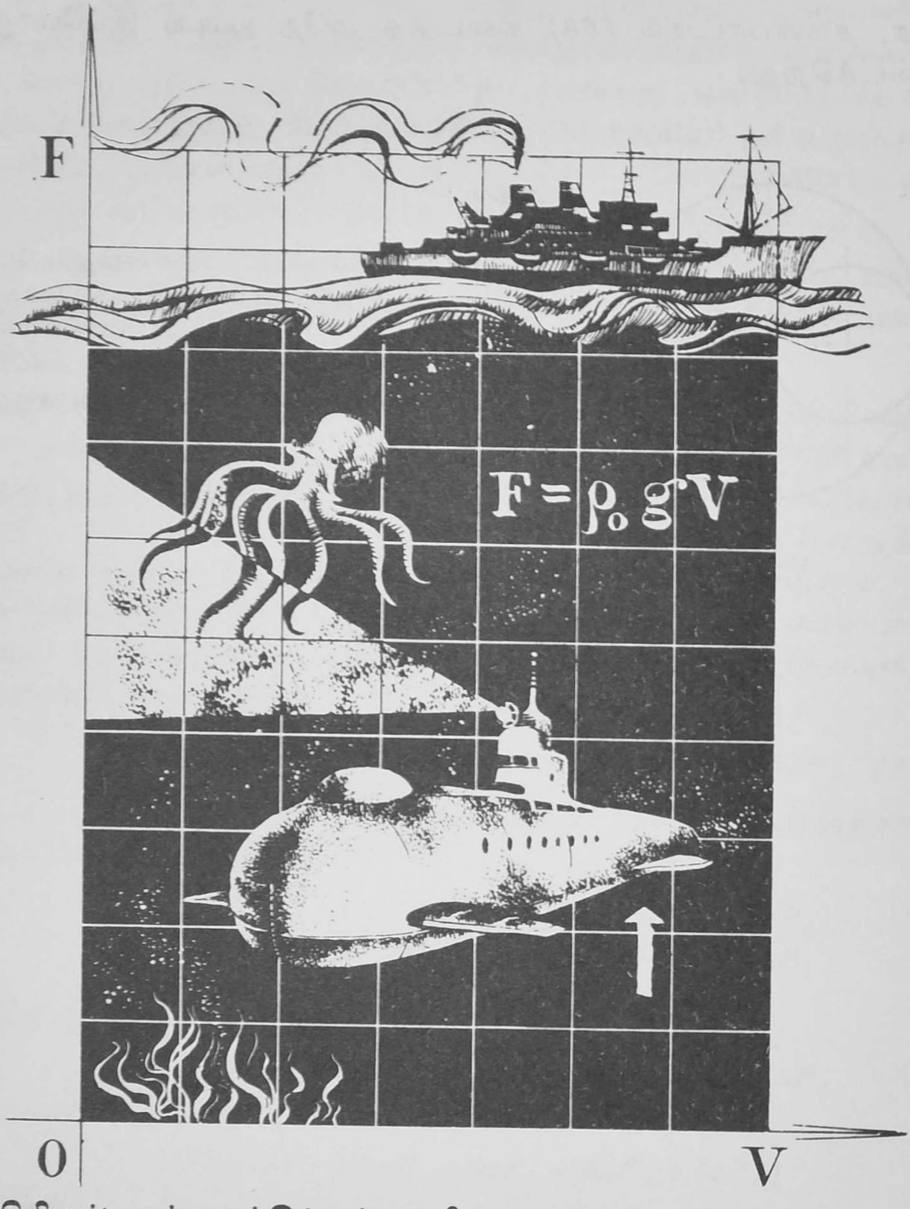


படம் 66

கணக்கு :

37. படம் 66 இல் காட்டப்படுள்ளதைப் போல் இரண்டு வட்டத் துளைகளுடன்கூடிய வட்டத்தகடு ஒன்றின் ஈர்ப்பு மையம் இருக்குமிடத்தைக் கண்டு பிடிக்கவும். துளைகளின் ஆரங்கள், தகட்டின் ஆரத்தில் முறையே பாதிக்கு, நான்கில் ஒரு பங்கிற்குச் சமமாயுள்ளன.

11-01610



ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்திற்குத் தனிப்பட்ட கவனம் செலுத்தப் படுவ தில்லை. இது பௌதிகவியல் தேர்வுகளுக்குப் பயிலும் மாணவர்கள் செய்யும் சாதாரணத் தவறாகும். இத் தத்துவத்தின் அடிப்படையில் நிரம்பவும் கவனத்தை ஈர்க்கக்கூடிய கேள்விகளையும் கணக்குகளையும் புனையமுடியும்.

எடையின்மை நிலையிலுள்ள பண்டங்களைப் பொறுத்து ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் செயல்படுவதை நாம் ஆராய்வோம்.

§ 16

உங்களுக்கு ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் தெரியுமா?

ஆசிரியர்: உங்களுக்கு ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் தெரியுமா?

மாணவன் 'ஏ': ஓ, தெரியுமே. ஒரு திரவத்தினுள் அமிழ்த்தப்பட்ட ஒரு பண்டத்தின்மீது அது செலுத்தும் மிதப்புவிசை (buoyant force) அப் பண்டத்தினுல் இடம் பெயர்த்தப் பட்ட திரவத்தின் எடைக்குச் சம மாகும்.

ஆசிரியர்: சரி. வாயுக்களுக்கும் இது பொருந்தும்; ஒரு வாயுவினுள் ''அமிழ்த்தப்பட்ட'' பண்டம் ஒன் றின் மீதும் வாயுவினுல் மிதப்புவிசை செலுத்தப்படுகிறது. இப்போது, இக் கூற்றுக்கு கோட்பாட்டியல் சான்றை (theoretical proof) உங்களால் கூற முடியுமா?

மாணவன் 'ஏ': ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்திற்கு சான்ரு?

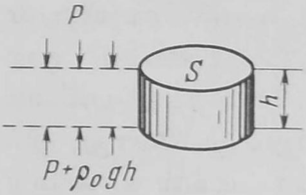
ஆசிரியர்: ஆம்.

மாணவன் 'ஏ': ஆனுல், ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவமே பரிசோதனை யின் விளைவாக நேரடியாகக் கண்டறியப் பட்டதல்லவா?

ஆசிரியர்: முற்றிலும் உண்மையே. ஆயினும், ஆற்றல் நோக்கி லிருந்தும் அதை நாம் மெய்ப்பிக்க முடியும். கன அளவு V யும் அடர்த்தி ρ யும் கொண்ட ஒரு பண்டத்தை முதலில் வெற்றிடத்தி லும், (in a Vacuum) பிறகு ρ_0 அடர்த்தியுள்ள திரவத்திலும் H உயரத்திற்கு உயர்த்துவதாக வைத்துக்கொள்ளவும். முதலாவ தில், தேவைப்படும் ஆற்றலின் அளவு $\rho g VH$ க்குச் சமம். இரண் டாவதில், தேவைப்படும் ஆற்றலின் அளவு அதைவிடக் குறைவாக இருக்கும்; ஏன் எனில், V கன அளவுள்ள பண்டத்தை H உயரத் திற்கு உயர்த்தும்போது, கூடவே V கன அளவுத் திரவம் H உயரத் திற்குக் கீழே இறக்கப்படுகிறது. எனவே, இரண்டாவதில் செல வழிக்கப்படும் ஆற்றல் $(\rho gVH-\rho_0 gVH)$ க்குச் சமமாயுள்ளது. கழிக்கப்படவேண்டிய $\rho_0 g\,VH$ஐ ஒரு குறிப்பிட்ட விசையினுல் செய் யப்படும் வேலையாகக் கருதினுல், வெற்றிடத்தோடு ஒப்பிடும் போது ஒரு திரவத்தில் அதிகப்படியான விசை ஒன்று $F=\rho_0 gV$ பண்

டத்தின்மீது செயல்பட்டு அது எளிதாக மேலே கிளம்புவதைத் சாத்தியமாக்குகிறது என்று முடிவு செய்ய முடியும். இந்த விசையே மிதப்பு விசை எனப்படுகிறது திரவத்தில் அமிழ்த்தப்பட்ட பண்டத்தின் V கன அளவில் உள்ள திரவத்தின் எடைக்கு இது சமம் என்பது தெளிவு. (திரவத்தில் பண்டத்தின் மெய்யான இடப்பெயர்ச்சிகளில் ஏற்படும் உராய்வுடன் சம்பந்தப்பட்ட ஆற்றல் இழப்புகளை நாம் புறக்கணிக்கிறோம் என்பதைக் கவனிக்கவும்).

ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்தைப் பிறிதொரு வகையிலும் நாம் பெற முடியும். திரவத்தினுள் அமிழ்த்தப்பட்ட பண்டம், h உயரமும் S அடிப்பகுதிப் பரப்பளவும் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவில் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும் (படம் 67).



படம் 67

அடிப்பகுதியின் மேற்புறத்தின் மீதுள்ள அழுத்தம் p என்று வைத்துக்கொள்ளவும். அப்போது அடிப்பகுதியின் கீழ்ப்புறத்தின் மீதுள்ள அழுத்தம் $p+\rho_0 gh$ க்குக் சமமாயிருக்கும். இவ்வாறாக, மேற்புறத்தின் மீதும் கீழ்ப்புறத்தின்மீதும் உள்ள அழுத்த வேறுபாடு $\rho_0 gh$ ஆகின்றது. இந்த வேறுபாட்டை அடிப்பகுதியின் பரப்பளவான S ஆல் பெருக்கினால் நமக்குக் கிடைப்பது விசை $F=\rho_0 ghs$; இது பண்டத்தை மேல்நோக்கித் தள்ள முற்படுகிறது. $hs=V$, அதாவது, உருளையின் கன அளவு ஆதலால் இது ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்தில் வரும் மிதப்பு விசையாகும் என்பதை நன்கு காண முடியும்.

மாணவன் 'ஏ' : ஆம். ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்தை முற்றிலும் தர்க்கரீதியாகவே (logical reasoning) பெற முடியும் என்பதை இப்போது தெரிந்துகொண்டேன்.

ஆசிரியர் : மேலே செல்வதற்குமுன், ஒரு பண்டம் மிதப்பதற்கான நிபந்தனையை நினைவுபடுத்திக் கொள்வோம்.

மாணவன் 'ஏ' : அந் நிபந்தனை எனக்கு நினைவிருக்கிறது. பண்டத்தின் எடை, ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்திற்கேற்ப, அதன்மீது செயல்படும் மிதப்பு விசையினால் ஈடு செய்யப்படவேண்டும்.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. இதோ உனக்கு ஓர் எடுத்துக் காட்டு. நீருடன் கூடிய கலம் ஒன்றில் ஒரு பனிக்கட்டி துண்டு மிதக்கிறது. பனிக்கட்டி உருகும்போது நீர் மட்டம் மாறுமா?

மாணவன் 'ஏ': நீர் மட்டம் மாருதிருக்கும்; ஏன் எனில், பனிக்கட்டியின் எடை மிதப்பு விசையினுல் ஈடு செய்யப்பட்டு விடுகிறது; எனவே, பனிக்கட்டியினுல் வெளியேற்றப்பட்ட (இடம் பெயர்த்தப்பட்ட) நீரின் எடைக்கு அது சமம். பனிக்கட்டி உருகும் போது, இதற்குமுன் இடம் பெயர்த்தப்பட்ட நீரின் கன அளவுக்கு சமமான கன அளவுள்ள நீராக அது மாறுகிறது.

ஆசிரியர்: அதுவேதான். இப்போது, பனிக்கட்டியினுள், எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு காரீயத் துண்டு இருப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம். பனிக்கட்டி உருகியபின் நீர் மட்டத்திற்கு என்ன நேரிடும்?

மாணவன் 'ஏ': நிச்சயமாக எதுவும் தெரியவில்லை, ஆனுல், நீர் மட்டம் சிறிது குறையும் என்று நினைக்கிறேன். எனினும், இதை என்னுல் மெய்ப்பிக்க முடியாது.

ஆசிரியர்: காரீயத் துண்டுடன் கூடிய பனிக்கட்டியின் கன அளவை V என்றும், காரீயத் துண்டின் கன அளவை v என்றும், பனிக்கட்டியின் அமிழ்ந்துள்ள பகுதியினுல் இடம் பெயர்த்தப் பட்டுள்ள நீரின் கன அளவை v_1 என்றும், நீரின் அடர்த்தியை ρ_0 என்றும். பனிக்கட்டியின் அடர்த்தியை ρ_1 என்றும், காரீயத்தின் அடர்த்தியை ρ_2 என்றும், குறிப்பிடுவோம். காரீயத்துண்டுடன் கூடிய பனிக்கட்டி.

$$\rho_1 g\ (V-v)+\rho_2 g v$$

க்குச் சமமான எடையுடன் கூடியதாயுள்ளது. இந்த எடை $\rho_0 g v_1$ க்குச் சமமான மிதப்பு விசையினுல் ஈடு செய்யப்படுகின்றது. ஆக,

$$\rho_1 g\ (V-v)+\rho_2 g v=\rho_0 g V_1 \qquad (90)$$

உருகியபின் பனிக்கட்டி நீராக மாறுகிறது; இந் நீரின் கன அளவு V_2 பின்வரும் சமன்பாட்டிலிருந்து கண்டுபிடிக்கப்படுகிறது;

$$\rho_1 g\ (V-v)=\rho_0 g V_2$$

இதைச் சமன்பாட்டில் (90) பயன்படுத்தினுல் நமக்குக் கிடைப்பது:

$$\rho_0 g V_2 + = \rho_2 g v=\rho_0 g V_1 .$$

இதிலிருந்து, பனிக்கட்டி உருகுவதினுல் கிடைக்கும் நீரின் கன அளவைக் கண்டுபிடிக்கிறோம்:

$$V_2 = V_1 - v\frac{\rho_2}{\rho_0} \tag{91}$$

ஆக, பனிக்கட்டி உருகுவதற்கு முன் வெளியேற்றப்பட்ட நீரின் கன அளவு V_1 ஆக இருந்தது. பிறகு, காரீயத்துண்டும் உருகிய பனிக்கட்டிலிருந்து வந்த நீரும் (V_2+v) கன அளவை அடைந்தது. கலத்திலுள்ள நீரின் மட்டத்தைப் பற்றிய கேள்விக்கு விடையளிக்கும்பொருட்டு, இந்தக் கன அளவுகளை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டும். சமன்பாட்டிலிருந்து (91) நமக்குக் கிடைப்பது :

$$V_2 + v = V_1 - v\frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0} \tag{92}$$

$\rho_2 > \rho_0$ (காரீயம் நீரைவிடக் கனமானது) ஆதலால், (92) சமன்பாட்டிலிருந்து $(V_2+v) < V_1$ என்பது தெரிகிறது. எனவே, பனிக்கட்டி உருகுவதால் நீர்மட்டம் குறையும். கன அளவுகளின் வித்தியாசமான $V_1-(V_2+v)$ ஐ கலத்தின் குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவான S ஆல் வகுத்தால் (எளிமையின் பொருட்டு, அது உருளை வடிவில் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம்), பனிக்கட்டி உருகிய பின் நீர்மட்டம் குறையும் உயரமான h ஐ நாம் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

$$h = v\frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0 S} \tag{93}$$

இக் கணக்கைப் போடும் முறையைப் புரிந்து கொண்டீர்களா ?

மாணவன் 'ஏ' : ஆம், புரிந்துகொண்டேன் என்றே நிச்சயமாக நினைக்கிறேன்.

ஆசிரியர் : அப்படியானால், காரீயத் துண்டுக்குப் பதிலாக, பனிக்கட்டியினுள் கன அளவு v யும் அடர்த்தி ρ_3 யும் உள்ள தக்கைத்துண்டு ஒன்றை வைப்போம். பனிக்கட்டி உருகும்போது நீர்மட்டத்திற்கு என்ன நேரும்?

மாணவன் 'ஏ' : அது சிறிதளவு உயரும் என்று எண்ணுகிறேன்.

ஆசிரியர் : ஏன் ?

மாணவன் 'ஏ' : காரீயத்துடன் கூடிய எடுத்துக்காட்டில், நீர் மட்டம் குறைந்தது. காரீயம் நீரைவிடக் கனமானது; தக்கையோ நீரைவிட லேசானது. எனவே, தக்கையைப் பொறுத்தவரை,

எதிர்விளைவை, அதாவது, நீர்மட்டம் உயரவேண்டும் என்பதையே எதிர்பார்க்க வேண்டும்.

ஆசிரியர்: உனது விடை தவறு. பனிக்கட்டி உருகியபின் தக்கை நீரினுள் அமிழ்ந்திருந்தால், உனது விடை சரியாக இருக்கும். தக்கை நீரைவிட லேசானதால், நிச்சயமாக அது மேற்பரப்புக்கு வந்து மிதக்கும், ஆகவே, தக்கை (அல்லது, நீரைவிட லேசான வேறு எந்தப் பொருள்) சம்பந்தப்பட்ட எடுத்துக்காட்டில், தனியாக நாம் கவனம் செலுத்த வேண்டியிருக்கிறது (91ஆம்) சமன்பாட்டின் முடிவைப் பயன்படுத்தி, தக்கையுடன் கூடிய பனிக்கட்டியினுல் வெளியேற்றப்பட்ட நீரின் கன அளவிற்கும் பனிக்கட்டி உருகுவதனுல் உண்டாகும் நீரின் கன அளவிற்குமிடையேயுள்ள வித்தியாசத்தைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்.

$$V_1 - V_2 = v\frac{\rho_3}{\rho_0} \qquad (94)$$

அடுத்து, தக்கைத்துண்டு மிதப்பதற்கான நிபந்தனையைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

$$\rho_3 v = \rho_0 v_1 \qquad (95)$$

v_1 என்பது நீரினுள் அமிழ்ந்துள்ள தக்கைப் பகுதியின் கன அளவாகும். இப்போது, (95) ஐ (94) சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தினுல் நமக்குக் கிடைப்பது:

$$V_1 = V_2 + v_1$$

ஆக, பனிக்கட்டியினுல் வெளியேற்றப்பட்ட நீரின் கன அளவு, உருகிய பனிக்கட்டியிலிருந்து கிடைக்கும் நீரின் கன அளவு, மிதக்கும் தக்கைத் துண்டின் அமிழ்ந்துள்ள பகுதியினுல் வெளியேற்றப்படும் நீரின் கன அளவு ஆகியவற்றின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சரியாகச் சமமாக இருக்கிறது. எனவே, நீர்மட்டம் மாருமல் அப்படியே இருக்கிறது.

மாணவன் 'ஏ': தக்கைத் துண்டுக்குப் பதிலாகப் பனிக்கட்டித் துண்டினுள் வெறும் காற்றுக் குமிழி ஒன்று இருந்தால்?

ஆசிரியர்: பனிக்கட்டி உருகிய பின், இந்தக் குமிழி வெளியே வந்துவிடும். பனிக்கட்டி உருகுவதற்கு முன் கலத்தில் நீர்மட்டம் எவ்வளவு இருந்ததோ அதே அளவுதான் இப்போதும் இருக்கும் என்பதைத் தெளிவாகக் கண்டுகொள்ள முடியும். சுருங்கச் சொன்

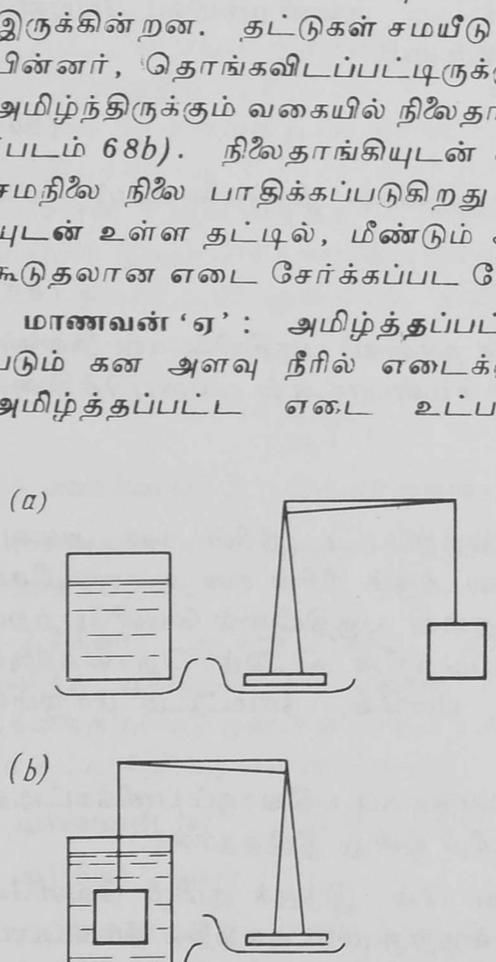
ஞல், பனிக்கட்டியினுள் காற்றுக் குமிழியுடன் கூடிய எடுத்துக் காட்டும் ஒரே மாதிரியானவைதாம்.

மாணவன் 'ஏ' : ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு, கவர்ச்சி மிக்க கேள்விகளும் கணக்குகளும் அமைக்க முடியும் என்று தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : ஆனல், தேர்விற்குப் பயிலும் சில மாணவர்கள் இத் தத்துவத்திற்குப் போதிய கவனம் செலுத்துவதில்லே.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டைக் கவனிப்போம். ஒரு தராசின் ஒரு தட்டில் நீருடன்கூடிய கலம் ஒன்றும், மற்ருெரு தட்டில், தொங்கவிடப்பட்ட எடையுடன் கூடிய நிலேதாங்கி (stand) ஒன்றும் இருக்கின்றன. தட்டுகள் சமயீடு செய்ப்படுகின்றன (படம் 68*a*). பின்னர், தொங்கவிடப்பட்டிருக்கும் எடை நீரினுள் முற்றிலும் அமிழ்ந்திருக்கும் வகையில் நிலேதாங்கி திருப்பி அமைக்கப்படுகிறது (படம் 68*b*). நிலேதாங்கியுடன் கூடிய தட்டு லேசாக ஆவதனல் சமநிலே நிலே பாதிக்கப்படுகிறது என்பது தெளிவு. நிலேதாங்கி யுடன் உள்ள தட்டில், மீண்டும் சமநிலே ஏற்படுவதற்கு எவ்வளவு கூடுதலான எடை சேர்க்கப்பட வேண்டும்?

மாணவன் 'ஏ' : அமிழ்த்தப்பட்ட எடையினல் வெளியேற்றப் படும் கன அளவு நீரில் எடைக்குச் சமமான மிதப்பு விசைக்கு அமிழ்த்தப்பட்ட எடை உட்படுத்தப்படுகிறது (நீரின் இந்த எடையை P இனல் குறிக்கின்ருேம்). எனவே, சமநிலே மீண்டும் ஏற்படுத்துவதற்கு, நிலே தாங்கியுடன் கூடிய தட்டில் P எடைசேர்க்கப்பட வேண்டும்.



படம் 68

ஆசிரியர் : தவறு, நியூட்டனின் மூன்ருவது இயக்க விதியை நினேவு படுத்திக் கொள்வது நல்லது. இந்த விதியின்படி, கலத்திலுள்ள நீர் அமிழ்த்தப்பட்டுள்ள எடையின் மீது செலுத்தும் விசை, அமிழ்த்தப்பட்டுள்ள எடை நீரின் மீது எதிர்த்திசையில் செலுத்தும் விசைக்குச் சரிசம

மாக உள்ளது. இதன் விளைவாக, நிலைதாங்கியுடன் கூடிய தட்டின் எடை குறையும்போது, கலத்துடன் கூடிய தட்டின் எடை அதிகரிக்கிறது. ஆகவே, மீண்டும் சமநிலை ஏற்படுவதற்கு $2P$ க்குச் சமமான எடையை நிலைதாங்கியுடன் கூடிய தட்டில் சேர்க்க வேண்டும்.

மாணவன் 'ஏ' : உங்கள் வாதம் எனக்குச் சரியாக விளங்கவில்லை. அமிழ்த்தப்பட்ட எடைக்கும் நீருக்குமிடையேயுள்ள செயலதிர்ச் செயல், விசையியலில் நாம் பார்க்கும், இரு பண்டங்களுக்கிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயலை ஒருவகையிலும் ஒத்திருக்கவில்லையே.

ஆசிரியர் : நியூட்டனின் மூன்றாவது விதி விசையியலுக்கு மட்டுமே பொருத்தமுடையதாகும் என்பதில்லை. ''ஒவ்வொரு செயலுக்கும் அதற்குச் சமமானதும் எதிரானதுமான எதிர்ச் செயல் இருக்கிறது'' என்னும் கூற்று பல்வேறு வகைச் செயலெதிர்ச் செயலுக்குப் பொருந்துகிறது. ஆயினும், நமது கணக்கைப் பொறுத்தவரை வேறொரு வகையில் நாம் ஆராய முடியும்; இதற்கு நீ ஒரு மறுப்பும் சொல்ல முடியாது என்று நினைக்கிறேன். எடையுடன் கூடிய நிலைதாங்கியையும் நீருடன் கூடிய கலத்தையும் ஒரே தொகுதியின் பகுதியாக கருதுவோம்; இதன் மொத்த எடை இடது தட்டின் எடை, வலது தட்டின் எடை இரண்டின் கூட்டுத் தொகையாகும். தொகுதியின் மொத்த எடை, அதன் பகுதிகளுக்கிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயல் காரணமாக மாறக் கூடாது. எனவே, செயலெதிர்ச் செயலின் விளைவாக, வலது தட்டின் எடை P அளவிற்குக் குறைந்தால், இடது தட்டின் எடை அதே அளவிற்கு (P) அதிகரிக்க வேண்டும். ஆதலால், எடை நீருடன்கூடிய கலத்தினுள் அமிழ்ந்த பிறகு, இடது, வலது தட்டுகளின் எடைகளுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாடு $2P$ ஆக இருக்க வேண்டும்.

கணக்கு :

38. உருளை வடிவமும் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவும் கொண்ட ஒரு கலம் நீரினால் நிரப்பப்படுகிறது; காரீய குண்டு ஒன்றுள்ள ஒரு பனிக்கட்டித் துண்டு அதில் மிதக்கிறது. ஈயக்குண்டுடன் கூடிய பனிக்கட்டியின் கன அளவு V; இக் கன அளவில் 1/20 பங்கு நீர்மட்டத்திற்கு மேலே இருக்கிறது. பனிக்கட்டி உருகியபின், கலத்திலுள்ள நீர்மட்டம் எந்த அளவிற்கு குறையும்? நீர், பனிக்கட்டி, காரீயம் இவற்றின் அடர்த்திகள் தெரியுமென வைத்துக் கொள்ளவும்.

§ 17

விண்வெளிக் கலத்தில் ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் உண்மையாக இருக்குமா?

ஆசிரியர்: ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம், விண்வெளிக்கலம் ஒன்று எடையின்மை நிலையில் இருக்கும்போது, அதில் உண்மையாக இருக்குமா?

மாணவன் 'ஏ': உண்மையாக இராது என்று எண்ணுகிறேன். ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்தின் சாரமே, (சம கன அளவுகள் கொண்ட) பண்டம், திரவம் இவற்றின் அடர்த்திகள் வெவ்வேருக இருப்பதால், அவற்றை ஒரே அளவு உயரத்திற்கு எழுப்புவதற்கு வேவ்வேறு அளவுள்ள வேலைகள் செய்யப்பட வேண்டும் என்பது தான். எடையின்மை நிலையில் இந்த வேலைகளின் அளவுகளில் வேறுபாடு எதுவும் இல்லை; ஏன் எனில், பண்டத்தையோ, அதற்குச் சமமான கன அளவுள்ள திரவத்தையோ, உயர்த்துவதற்குத் தேவைப்படும் வேலை பூஜ்யத்திற்குச் சமம். திரவத்தினுள் அமிழ்த்தப்பட்டுள்ள ஒரு பண்டத்தின் மீது அத்திரவத்திற்குள்ள அழுத்தத்தைக் கவனித்தாலும், நம்மால் அதே முடிவிற்கு வர முடியும்; ஏன் எனில், மிதப்பு விசைக்குக் காரணம் பண்டத்தின் அடிப்பகுதியில் மேற்புறத்தின்மீதும் கீழ்ப்புறத்தின் மீதும் செலுத்தப்படும் அழுத்தங்களிலுள்ள வேறுபாடுதான். எடையின்மை நிலையில், இந்த அழுத்த வேறுபாடு மறைந்து விடுகிறது; அதனுடன், மிதப்பு விசையும் மறைந்துவிடுகிறது. எடையின்மை நிலையில் ''மேலே'' என்பதற்கும் ''கீழே'' என்பதற்கும் வேறுபாடு எதுவுமில்லை. எனவே, பண்டத்தின் எந்த அடிப்பகுதி மேற்புறம், எது கீழ்ப்புறம் என்று குறிப்பிடவே முடியாது.

ஆக, எடையின்மை நிலையில், ஒரு திரவத்தினுள் அமிழ்ந்துள்ள ஒரு பண்டத்தின்மீது மிதப்புவிசை எதுவும் செயல்படுவதில்லை. அதாவது, அத்தகைய நிலையில் ஆர்க்மிடீஸ் தத்துவம் உண்மையாக இராது.

மாணவன் 'பி': மாணவன் 'ஏ' சொன்ன கடைசி முடிவுடன் எனக்கு உடன்பாடில்லை. எடையின்மை நிலையிலும் ஆர்கிமிடீஸ்

தத்துவம் உண்மையாக இருக்கும் என்றே நான் நிச்சயமாக நம்புகிறேன். மேலும் மிகுந்த கவனத்துடன் ஆராய்வோம். நாம் உடனே நேரடியாக எடையின்மை நிலையை எடுத்துக் கொள்ள வேண்டியதில்லை; புவி ஈர்ப்பு முடுக்கமான g செயல்படும் திசையிலேயே குறிப்பிட்ட முடுக்கமான a யுடன் செல்லும் 'லிப்ட்'டுடன் தொடங்குவோம். $a<g$ என்று வைத்துக் கொள்ளவும். இந்நிலையில் ஒரு திரவத்தில் அமிழ்த்தப்பட்டுள்ள பண்டத்தின் மீது செயல்படும் மிதப்பு விசை

$$F=\rho_0\ (g-a)\ V \tag{96}$$

என்பதும், பண்டத்தினல் வெளியேற்றப்பட்ட திரவத்தின் எடையும் $\rho_0\ (g-a)\ V$ க்குச் சமமாயிருக்கும் என்பதும் தெளிவு. ஆக, மிதப்பு விசை, இப்போதும், பண்டத்தினல் வெளியேற்றப்பட்ட திரவத்தின் எடைக்குச் சமமாயிருக்கிறது, அதாவது, ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் உண்மை. அடுத்து, முடுக்கம் a ஐப் படிப்படியாக g இன் மதிப்பை அது எட்டும் வகையில் உயர்த்துவோம். (96) சமன்பாட்டின்படி, மிதிப்பு விசை படிப்படியாகக் குறையும்; ஆனல், அதே சமயத்தில் அதே முறையில், பண்டத்தின் கன அளவுக்குச் சமமான கன அளவுத் திரவத்தின் எடையும் குறையும். வேறுவிதமாகச் சொன்னல், முடுக்கம் a முடுக்கம் gஐ நெருங்கும்போதும் ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் தொடர்ந்து உண்மையாகவே இருக்கும். $a=g$ என்னும் எல்லையில், எடையின்மை நிலை ஏற்படுகிறது. இப்போது, மிதப்பு விசை பூஜ்யமாகிவிடுகிறது; ஆனல், பண்டத்தினல் வெளியேற்றப்பட்ட திரவத்தின் எடையும் பூஜ்யமாகிறது. எனவே, எடையின்மை நிலையிலும் ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் உண்மையாக இருக்கிறது என்று கூறுவதை எதுவும் தடுக்க முடியாது. பின்வரும் எடுத்துக்காட்டின் வாயிலாக எனது கூற்றை விளக்க விரும்புகிறேன். தக்கைத் துண்டு ஒன்று நீருடன் கூடிய ஒரு கலத்தில் மிதக்கிறது என்று வைத்துக் கொள்ளவும். (95ம்) சமன்பாட்டின்படி, நீரினுள் அமிழ்ந்துள்ள தக்கையின் கன அளவுக்கும் தக்கையின் மொத்த கன அளவுக்கும் உள்ள விகிதம், தக்கையின் அடர்த்திக்கும் நீரின் அடர்த்திக்கும் உள்ள விகிதத்திற்குச் சமம். எனவே,

$$\frac{v_1}{v}=\frac{\rho_3}{\rho_0} \tag{97}$$

அடுத்து, இந்தக் கலம் ஒரு 'லிப்'டில் இருப்பதாகவும், 'லிப்ட்' a முடுக்கத்துடன் இறங்கத் தொடங்குவதாகவும் வைத்துக் கொள்

வோம். இதனுல் தக்கை, நீர் இவற்றின் அடர்த்திகள் மாறுவதில்லை ஆதலால், சமன்பாடு (95) உண்மையாகவே இருக்கும். அதாவது, முடுக்கத்துடன் செல்லும் 'லிப்டி'ன் இயக்கத்தில், நீர் மட்டத்தைப் பொறுத்து தக்கைத் துண்டு இருக்கும் நிலை, முடுக்கம் இல்லாமலிருக்கும்போதுள்ள நிலைக்குச் சமமாகவே இருக்கும். $a=g$ என்ற எல்லை நிலையிலும்; அதாவது, எடையின்மை நிலையிலும் இந்த நிலை மாருது. இவ்வாறு, ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்தினுல் நிர்ணயிக்கப்படும், (நீர் மட்டத்தைப் பொறுத்து) தக்கைத் துண்டுக்குள்ள நிலை 'லிப்டி'ன் முடுக்கத்தினுல் பாதிக்கப்படுகிறதில்லை என்று தெரிகிறது. எடையின்மை இருப்பதற்கும் அது இல்லாமலிருப்பதற்கும் ஒரு வேறுபாட்டையும் காண முடியாது.

ஆசிரியர் : உங்கள் இருவருடைய வாதங்களும் ஆதாரங்களுடன் கூடியனவாகவே உள்ளன. ஆயினும், மாணவன் 'ஏ' கூறியதையே நான் ஒப்புக்கொள்ள வேண்டும் : அதாவது, எடையின்மை நிலையில் ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் உண்மையில்லை.

மாணவன் 'பி': ஆனுல், எனது சான்றுகளைத் தவறு என்று நீங்கள் காண்பிக்க வேண்டுமே.

ஆசிரியர் : அதைத்தான் இப்போது செய்யப் போகிறேன். உனது வாதம் இரண்டு விபரங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது. முதலாவது: முடுக்கம் $a<g$ என்னும்போது, ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்திற்கிணங்க, ஒரு பண்டத்தின்மீது மிதப்பு விசை செயல்பட்டு அது மேலே தள்ளப்படுகிறது. இரண்டாவது : இக்கூற்று எல்லைநிலையிலும், அதாவது $a=g$ என்னும் எடையின்மை நிலையிலும் உண்மையாக இருக்கும். முதலாவது விபரத்திற்கு நான் மறுப்பேதும் கூறவில்லை. ஆனுல், இரண்டாவது விபரத்தை நான் ஏற்றுக் கொள்வதற்கில்லை,

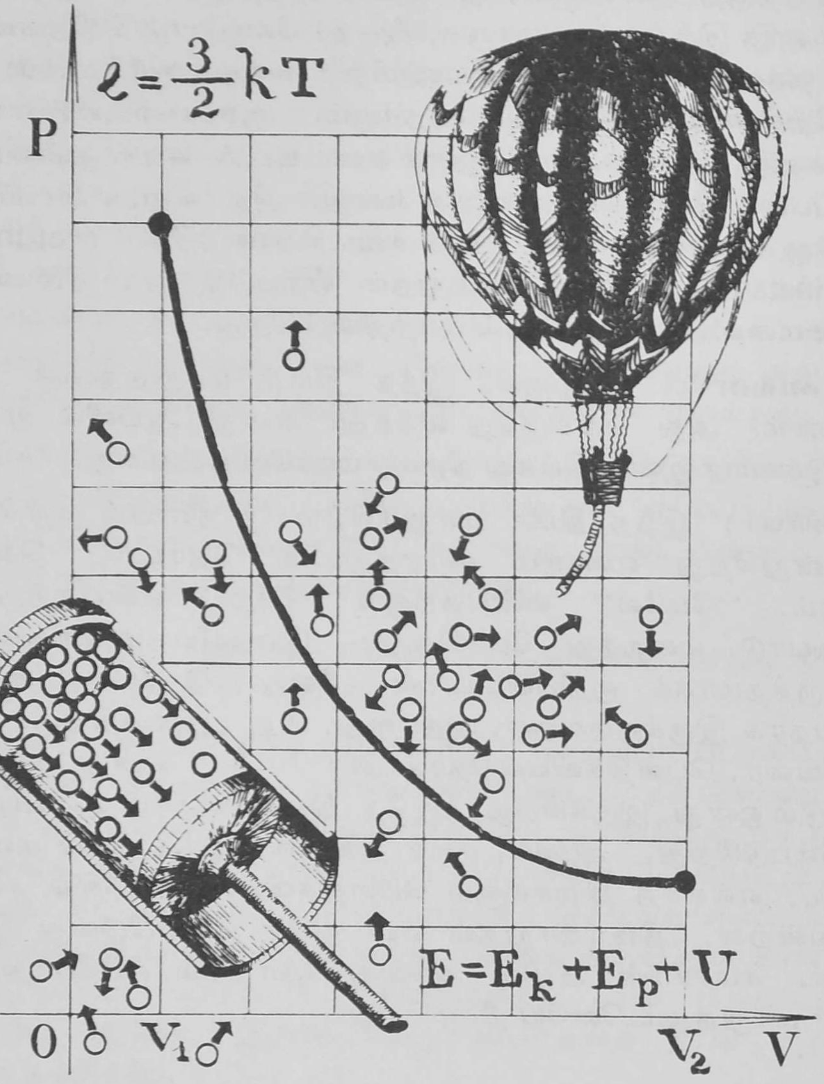
மாணவன் 'பி' : ஆனுல், எடையின்மை நிலையிலும் தக்கைத் துண்டு அதே இடத்தில் இருக்கிறது என்பதை உங்களால் மறுக்க முடியாது! அதன் இடம் ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்திற்கிணங்கியதே ஆகும்.

ஆசிரியர்: உண்மை. எடையின்மை நிலையிலும் தக்கைத் துண்டு அதே இடத்தில்தான் இருக்கிறது. எனினும், இந்நிலையில் திரவத்தின் பரப்பைப் பொறுத்து அது இருக்கும் இடத்திற்குக் காரணம் ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவம் அன்று. உன் விரலினுல் அந்தை நீரினுள்

ஆழத்திற்குத் தள்ளினுல், நீ விட்ட ஆழத்திலேயே அது இடை மிதவலாக இருக்கும். மாருக, $(g-a)$ வேறுபாடு சிறிதளவானுல் கூட, தக்கைத் துண்டு மேற்பரப்பிற்கு வந்து, ஆர்கிமிடீஸ் தத்துவத்திற்கிணங்கிய இடத்தில் மிதக்கும். ஆக, எடையின்மைக்கும் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவினதாக எடையுடன் கூடிய தன்மைக்கும் அடிப்படை வேறுபாடு ஒன்று உள்ளது. அதாவது, எடையின்மை நிலைக்கு மாறும்போது, ''மிகக் கடைசி கணத்தில்'' (''at the very last instant'') ஒரு திடீர்மாறுதல் ஏற்படுகிறது; நிலைமையின் தன்மையை அது முற்றிலும் மாற்றிவிடுகிறது.

மாணவன் 'பி' : ஆனுல், இந்த திடீர் மாறுதலுக்கு என்ன காரணம்? அது எங்கிருந்து வந்தது? எனது ஆய்வில் முடுக்கம் a முடுக்கம் g இன் மதிப்பை நிதானமாகவே எட்டியது.

ஆசிரியர் : இந்த திடீர் மாறுதல், $a=g$ நிலையில் ஒரு சமச்சீர் தோன்றுகிறது என்னும் விபரத்துடன் தொடர்பு கொண்டதாகும். ''மேலே'' என்பதற்கும் ''கீழே'' என்பதற்குமுள்ள வேறுபாடு மறைந்து போகிறது; இதையே மாணவன் 'ஏ' பொருத்தமாகக் குறிப்பிட்டான். வேறுபாடு $(g-a)$ மிகமிகச் சிறியதாக இருக்கும்வரை, அதாவது, அது பூஜ்யத்திற்குச் சமமாகாதவரை, பௌதிகவியல் நோக்கில் ''மேலே'' என்று வரையறுக்கப்படும் ஒன்று இருக்கிறது. இதே திசையில்தான் மிதப்பு விசை செயல்படுகிறது. ஆனுல், $a=g$ நிலையில், இந்த திசை மறைந்து போய், எல்லாத் திசைகளும் பௌதிகவியல் நோக்கில் சமமாகி விடுகின்றன. திடீர்மாறுதல் என நான் குறிப்பிடுவது இதைத்தான். சமச்சீரின் அழிவு அல்லது தோற்றம் எப்போதும் ஒரு திடீர் மாறுதலுடனேயே நிகழ்கிறது.



அடிப்படையில், நவீனப் பௌதிகவியல் என்பது மூலக்கூறு பௌதிகவியலே ஆகும். எனவே, மிக எளிமையான எடுத்துக் காட்டாகிய இலட்சிய வாயுவை(Ideal gas)ப் பயன்படுத்தியாவது, பொருளின் மூலக்கூறு - சலனவியல் கோட்பாட்டின் அடிப்படைகளைப் பற்றிச் சிறிதளவாவது தெரிந்து கொள்வது நிரம்பவும் முக்கியமாகும். நீரின் வெப்ப விரிவில் தென்படும் சிறப்புத் தன்மை தனியாக ஆராயப்பட்டுள்ளது. வாயு விதிகள் விவரமாக ஆராயப்படும்; குறிப்பிட்ட பொறியியல் கணக்குகளைத் தீர்ப்பதில் அவை பயன்படுத்தப்படும்.

§ 18

பொருளின் மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாடுபற்றி உங்களுக்கு என்ன தெரியும்?

ஆசிரியர் : தேர்வுகளில் கேட்கப் படும் வழக்கமான கேள்விகளுள் ஒன்று: பொருளின் மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டின் (Molecular kinetic theory of matter) அடிப்படைத் தத்துவங்கள் யாவை? இந்தக் கேள்விக்கு நீங்கள் எவ்வாறு விடையளிப்பீர்கள் ?

மாணவன் 'ஏ' : இரண்டு அடிப் படைத் தத்துவங்களை எடுத்துக் கூறுவேன். முதலாவது: எல்லாப் பண்டங்களும் மூலக் கூறுகளினால் ஆகியுள்ளன; இரண்டாவது: இம் மூலக்கூறுகள் குழப்பமான வெப்ப வியல் இயக்க நிலையில் இருக் கின்றன.

ஆசிரியர் : உனது விடை சுருக்கமாகவும் முழுமையின்றியும் உள்ளது. சாதாரணமாக, மாணவர்கள் இக் கேள்வியை பொறுத்தவரை ஒரு மேலோட்டமான போக்கையே கொண்டிருப் பதை நான் கவனித்திருக்கிறேன். பொதுவாக, பொருளின் மூலக் கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டைப்பற்றி என்ன சொல்ல வேண்டும் என்பது அவர்களுக்குத் தெரிவதில்லை; ஏதோ ஒரு சில பொதுப் படையான கூற்றுக்களினால் அதை விளக்க முற்படுகின்றனர். பொருளின் மூலக்கூறு—சலனவியல் கோட்பாட்டை விரிவாக ஆராய வேண்டும் என்று நினைக்கிறேன். இக் கோட்பாட்டின் அடிப்படைத் தத்துவங்கள் எனக் கருதப்படுபவற்றை எடுத்துக் கூறி இதைத் தொடங்குகிறேன்.

1. பொருள் ''ரவை'' போன்ற அமைப்புடையதாயிருக் கிறது: அது மூலக்கூறுகளினால் (அல்லது அணுக்களினால்) ஆகியுள்ளது. ஒரு பொருளின் ஒரு கிராம்-மூலக்கூறில், அப் பொருள் எந்தப் பௌதிக நிலையில் இருந்தாலும், $N_A = 6 \times 10^{23}$ மூலக்கூறுகள் இருக்கின்றன (N_A என்னும் எண் அவகாட்ரோ எண் என்றழைக்கப்படுகிறது).

2. ஒரு பொருளின் மூலக்கூறுகள் இடைவிடாத வெப்பவியல் இயக்கநிலையில் இருக்கின்றன.

3. மூலக்கூறுகளின் வெப்பவியல் இயக்கத்தின் தன்மை

அவற்றினிடையே ஏற்படும் செயலெதிர்ச் செயலைச் சார்ந்திருக்கின்றது; மேலும், அது, பொருள் ஒரு பௌதிக நிலையிலிருந்து வேருெரு பௌதிக நிலைக்கு மாறும்போது மாறுதலடைகிறது.

4. மூலக்கூறுகளின் வெப்பவியல் இயக்கத்தின் தீவிரம் பண்டம் சூடாக்கப்படும் வெப்பநிலையைச் சார்ந்திருக்கிறது; இவ் வெப்பநிலை தனி வெப்ப அளவு T-யினுல் குறிக்கப்படுவதாகும். கோட்பாடு, ஒரு தனிப்பட்ட மூலக்கூறின் சராசரி ஆற்றல் e வெப்ப அளவு T–க்கு நேர் விகிதத்திலுள்ளது என்று மெய்ப்பிக்கிறது. ஆகவே, எடுத்துக்காட்டாக ஓரணு (ஒரு அணு) மூலக்கூறுகளைப் பொறுத்தவரை

$$e = \frac{3}{2} kT \qquad (98)$$

$k = 1.38 \times 10^{-16}$ எர்க்/டிகிரி; இது ஒரு பௌதிக நிலையெண்: போல்ட்ஸ்மான் நிலையெண் எனப்படுகிறது.

5. மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டு நோக்கில், ஒரு பண்டத்தின் மொத்த ஆற்றல் E அடியிற் கண்ட உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகையாகும்.

$$E = E_k + E_p + U \qquad (99)$$

இதில் E_k பண்டத்தின் முழு இயக்கவியல் ஆற்றல்; E_p குறிப்பிட்ட ஒரு வெளிப் புலத்தில் பண்டம் முழுவதற்குமுள்ள நிலையியல் ஆற்றல்; U பண்டத்தின் மூலக்கூறுகளின் வெப்பவியல் சலனத்துடன் சம்பந்தப்பட்ட ஆற்றல். U ஆற்றல் பண்டத்தின் அக ஆற்றல் எனப்படுகிறது. பல்வேறு ஆற்றல் சமன்பாடுகளில் அக ஆற்றலைச் சேர்த்துக் கொள்வது மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டின் ஒரு சிறப்பியல்பாகும்.

மாணவன் 'பி': கிராம்-மூலக்கூறு, அவகாட்ரோ எண்—இவை ரசாயனவியலுடன் சம்பந்தப்பட்டவை என்றே நாங்கள் கருதி வந்திருக்கிறோம்.

ஆசிரியர்: அதனுல்தான், பௌதிகவியல் தேர்வு எழுதும் மாணவர்களுக்கு கிராம்-மூலக்கூறு என்ருல் என்ன என்பது பெரும்பாலும் தெரிவதில்லை போலும்; அங்ஙனமே, அவகாட்ரோ எண் வாயுக்களுக்கே பொருத்தமுடையது என்று அவர்கள் நினைப்பதற்கும் அதுவேதான் காரணம் என்று

நினைக்கிறேன். ஒரு கிராம்-மூலக்கூறு என்பது ஒரு பொருளின் மூலக்கூறு-எடைக்கு எண்ணளவில் (**Numerically**) சமமான கிராம்களின் எண்ணிக்கை. (சில மாணவர்கள் கூறுவதுபோல், அது கிராம் அலகுகளில் கூறப்பட்ட மூலக்கூறு-எடையில்லை.) ஒரு கிராம்-அணு என்பது ஒரு பொருளின் அணு-எடைக்கு எண்ணளவில் சமமான கிராம்களின் எண்ணிக்கையாகும். அவகாட்ரோ எண் எனப்படுவது எந்தப் பொருளாயிருந்தாலும், அது எந்தப் பௌதிக நிலையில் இருந்தாலும், அதன் ஒரு கிராம்-மூலக்கூறில் உள்ள மூலக் கூறுகள் (அல்லது ஒரு கிராம்-அணுவில் உள்ள அணுக்களின்) எண்ணிக்கையாகும்.

அவகாட்ரோ-எண் என்பது ஒரு பொருளின் புறச் சிறப்பியல்புகளுக்கும் (**Macro Characteristics**) அகச் சிறப்பியல்புகளுக்கும் (**Micro Characteristics**) உள்ள ஒருவகைப் பாலமாக விளங்குகிறது என்பதை நான் குறிப்பிட விரும்புகிறேன். எடுத்துக் காட்டாக, ஒரு பொருளின் மூலக்கூறுகளுக்கிடையே (அல்லது அணுக்களுக்கிடையே உள்ள) சராசரித் தொலைவு போன்ற அத்தகையதோர் அகச் சிறப்பியல்பை அடர்த்தி, மூலக்கூறு (அல்லது அணு) எடை ஆகியவற்றின் அளவுகளில் எடுத்துச் சொல்ல முடியும். உதாரணமாக, கட்டி இரும்பை எடுத்துக் கொள்ளலாம். அதன் அடர்த்தி $P = 7.8$ கிராம்/கன செ. மீ. அதன் அணு எடை $A = 56$. இரும்பின் அணுக்களிடையேயுள்ள சராசரித் தொலைவைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். அதற்கான வழிமுறை வருமாறு: A கிராம் இரும்பில் N_A அணுக்கள் உள்ளன; எனவே, ஒரு கிராம் இரும்பில் N_A/A அணுக்கள் இருக்க வேண்டும். இதிலிருந்து, 1 கன செ. மீட்டரில் PN_A/A அணுக்கள் இருக்கின்றன என்று தெரிகிறது. ஆக, ஒவ்வோர் இரும்பு அணுவும் $A/(PN_A)$ கன செ.மீ. கன அளவுடன் பொருந்தியிருப்பது தெளிவாகிறது. அணுக்களுக்கிடையேயுள்ள சராசரித் தொலைவு இந்தக் கன அளவின் கன மூலத்திற்கு ஏறத்தாழச் சமமாயிருக்கும்:

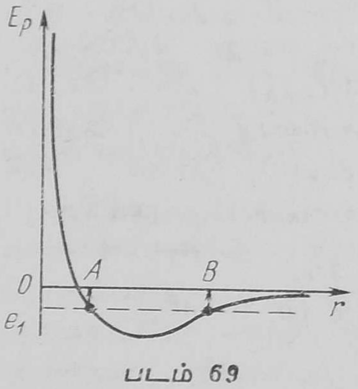
$$x \cong \sqrt[3]{\frac{A}{\rho N_A}} = \sqrt[3]{\frac{56}{7{\cdot}8 \times 6 \times 10^{23}\text{செ.மீ}}}$$

$$\cong 2 \times 10^{-3} \text{ செ.மீ.}$$

மாணவன் 'பி': இதற்குச் சற்றுமுன்னர், மூலக் கூறுகளின் வெப்பவியல் இயக்கத்தின் தன்மை மூலக்கூறுகளிடையே நிகழும் செயலெதிர்ச் செயலைச் சார்ந்துள்ளது என்றும் ஒரு பௌதிகநிலையிலிருந்து, மற்றொரு பௌதிகநிலைக்கு மாறும் போது அது மாறுகிறது என்றும் கூறினீர்கள். இதைச் சற்று விவரமாக விளக்கும்படி கேட்டுக் கொள்கிறேன்.

ஆசிரியர்: இரு மூலக்கூறுகளிடையே நிகழும் செயலெதிர்ச் செயலின் தன்மையைப் படம் 69-இல் காட்டப்பட்டுள்ள வளைகோட்டின் வாயிலாக விவரிக்க முடியும். மூலக் கூறு களிடையே நிகழும் செயலெதிர்ச் செயலின் நிலை ஆற்றலான E_p அவற்றின் மையங்களுக்கிடையேயுள்ள தொலைவு r-ஐச் சார்ந்திருப்பதை இந்த வளைகோடு காண்பிக்கின்றது. மூலக் கூறுகளிடையேயுள்ள தொலைவு கணிசமான அளவில் அதிக மாயிருக்கும்போது $E_p(r)$ வளைகோடு, தொடர் வரைவடிவில் பூஜ்யத்தை அணுகுகிறது; அதாவது, மூலக்கூறுகளிடையே செயலெதிர்ச் செயல் கிட்டத்தட்ட ஏற்படுவதில்லை. மூலக் கூறுகள் அதிக அளவிற்கு நெருங்கி வரும்போது, $E_p(r)$ வளைகோடு கீழ்நோக்கித் திரும்புகிறது. பின்னர், அவை போதிய அளவிற்கு நெருங்கியிருக்கும்போது மூலக்கூறுகள் ஒன்றை யொன்று எதிர்க்கத் தொடங்குகின்றன; $E_p(r)$ வளைகோடு மேல்நோக்கித் திரும்பி, தொடர்ந்து மேலே செல்கிறது (மூலக் கூறுகள் ஒன்றுக்குள் ஒன்று தடையின்றி ஊடுருவ முடியாது என்பதையே இந்த எதிர்ப்பு காட்டுகிறது). $E_p(r)$ வளைகோட்டில் குறைந்த பட்ச அளவுத் தன்மை இருப்பதைப் பார்க்கலாம்.

மாணவன் 'பி': 'நெகடிவ்' அல்லது எதிர்மறை ஆற்றல் என்றால் என்ன?



படம் 69

ஆசிரியர்: ஆற்றலை எந்த மதிப் பிலிருந்தும் அளக்க முடியும் என்பது நமக்கு தெரிந்ததே. எடுத்துக் காட் டாக, ஒரு கல்லின் நிலை ஆற்றலை குறிப்பிட்ட இடத்தில் தரை மட்டத் திலிருந்தோ, கடல் மட்டத்திலிருந்தோ அளக்க முடியும். மூலக்கூறு உதாரணத் தில், பூஜ்ய நிலை என்பது, மிகப்

பெருமளவு தொலைவில் பிரிந்திருக்கும் மூலக் கூறுகளிடையே நிகழும் செயலெதிர்ச் செயலின் ஆற்றலைக் குறிப்பிடுவதாகும். ஆகவே, மூலக்கூறின் 'நெகடிவ்' அல்லது எதிர்மறை ஆற்றல் என்பது அது (மற்றொரு மூலக்கூறுடன்) கட்டுண்ட நிலையில் உள்ளது என்பதைக் குறிப்பிடுகிறது. இந்த மூலக்கூறை ''விடுவிப்பதற்கு,'' மூலக்கூறின் ஆற்றலை பூஜ்யநிலைக்கு அதிகரிப்பதன் பொருட்டு, அதற்குச் சிறிதளவு ஆற்றலை சேர்க்க வேண்டியது அவசியமாகிறது. மூலக்கூறு e_1 'நெகடிவ்' 'அல்லது எதிர்மறை ஆற்றலைப் பெற்றிருக்கிறது என வைத்துக் கொள்வோம் (படம் 69). இந்த மூலக்கூறு அதன் அடுத்த மூலக்கூறிலிருந்து *B*–ஐக் காட்டிலும் அதிகத் தொலைவாகவும் *A*–ஐ விட அதிக நெருக்கமாகவும் செல்ல முடியாது என்பதை வளைகோடு தெளிவாக்குகிறது. அதாவது, இந்த மூலக்கூறு அதன் பக்கத்து மூலக்கூறின் புலத்தில், *AB*, இரு புள்ளிகளுக்கிடையே அதிர்வுள்ளதாயிருந்து வரும் (மேலும் திட்டமாகச் சொல்ல வேண்டும் என்ருல், இரு மூலக்கூறுகளிடையில் ஒன்ருகச் சேர்ந்த நிலையில் ஒப்பு அதிர்வு இருக்கும்.)

வாயு ஒன்றில், மூலக்கூறுகள் மாபெரும் தொலைவுகளில் அமைந்திருக்கின்றன; எனவே, பொதுவாக அவற்றினிடையே செயலெதிர்ச் செயல் ஏறத்தாழ இருக்கவே இராது. ஒவ்வொரு மூலக்கூறும் சுயேச்சையாகத் திரிகிறது; கிட்டத்தட்ட அவற்றினிடையே மோதல்களே ஏற்படுவதில்லை. ஒவ்வொரு மூலக்கூறும் மூன்று வகையான இயக்கங்களில் பங்கு கொள்கிறது: பெயர்ச்சி இயக்கம்; சுழற்சி இயக்கம் (மூலக்கூறும் தனது அச்சைச் சுற்றியே சுழல்கிறது); அதிர்வு இயக்கம் (மூலக்கூறில் உள்ள அணுக்கள் ஒன்றைப் பொறுத்து மற்றென்ருக அதிர்கின்றன). மூலக்கூறு ஒன்று ஓரணு உள்ளதாக இருந்தால், அதற்கு பெயர்ச்சி இயக்கம் மட்டுமே இருக்கும்.

படிகம் ஒன்றில் மூலக்கூறுகள் ஒரே கட்டுண்ட அமைப்பாக இருக்கும் வகையில் நெருக்கமாய் உள்ளன. இதில், ஒவ்வொரு மூலக்கூறும், மூலக் கூறுகளின் முழு அமைப்பின் செயலெதிர்ச் செயலினுல் உண்டாகும் ஒரு

வகைப் பொது விசைப் புலத்தில் அதிர்கின்றது. ஒரு படிகம் மூலக்கூறுகளின் கட்டுண்ட பொது அமைப்பாக விளங்குவதன் சிறப்பியல்பு ஒன்று, 'படிகப் பின்னல் அமைப்பு' **(Crystal lattice)** அல்லது ஒழுங்குடன் கூடிய மூவளவு அமைப்பு **(Three dimensional structure)** அதற்கு இருப்ப தாகும். பின்னலமைப்பின் முனைகள் தனிப்பட்ட மூலக் கூறுகளின் சமநிலை நிலைகளாகும். மூலக்கூறுகள் படிகத்தை உருவாக்கும் சில எடுத்துக்காட்டுகளில் அவை தமது தனித் தன்மையைச் சிறிதளவிற்குத் தொடர்ந்து வைத்துக் கொள் கின்றன என்பதைக் குறிப்பிட வேண்டும். இவற்றில், படிகப் புலத்தில் நிகழும் மூலக்கூறின் அதிர்வுக்கும் தனிப்பட்ட மூலக் கூறுகளில் நிகழும் அணுக்களின் அதிர்வுகளுக்கும் வேறுபாடு இருப்பதைப் புரிந்துகொள்ள வேண்டும். மூலக்கூறுகளிலுள்ள அணுக்களின் பிணைப்பாற்றல் படிகப் பின்னலமைப்பில் இருக்கும் மூலக் கூறுகளின் பிணைப்பாற்றலை விடக் கணிசமான அளவிற்கு அதிகமாயிருக்கும்போது இந்தத் தோற்றம், நிகழ்கிறது. ஆயினும், பெரும்பாலான எடுத்துக்காட்டுகளில், மூலக் கூறுகள் படிகமாக அமைந்தவுடன் தமது தனித்தன்மையை வைத்துக் கொள்வதில்லை எனவே, படிகம் தனிப்பட்ட மூலக்கூறுகளினுல் அமையாது. தனிப்பட்ட அணுக்களினுல் ஆகியதாக அமைந்துவிடுகிறது. இங்கே, மூலக்கூறினுள்ளான அதிர்வு இல்லாது, படிகத்தின் புலத்தில் அணுக்களின் அதிர்வே இருப்பது தெளிவு. ஆக, தேர்வு எழுதும் மாணவர்களுக்கு, பொருளில் நிகழும் அணு வெப்பவியல் இயக்கம், மூலக்கூறு வெப்பவியல் இயக்கம் ஆகியவை பற்றிய குறைந்தபட்ச அறிவு இருக்க வேண்டும். பொருளில் நிகழும் வெப்பவியல் இயக்கங்களின் தன்மை பற்றிக் குறிப்பிடும்போது, மாணவர்கள் பொதுவாக அது ஒரு ''குழப்பமான இயக்கம்'' என்பதற்கு அதிகமாக எதுவும் சொல்வதில்லை; வெப்பவியல் இயக்கம் பற்றி மேலும் விரிவான அறிவு தங்களுக்கு இல்லாதிருப்பதை மறைப் பதற்கே இவ்வாறு அவர்கள் குறிப்பிடுகின்றனர்.

மாணவன் 'பி': ஆனுல், திரவத்தில் நிகழும் மூலக் கூறுகளின் வெப்பவியல் இயக்கங்களின் தன்மைபற்றி நீங்கள் எதுவும் சொல்லவில்லையே.

ஆசிரியர் : ஒரு திரவத்தின் வெப்பவியல் இயக்கங்கள் பிற பொருள்களைக் காட்டிலும் சிக்கல் வாய்ந்தவையாய் இருக்கின்றன. வாயுக்கள், படிகங்கள் ஆகியவற்றுக்கு இடை நிலையிலுள்ள திரவத்தில் வலுவான பொருள்துகள் செயலெதிர்ச் செயலோடுகூட, அதன் அமைப்பில் பெருமளவிற்கு ஓர் ஒழுங்கற்ற தன்மை காணப்படுகிறது. வலுவான பொருள்துகள் செயலெதிர்ச் செயல் காரணமாகப் படிக ஆராய்ச்சியிலுள்ள சிரமம், அதில் ஓர் ஒழுங்கான அமைப்பு—பின்னலமைப்பு—இருப்பதனுல் பெருமளவிற்கு ஈடு செய்யப்பட்டுவிடுகிறது. அங்ஙனமே, தனிப்பட்ட பொருள்துகள்களின் ஒழுங்கற்ற நிலை காரணமாக வாயுக்களின் ஆராய்ச்சியில் எதிர்ப்படும் சிரமம், பொருள்துகள் செயலெதிர்ச் செயல் என்பது ஏறத்தாழ முழுவதும் இல்லாமலிருப்பதனுல் ஈடுசெய்யப்பட்டு விடுகிறது. ஆனுல், திரவங்களைப் பொறுத்தவரை மேலே குறிப்பிடப்பட்ட இருவகைச் சிரமங்களும் உள்ளன; மேலும், அவற்றை குறைக்கும் ஈடு செய்பவை எவையும் இல்லை. ஒரு திரவத்தில், பொதுவாக, மூலக்கூறுகள் தமது தனித்தன்மையை முழுவதும் வைத்துக் கொண்டிருக்கின்றன என்று சொல்ல லாம். திரவங்களில் பலவகை இயக்கங்கள் இருக்கின்றன. மூலக்கூறுகளின் இடப்பெயர்ச்சி, அவற்றின் சுழற்சி, பக்கத் திலுள்ள மூலக்கூறுகளின் புலங்களில் மூலக் கூறுகளில் அணுக்களின் அதிர்வுகள் மற்றும் மூலக்கூறுகளின் அதிர்வுகள். இதிலுள்ள மாபெரும் சிக்கல் என்னவெனில், இவ்வியக்க வகைகளை, திட்டமாகச் சொன்னுல், தனித்தனியே (அல்லது, தூயவடிவில்) ஆராய முடியாது; ஏன் எனில், அவற்றி னிடையே ஒரு வலுவான பரஸ்பரப் பாதிப்பு இருக்கின்றது.

மாணவன் 'பி' : மூலக்கூறின் பெயர்ச்சி இயக்கத்தை, பக்கத் திலுள்ள மூலக்கூறுகளின் புலங்களில் அதன் அதிர்வு இயக்கத்துடன் எவ்வாறு சேர்க்க முடியும் என்பது எனக்கு விளங்கவில்லை.

ஆசிரியர் : இவ்வியக்கங்களை இணைப்பதற்கான முயற்சிகளைக் காட்டும் வகையில் பலவகை மாதிரி அமைப்புகள் அமைக்கப் பட்டுள்ளன. உதாரணமாக, ஒருமாதிரி அமைப்பில் மூலக் கூறு பின்வருமாறு இயங்குவதாகக் கொள்ளப்பட்டது:

குறிப்பிட்ட கால அளவிற்கு அது அதன் பக்கத்து மூலக் கூறுகளினுல் ஏற்படுத்தப்பட்ட புலத்தில் அதிர்கிறது; பிறகு, அது திடீரென்று தாவி, புதிய சூழலுக்குச் செல்கிறது; அச்சூழலில் சற்றுநேரம் அதிர்ந்தபின், மற்ருெருமுறை தாவி, அடுத்து சூழலுக்குச் செல்கிறது; தொடர்ந்து அது இம் மாதிரி செய்கிறது. அத்தகைய மாதிரி அமைப்பு ''தாவல்-பரவல் மாதிரி அமைப்பு'' (**''Jump–diffusion model''**) எனப் படுகிறது.

மாணவன் 'பி' : திட்டமாக அதே முறையில்தான் அணுக்கள் படிகங்களில் பரவி அமைந்து கொள்கின்றன போலும்.

ஆசிரியர் : நீ சொல்வது சரி. ஆனுல், படிகங்களில் இது நிரம்பவும் மையவே நிகழ்கிறது என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும். புதிய சூழலுக்குத் தாவுதல்கள் அரிதாகவே நிகழ்கின்றன. மற்ருெரு மாதிரி அமைப்பு இருக்கிறது; இதில் திரவ மூலக்கூறு பின்வருமாறு இயங்குகிறது: அது தனது அருகிலுள்ள மூலக்கூறுகளினுல் சூழப்பட்டு அதிர்கிறது; அம்முழுச் சூழலும் வெளியில் மெல்லச் செல்கிறது (''மிதக் கிறது''); அதன்பின் படிப்படியாக உருக்குலைந்து போகிறது. இது ''தொடர்-பரவல் மாதிரி அமைப்பு'' (**''Continuous diffusion model''**) எனப்படுகிறது.

மாணவன் 'பி' : ஒரு திரவம் படிகங்களுக்கும் வாயுக்களுக்கும் இடையே ஓர் இடைநிலையில் இருப்பதாக நீங்கள் கூறினீர்களே, அது எதற்கு நெருங்கியதாயிருக்கிறது ?

ஆசிரியர் : நீ என்ன நினைக்கிருய் ?

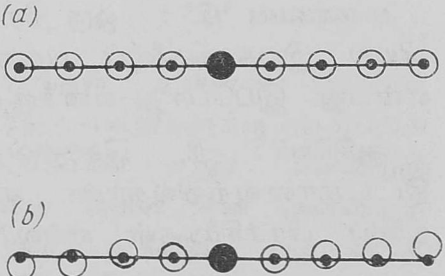
மாணவன் 'பி' : ஒரு திரவம் வாயுவுக்கு மிகவும் நெருங்கி யிருப்பதாக எனக்குத் தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : ஆனுல், உண்மையில், ஒரு திரவம் படிகத் திற்கே மிகவும் நெருங்கியிருக்கின்றது என்றே சொல்ல வேண்டும். அவற்றிற்குள்ள அடர்த்திகள், வெப்ப எண்கள் (சுய வெப்பங்கள்) மற்றும் கன அளவு விரிவுகுணங்கள் ஆகியவற்றினிடையே ஒற்றுமை இருப்பது இதைக் காட்டுகிறது. மேலும், உருகல் உள்ளுறை வெப்பத்தின் அளவு ஆவியாதல் உள்ளுறை வெப்பத்தைவிட மிகவும் குறைவாக இருப்பதும்

தெரிந்ததேயாகும். படிகங்களிலும் திரவங்களிலும் பொருள் துகள்களின் பிணைப்பு விசைகளுக்கிடையே பெருமளவில் ஒற்றுமை இருப்பதற்குச் சான்றுகளாகும். இவ் வொற்று மையின் இன்னொரு விளைவு, திரவ அணுக்களில் ஒழுங்கான அமைப்பு அம்சங்கள் இருப்பதாகும். ''குறு அளவு ஒழுங் கமைப்பு'' (**''Short–range order''**) என்றழைக்கப்படும் இத் தோற்றம், எக்ஸ்-கிரணங்கள். சிதறல் பரிசோதனைகளால் மெய்ப்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

மாணவன் 'பி' : ''குறு அளவு ஒழுங்கமைப்பு'' என்றால் என்ன?

ஆசிரியர் : தன்னிச்சையாகத் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளப் பட்ட அணு (அல்லது மூலக்கூறு) ஒன்றை மையமாகக் கொண்டு அதற்கு மிகவும் அருகிலுள்ள, குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையுடன் கூடிய அணுக்களின் (அல்லது மூலக் கூறுகளின்) ஒழுங்கானதோர் அமைப்பு ''குறு அளவு ஒழுங்கமைப்பு'' எனப்படுகிறது. படிகத்தில் இருப்பதற்கு மாறாக, தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட அணுவை மையமாகக் கொண்ட இந்த ஒழுங்கமைப்பு அதிலிருந்து விலகிச் செல்லச் செல்ல, கலைந்து, படிகப் பின்னலமைப்பிற்கு வழி செய்வதில்லை. ஆனால், குறுகிய அளவுத் தொலைவுகளில், குறிப்பிட்ட பொருளின் திடநிலை அணுக்கள் அமைப்பைப் போன்றே அது இருக்கின்றது. அணுக்களின் ''நெடு அளவு ஒழுங்கமைப்பு'' (**''Long – range order''**) படம் 70 *a* இல் காட்டப் பட்டுள்ளது. படம் 70 *b* இல் காட்டப்பட்டுள்ள ''குறு அளவு ஒழுங்கமைப்''புடன் அதை ஒப் பிட்டுப் பார்க்கலாம்.



படம் 70

திரவங்களுக்கும் படிகங்களுக் கும் இடையேயுள்ள ஒற்றுமை காரணமாக திரவங்களின் ''படிகம் போன்ற தன்மை'' (**''Quasi–crystallinity''**) என்னும் சொல் உருவாகியுள்ளது.

மாணவன் 'பி' : அவ்வாறெனில், படிகங்களை ஒப்புமைப் படுத்தித் திரவங்களையும் நாம் ஆராய முடியுமல்லவா ?

ஆசிரியர் : திரவங்களின் படிகம்போன்ற தன்மை என்னும் கருத்தைத் தவருகப் பயன்படுத்துவதிலும் அதற்கு மிகை முக்கியத்துவம் அளிப்பதிலும் விழிப்புடன் இருக்க வேண்டும் என்று எச்சரிக்க விரும்புகிறேன். முதலில், திரவநிலை என்பது பெருமளவு வேறுபாடுள்ள வெப்பநிலைகளைக் கொண்டது என்பதையும், திரவங்களின் அமைப்பு - இயக்க வியல் தன்மைகள் இவ்வெப்பநிலைகள் முழுவதிலும் ஒரே மாதிரியாக (அல்லது கிட்டத்தட்ட ஒரேமாதிரியாகக் கூட) இருக்க முடியாது என்பதையும் நீ நினைவில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டும். அவதி நிலையில் (மாறு நிலையில்) **(Critical state)** திரவம் திடப்பொருளுக்குரிய எல்லா ஒற்று மைகளையும் இழந்து, படிப்படியாக வாயுநிலைக்கு மாற வேண்டும். ஆக, திரவங்களின் ''படிகம் போன்ற தன்மை''யை ஏற்றுக்கொள்வதாயிருந்தால்கூட, உருகு வெப்பநிலைக்கு அருகிலுள்ள நிலைகளில்தான் ஏற்றுக் கொள்ளலாம். இரண்டா வதாக, மூலக்கூறுகளிடையே உள்ள செயலெதிர்ச் செயலின் தன்மை திரவத்திற்குத் திரவம் மாறுபடுகிறது. எனவே, திரவங்களின் ''படிகம் போன்ற தன்மை'' என்னும் கருத்து எல்லாத் திரவங்களுக்கும் ஒரே சீராகப் பொருந்தாது. எடுத்துக்காட்டாக, உருக்கிய உலோகங்களைவிட அதிக அளவிற்கு நீருக்கு ''படிகம் போன்ற தன்மை'' இருப்பது தெரிய வந்துள்ளது; அதன் தனிப்பட்ட சிறப்பியல்புகள் பலவற்றிற்கு இதுவே காரணமாகும் (§ 19-ஐப் பார்க்கவும்).

மாணவன் 'பி' : ஒரு திரவத்திலுள்ள மூலக்கூறுகளின் வெப்ப வியல் இயக்கங்களைப் பற்றி எளிதாக விளக்கிவிட முடியாது என்பது இப்போது எனக்குத் தெரிகிறது.

ஆசிரியர் : நீ சொல்வது முற்றிலும் சரி. முற்றிலும் திட்டமானவற்றில்தான் எளிமை தென்படுகிறது. இடை நிலைப் பிரச்சினைகள் எல்லாம் சிக்கலாகவே உள்ளன.

மாணவன் 'ஏ' : பௌதிகவியல் நுழைவுத் தேர்வுக்கான பாடத் திட்டத்தில் பொருளின் மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டின் அடிப்படை குறித்த கேள்வி இடம் பெற்றிருக்

கின்றது. எனவே, ''பிரௌனியன் இயக்கம்'' என்பது பற்றியும் தெரிந்துகொள்ள வேண்டும் அல்லவா ?

ஆசிரியர் : ஆம். மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டின் அடிப்படைக் கொள்கைகளை உறுதிப்படுத்தும் தெளிவான பரிசோதனைச் சான்றாகும் பிரௌனியன் இயக்கம். ஆனால், உண்மையில் பிரௌனியன் இயக்கம் என்பது என்னவென்று உனக்குத் தெரியுமா?

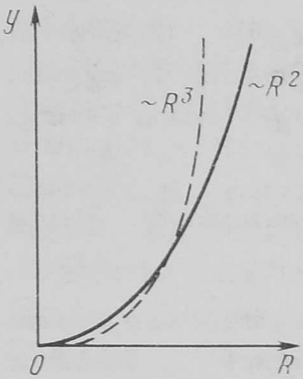
மாணவன் 'ஏ' : அது மூலக்கூறுகளின் வெப்பவியல் இயக்கமாகும்.

ஆசிரியர் : தவறு; பிரௌனியன் இயக்கத்தைச் சாதாரண மைக்ராஸ்கோப்புகளினால் (நுண்காட்டிகளினால்) கவனிக்க முடியும். வெப்பவியல் இயக்கத்திலுள்ள ஓர் ஊடகப் பொருளின் மூலக்கூறுகளினால் தாக்கப்படும் தனிப் பொருள்களின் இயக்கமாகும் அது. மூலக்கூறு நோக்கில் இத்துகள்கள் மாபெரும் அளவுடையனவாகும். மூலக்கூறுகளோடு அவை நிகழ்த்தும் தாறுமாறான, ஈடுசெய்யப்படாத மோதல்களின் விளைவாக, பிரௌனியன் துகள்கள் ஓர் ஒழுங்கற்ற வகையில் ஊடகத்தில் தொடர்ந்து நகர்ந்து கொண்டேயிருக்கின்றன; ஊடகம் பொதுவாக ஒரு திரவமாகவே இருக்கின்றது.

மாணவன் 'பி' : ஆனால், பிரௌனியன் துகள்கள் ஏன் அவ்வளவு சிறியனவாயிருக்க வேண்டும்? தேநீர்க் கோப்பை ஒன்றிலுள்ள தேயிலைகளைப் போன்று சற்றே பெரிதாயுள்ள பொருள் துகள்களில் ஏன் பிரௌனியன் இயக்கத்தை நாம் காண்பதில்லை?

ஆசிரியர் : இதற்கு இரு காரணங்கள் உள்ளன: முதலாவதாக, ஒரு துகளின் பரப்போடு மூலக்கூறுகளுக்கு ஏற்படும் மோதல்களின் எண்ணிக்கை அப் பரப்பின் சதுர அளவிற்கு நேர்விகிதத்திலுள்ளது; துகளின் நிறை அதன் கன அளவிற்கு நேர் விகிதத்திலுள்ளது. ஆக, ஒரு துகளின் பருமன் R அதிகரிக்கும்போது, அதன் பரப்போடு மூலக்கூறுகளுக்கு ஏற்படும் மோதல்களின் எண்ணிக்கை R^2-க்கு நேர் விகிதத்தில் அதிகரிக்கின்றது; மோதலினால் இடம் பெயர்க்கப்பட

விருக்கும் துகளின் நிறை R^3-க்கு நேர்விகிதத்தில் அதிகரிக்கின்றது. எனவே, துகள்களின் பருமன் அதிகரிக்க அதிகரிக்க



படம் 71

மூலக்கூறுகள் அவற்றைத் தள்ளுவதற்கு மேலும் மேலும் சிரமம் உண்டாகிறது. இதைத் தெளிவாக்கும் பொருட்டு, படம் 71-இல் இரு வளைகோடுகளை வரையலாம்: ஒரு வளைகோடு $y = R^2$ என்பதையும், மற்றொன்று $y = R^3$ என்பதையும் குறிக்கின்றன. R-இன் மதிப்புகள் குறைவாயிருக்கும்போது இருபடித் தொடர்பும், ("Quadratic relationship"), அதன் மதிப்புகள் அதிகமாகும்போது மூன்று படித் தொடர்பும் ("Cubic relationship") ஓங்கியுள்ளதை நீ எளிதில் காணலாம். அதாவது, சிறு அளவுகளில் பரப்பு விளைவுகளும் பெருமளவுகளில் கன அளவு விளைவுகளும் ஓங்கியிருக்கின்றன.

இரண்டாவதாக, பிரௌனியன் துகள் மிகவும் சிறியதாயிருக்க வேண்டும்; ஏன் எனில், மூலக்கூறுகளுடன் அதற்கேற்படும் மோதல்கள் ஈடு செய்யப்படாதவை ஆகும்; அதாவது, ஓர் அலகு நேரத்தில் இடதுபுறமிருந்து ஏற்படும் மோதல்களின் எண்ணிக்கைக்கும் வலது புறமிருந்து ஏற்படும் மோதல்களின் எண்ணிக்கைக்கும் கணிசமான வித்தியாசம் இருக்க வேண்டும். ஆனால், மோதல்களின் இந்த வித்தியாசத்திற்கும் மோதல்களின் மொத்த எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள விகிதம், பொருள்துகளின் பரப்பளவு குறைவாயிருக்க இருக்க, அதிகமாயிருக்கும்.

மாணவன் 'ஏ' : மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டை உறுதிப்படுத்தும் வேறு எந்த விபரங்களை நாங்கள் தெரிந்து கொள்ள வேண்டும்?

ஆசிரியர் : மூலக்கூறு-சலனவியல் கோட்பாட்டை மிகச் சிறந்த முறையில் மெய்ப்பிப்பதற்கு, பௌதிகத் தோற்றங்கள் பலவற்றை விளக்குவதற்கு அதைப் பயன்படுத்துவதேயாகும். எடுத்துக்காட்டாக, வாயு நிறைந்துள்ள ஒரு கலத்தின் சுவரின் மீது அதற்குள்ள அழுத்தத்திற்கான விளக்கத்தைக்

குறிப்பிட முடியும். அழுத்தம் P சுவர்களின் அலகுப் பரப் பளவின் மீது செயல்படும் அழுத்தம் F-இன் செங்குத்தான புகுவிசையாகும்.

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta (mv)}{\Delta t} \tag{100}$$

ஆதலால், அழுத்தத்தைக் கணக்கிடுவதற்கு, வாயுவின் மூலக்கூறுகள் சுவர்களின்மீது நிகழ்த்தும் மோதல்களின் காரணமாக சுவர்ப்பரப்பின் ஓர் அலகுப் பரப்பளவின் மீது ஓர் அலகு நேரத்தில் செலுத்தப்படும் 'மோமெண்டம்' அல்லது உந்தத்தை நாம் நிர்ணயிக்க வேண்டும்.

m நிறையுள்ள ஒரு மூலக்கூறு v நேர்வேகத்துடன் ஒரு சுவருக்குச் செங்குத்தாக சென்றுகொண்டிருக்கிறது என்று வைத்துக் கொள்ளவும். சுவருடன் நிகழும் மீள் திறனுள்ள மோதலின் விளைவாக, மூலக்கூறு தனது இயக்க திசையை மறுபுறம் திருப்பி, சுவரிலிருந்து தொலைவாக v நேர்வேகத்துடன் செல்கிறது. மூலக்கூறின் 'மோமெண்ட'த்தின் மாறுதல் $\Delta (mv) = m \Delta v = 2\,mv$ இந்த 'மோமெண்டம்' சுவருக்கு மாற்றப்படுகிறது. எளிமையின் பொருட்டு, வாயுவின் மூலக்கூறுகள் எல்லாவற்றிற்கும் ஒரே நேர்வேகம் v–யும், மூன்று தொடர்பு அச்சுகளின் வழியே இரு திசைகளிலும் சேர்ந்து ஆறு இயக்கத் திசைகளும் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம் (இவ்வச்சுகளுள் ஒன்றிற்கு சுவர் செங்குத்தாக இருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும்). அடுத்து, சுவரிலிருந்து v தொலைவிற்குள்ளாகவும் சுவரை நோக்கிய நேர் வேகத்துடன் கூடியதாகவுமுள்ள மூலக்கூறுகளே ஓர் அலகு நேரத்தில் சுவரை அடையும் என்றும் வைத்துக் கொள்வோம். வாயுவின் அலகுக் கன அளவில் N/V மூலக்கூறுகள் இருப்பதால், ஓர் அலகு நேரத்தில் $\frac{1}{6}(N/V)\,v$ மூலக்கூறுகள் சுவர்ப்பரப்பின் அலகுப் பரப்பளவின் மீது தாக்கும். இம் மூலக்கூறுகளில் ஒவ்வொன்றும் மோமெண்டத்தைச் சுவருக்கு மாற்றுவதால், இத் தாக்குதல்களின் விளைவாக, சுவர்ப்பரப்பின் ஓர் அலகு பரப் பளவிற்குக் கிடைக்கும் மோமெண்டம் $2\,mv\,\frac{1}{6}(N/V)v$ (100)

சமன்பாட்டின்படி, நமக்குத் தேவையான அழுத்தம் p இதுவே யாகும். ஆகவே,

$$p = \frac{2}{3}\ \frac{N}{V}\ \frac{mv^2}{2} \tag{101}$$

(98) சமன்பாட்டின்படி, மூலக்கூறின் ஆற்றலைக் குறிக்கும் $mv^2/2$ என்பதற்குப் பதிலாக $\frac{3}{2}\,kt$ என்பதைப் பயன்படுத்த லாம் (மூலக்கூறுகளின் பெயர்ச்சி இயக்கத்தைப் பொறுத்த வரை (98) சமன்பாடு அணுக்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு வேண்டுமானாலும் உள்ள மூலக்கூறுகளுக்குப் பொருந்தும்). இப்போது (101) சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம்:

$$pV = NKT \tag{102}$$

கணக்கை நிரம்பவும் எளிமைப்படுத்தி இந்த முடிவைப் பெற்றுள்ளோம் என்பதைக் கவனிக்கவும் (எடுத்துக் காட்டாக, வாயுவின் மூலக்கூறுகள் அனைத்தும் ஒரே நேர்வேகத்துடன் செல்வதாக வைத்துக் கொள்ளப்பட்டது). எனினும், இந்த முடிவு மேலும் தெள்ளிய ஆராய்ச்சியின் வாயிலாக அறியப் படும் முடிவை முற்றும் ஒத்திருக்கிறது என்பதைக் கோட்பாடு காண்பிக்கிறது.

(102) சமன்பாடு நேரடி அளவுகளினால் அழகாக உறுதிப் படுத்தப்படுகிறது. (102) சமன்பாட்டை நிறுவுவதற்குப் பயன்படுத்தப் பெற்ற மூலக்கூறு–சலனவியல் கோட்பாட்டுக் கருத்துக்கள் எவ்வளவு திட்டமானவை என்பதற்கு அது நல்லதொரு சான்றாகும்.

இப்போது, மூலக்கூறு–சலனவியல் கருத்துக்களின் அடிப் படையில் திரவங்களின் ஆவியாதல், கொதித்தல் என்னும் தோற்றங்களை ஆராய்வோம். ஆவியாதல் தோற்றத்தை எப்படி விளக்குவீர்கள்?

மாணவன் 'ஏ': திரவத்தின் மிக வேகமுள்ள மூலக்கூறுகள் பிற மூலக்கூறுகளின் கவர்ச்சியை வென்று திரவத்திலிருந்து வெளியே சென்றுவிடுகின்றன.

ஆசிரியர் : ஆவியாதலை எது வலுப்படுத்தும் அல்லது விரைவாக்கும்?

மாணவன் 'ஏ' : முதலாவதாக, திரவத்தின் மேற்பரப்பில் அதிகரிப்பு ஏற்படுதல்; இரண்டாவதாக, திரவத்தைச் சூடாக்குதல்.

ஆசிரியர் : ஆவியாதல் என்பது ஓர் இருவழிச் செயல் முறையாகும். மூலக்கூறுகளின் ஒரு பகுதி அதிலிருந்து வெளியே செல்கிறது; பிறிதொரு பகுதி அதனிடம் வந்து சேருகிறது. வெளியே செல்லும் மூலக்கூறுகளுக்கும் உள்ளே வரும் மூலக்கூறுகளுக்கும் இடையேயுள்ள விகித அளவு அதிகமானல், ஆவியாதல் அதிக அளவிற்கு விரைவுள்ள தாயிருக்கும். திரவத்தைச் சூடாக்குதலும் அதன் மேற் பரப்பின் அளவு அதிகமாதலும் திரவத்திலிருந்து மூலக் கூறுகள் வெளியேறுதலைத் துரிதப்படுத்துகின்றன. அதே சமயத்தில், மூலக்கூறுகள் திரவத்திற்குத் திரும்பி வருவதைக் குறைக்கவும் நடவடிக்கைகள் எடுத்துக் கொள்ளலாம். எடுத்துக்காட்டாக, திரவப் பரப்பின் மீதாகக் காற்று வீசினல், புதிதாக வெளியேறிய மூலக்கூறுகள் காற்றினல் எடுத்துச் செல்லப்பட்டுவிடுகின்றன; எனவே, அவை திரவத் திற்குத் திரும்பிவரும் சாத்தியக் கூறும் குறைக்கப்பட்டு விடுகிறது. இதனல்தான், ஈரத் துணிகள் காற்று அடிக்கும் போது அதிக விரைவாக உலர்ந்து விடுகின்றன.

திரவத்திலிருந்து மூலக்கூறுகள் வெளியேறுவதும் திரவத்திற்கு அவை திரும்பிவருவதும் ஒன்றை ஒன்று ஈடு செய்து கொண்டுவிட்டால், ஒருவகை இயக்கவியல் சமநிலை ஏற்படு கின்றது; திரவத்திற்கு மேலேயுள்ள ஆவி பூரித (அல்லது செறிவு) நிலையை எய்திவிடுகிறது. சில செயல்முறைகளில் ஆவியாதலை அடக்குவது பயனுள்ளதாயிருக்கிறது. எடுத்துக் காட்டாக, ரொட்டியில் விரைவாக ஆவியாக்குவது விரும்பத் தக்கதில்லை. ரொட்டி விரைவாக உலர்ந்து போவதைத் தடுப்பதற்கு அது ஒரு மூடிய கலத்தினுள் (ரொட்டிப் பெட்டியினுள் அல்லது பிளாஸ்டிக் பையில்) வைக்கப் படுகிறது. ஆவியாகிய மூலக்கூறுகள் வெளியேறுவதை இது தடுக்கிறது; ரொட்டியின் மேற்பரப்பின் மீதாக ஒரு பூரித

ஆவி அடுக்கு அமைந்து, ரொட்டியிலிருந்து மேலும் நீர் ஆவியாவதைத் தடுக்கிறது.

இப்போது, கொதித்தல் செயல்முறையை விளக்கவும்.

மாணவன் 'ஏ' : கொதித்தலும் ஆவியாதலைப் போன்றதே; ஆனால், மேலும் தீவிரமாக நடைபெறுகிறது, அவ்வளவுதான்.

ஆசிரியர் : கொதித்தல் செயல்முறைக்கு நீ கூறும் வரையறுப்பே எனக்குப் பிடிக்கவில்லை. தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் பலர் இச் செயல்முறையின் அடிப்படையைப் புரிந்துகொள்ளவில்லை என்பதை நான் குறிப்பிட வேண்டும். ஒரு திரவம் சூடாக்கப்படும்போது, அதிலுள்ள வாயுக்களின் கரைதிறன் (**Solubility**) குறைகிறது. அதன் விளைவாக, வாயுக் குமிழிகள் திரவத்தில் (கலத்தின் அடிப்பகுதியிலும் சுவர் களிலும்) உருவாகின்றன. இக் குமிழிகளில் ஆவியாதல் நிகழ்ந்து, அவை பூரித ஆவியினால் நிறைகின்றன; பூரித ஆவியின் அழுத்தம் திரவத்தின் வெப்பநிலை அதிகமாகும்போது அதிகரிக்கிறது. குறிப்பிட்ட ஒரு வெப்பநிலையில், குமிழி களினுள் இருக்கும் பூரித ஆவியின் அழுத்தம் வெளியிலிருந்து குமிழிகளின் மீது செலுத்தப்படும் அழுத்தத்திற்குச் சமமாகின்றது (இவ்வழுத்தம் வளிமண்டல அழுத்தம், குமிழியின் மேலேயிருக்கும் நீரின் அடுக்கின் அழுத்தம் ஆகியவை இரண்டின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமம்). இக்கணத்தி லிருந்து தொடங்கி, குமிழிகள் மேற்பரப்பிற்கு விரைவாக எழும்பிச் செல்கின்றன; திரவம் கொதிக்கிறது. ஒரு திரவம் கொதித்தல் அது ஆவியாதலிலிருந்து அடிப்படையில் மாறுபடு வதை நீ கவனிக்கலாம். ஆவியாதல் எந்த வெப்ப நிலையிலும் நடைபெறுவதையும், கொதித்தல் கொதிநிலை எனப்படும் குறிப்பிட்ட வெப்பநிலையிலேயே நிகழ்வதையும் கவனிக்கவும். கொதித்தல் செயல்முறை தொடங்கி விட்டால், அதை அவ்வளவு நேரம் தொடர்ந்து சூடாக்கிக் கொண்டிருந்தாலும் திரவத்தின் வெப்ப நிலையை உயர்த்த முடியாது என்பதையும் உனக்கு நினைவுபடுத்த விரும்புகிறேன். திரவம் முழுவதும் கொதித்து ஆவி யாகும்வரை வெப்ப நிலை கொதிநிலையிலேயே இருக்கிறது.

வெளி அழுத்தம் குறையும்போது திரவத்தின் கொதி நிலை குறைகிறது என்பது மேற்குறிப்பிட்ட விவாதத்திலிருந்து

தெளிவாகிறது. பின்வரும் கணக்கைக் கவனிப்போம்: **ஒரு குடுவையில் அறையின் வெப்ப நிலையில் சிறிதளவு நீர் இருக்கின்றது. காற்றை வெளியேற்றும் இறைவைக் குழாயினுல் (Pump) குடுவையிலிருந்து நீரின் மேலேயுள்ள காற்றை வெளிப் படுத்தத் தொடங்குகிருேம். நீருக்கு என்ன நேரும்?**

மாணவன் 'ஏ': காற்று குறையக் குறைய, குடுவையிலுள்ள அழுத்தம் குறையும்; எனவே, கொதிநிலையும் குறையும். கொதிநிலையின் அளவு அறையின் வெப்பநிலையை அடைந்த வுடன், நீர் கொதிக்கத் தொடங்கும்.

ஆசிரியர்: கொதிப்பதற்குப் பதிலாக, நீர் உறைய முடியுமா?

மாணவன் 'ஏ': தெரியாது. அதனுல் உறைய முடியாது என்று எண்ணுகிறேன்.

ஆசிரியர்: காற்று குடுவையிலிருந்து வெளியேற்றப்படும் வேகத்தைப் பொறுத்தது அது. இது போதுமான அளவிற்குப் பையவே நடைபெற்ருல், நீர் விரைவிலேயோ சற்றுத் தாமதித்தோ கொதிக்கத் தொடங்க வேண்டும். ஆனுல், காற்று மிக விரைவாக வெளியேற்றப்பட்டால், நீர் உறைய வேண்டும். காற்றும் (அதனுடன்கூட நீர்-ஆவியும்) குறைவதன் விளைவாக, ஆவியாதல் துரிதப்படுத்தப்படுகிறது. ஆவியாதலில், அதிக அளவு ஆற்றல்களுள்ள மூலக்கூறுகள் நீரிலிருந்து வெளியேறுவதால், எஞ்சியிருக்கும் நீர் குளிர்நிலைக்குக் கொணரப்படுகிறது. காற்று பைய வெளியேற்றப்பட்டால், குளிர்விக்கும் விளைவு, வெளியிலிருந்து வெப்பம் மாற்றப் படுவதனுல் சமன் செய்யப்பட்டுவிடுகிறது. இதன் விளைவாக, நீரின் வெப்பநிலை நிலையாக இருக்கிறது. காற்று மிக்க விரைவாக வெளியேற்றப்பட்டால், நீர் குளிர்ச்சியடைவது வெளியிலிருந்து வரும் வெப்பத்தினுல் சமன்செய்யப்பட முடியாது போய்விடுகிறது; நீரின் வெப்பநிலை குறையத் தொடங்குகிறது. இது நிகழ்ந்தவுடன், கொதிக்கும் சாத்தியக் கூறும் குறைந்து விடுகிறது. குடுவையிலிருந்து விரைவாகத் தொடர்ந்து காற்று வெளியேற்றப்படுவதனுல் நீரின் வெப்ப நிலை உறைநிலைக்கு குறைகிறது; ஆவியாகாமல் எஞ்சியுள்ள நீர் பனிக்கட்டியாக மாற்றப்படுகிறது.

§ 19

நீரின் வெப்பவியல் விரிவின் விசித்திரமான தனியியல்பை எவ்வாறு விளக்குவீர்கள்?

ஆசிரியர்: நீரின் வெப்பவியல் விரிவின் விசித்தரமான தனியியல்புகள் யாவை?

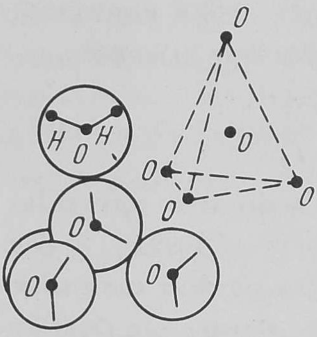
மாணவன் 'ஏ': நீரை $0°C$-இலிருந்து $4°C$-க்குச் சூடாக்கினுல், அதன் அடர்த்தி அதிகரிக்கிறது. அதன் வெப்ப நிலையை $4°C$-க்கு மேல் உயர்த்தும் போதுதான் அது விரிவடையத் தொடங்குகிறது.

ஆசிரியர்: இதை எப்படி விளக்குவாய்?

மாணவன் 'ஏ': எனக்குத் தெரியவில்லை.

ஆசிரியர்: நீரின் தனிப்பட்ட இச்சிறப்பு அம்சம் அதன் அணுவியல் அமைப்புடன் தொடர்புள்ளதாகும். நீரின் மூலக் கூறுகள் ஒரு வகையிலேதான் செயலெதிர்ச் செயலில் ஈடுபட முடியும்: நீரின் மூலக்கூறு ஒவ்வொன்றும், மையங்கள் ஒரு நான்முகக்கட்டி **(Tetrahedron)** உருவில் அமைந்து கொள்ளும், பக்கத்திலுள்ள நான்கு மூலக்கூறுகளுடன்தான் சேர முடியும் (படம் 72). இதன் விளைவாக அதற்கு, படிகம்போன்ற தன்மை இருப்பதைக் குறிப்பிடும் எளிதில் தகர்ந்து விழக்கூடிய புரி இழை **(lace)** போன்றதோர் அமைப்பு ஏற்படுகிறது. வேறு திரவங்களைப் போன்றே, நீரின் அமைப்பை 'குறு அளவு ஒழுங்கமைப்பு' (**on a short-range level**) (§ 18-ஐப் பார்க்கவும்) நோக்கில்தான் குறிப்பிட முடியும். குறிப்பாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு மூலக்கூறிலிருந்து தொலைவு அதிகமாகும்போது, மூலக்கூறுகளுக்கிடையேயுள்ள பிணைப்புகள் வளைவதனுலும் உடைந்துபோவதனுலும் இந்த அமைப்பில் படிப்படியாக வடிவச் சிதைவு ஏற்படுகிறது. வெப்ப நிலையை உயர்த்தும்போது, மூலக்கூறுகளுக்கிடையேயுள்ள பிணைப்புகள் மேலும் அடிக்கடி உடைந்து போகின்றன; நிறைவு செய்யப்படாத பிணைப்புகளுள்ள மூலக்கூறுகள் மேன்மேலும் அதிக எண்ணிக்கையில் நான்முகக்கட்டி அமைப்பிலுள்ள

காலியிடங்களை நிரப்புகின்றன; அதன் விளைவாக, படிகம் போன்ற தன்மையின் அளவு குறைந்து போகிறது படிகம் போன்ற தன்மையுள்ள பண்டமான நீரின் மேற்குறிப்பிடப்பட்ட



படம் 72

புரி இழை அமைப்பு நீரின் விசித்திரமான பௌதிகத் தனியியல்புகளை, சிறப்பாக, அதன் வெப்பவியல் விரிவின் தனியியல்பைத் தெளிவாக நாம் ஏற்றுக் கொள்ளும் வகையில் விளக்குகிறது. ஒருபுறம், வெப்பநிலையின் அதிகரிப்பினால், மூலக்கூறினுள்ளே நிகழும் அதிர்வுகள் விரைவுபடுத்தப்படுவதன் காரணமாக, மூலக்கூறிலுள்ள அணுக்களுக்கிடையேயுள்ள சராசரித் தொலைவும் அதிகரிக்கிறது; அதாவது, மூலக்கூறுகள் சற்று ''உப்புவது'' போல் தோன்றுகிறது. மற்றொருபுறம், வெப்பநிலையின் அதிகரிப்பினால், நீரின் புரிஇழை போன்ற அமைப்பு சிதைவுறுகிறது; இதன்விளைவாக, மூலக்கூறுகள் மேலும் அடர்த்தியாக ஒன்றோடொன்று கொளுவிக் கொள்கின்றன. முதல் (அதிர்வு) விளைவினால் நீரின் அடர்த்தி குறைய வேண்டும். இது திடப்பொருள்களின் வெப்பவியல் விரிவுக்குக் காரணமாகும் சாதாரண விளைவாகும். இரண்டாவது (அமைப்புச் சிதைவு) விளைவினால், நீரைச் சூடாக்கும்போது அதன் அடர்த்தி அதிகரிக்க வேண்டும். 4°C-க்கு நீரைச் சூடாக்கும்போது அமைப்புச் சிதைவு விளைவு ஓங்கியிருக்கிறது; எனவே, நீரின் அடர்த்தி அதிகமாகிறது. மேலும் சூடாக்கும் போது, அதிர்வு விளைவு ஓங்கத் தொடங்கி, நீரின் அடர்த்தி குறைகிறது.

13-01610

§ 20

வாயு விதிகளைப் பற்றி உங்களுக்கு எவ்வளவு நன்றாகத் தெரியும்?

ஆசிரியர்: ஒன்றுசேர்த்த வாயு விதிக்கான (**Combined gas law**) சமன்பாட்டை எழுதவும்.

மாணவன் 'ஏ': இச் சமன்பாடு பின்வரும் வடிவில் எழுதப்படுகிறது.

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \qquad (103)$$

இதில் p, V, T என்பவை முறையே குறிப்பிட்டதொரு நிலையில் குறிப்பிட்டதொரு நிறையுள்ள வாயுவின் அழுத்தம், கன அளவு, வெப்பநிலை ஆகியவற்றையும் p_0, V_0, T_0 என்பவை அதே வாயுவிற்குத் துவக்க நிலையிலுள்ளஅழுத்தம், கன அளவு, வெப்பநிலை ஆகியவற்றையும் குறிப்பிடுகின்றன. வெப்பநிலை தனி (வெப்ப) அளவில் (கெல்வின் வெப்ப அளவில்) குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

மாணவன் 'பி': அதை இன்னொரு வடிவில் எழுத விரும்புகிறேன்:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \qquad (104)$$

இதில், m வாயுவின் நிறையையும், μ ஒரு கிராம்-மூலக்கூறின் நிறையையும், R பொது வாயு நிலையெண்ணையும் குறிக்கின்றன.

ஆசிரியர்: இரண்டு சூத்திரங்களும் சரியே. (மாணவன் பி-ஐ நோக்கி) பொது வாயு நிலையெண்ணை நீ பயன்படுத்தியிருக்கிறாய். அதன் மதிப்பை எப்படிக் கணக்கிடுவாய்? அதை நினைவு வைத்துக் கொள்ள முடியும் என்று எனக்குத் தோன்றவில்லை.

மாணவன் 'பி': R-ஐக் கணக்கிடுவதற்கு, (103) சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்த முடியும்; இதிலுள்ள திணையியல் நிலையளவுருக்களான (**Parameters**) p_0, V_0, T_0 ஆகியவை வாயுவின் குறிப்பிட்ட நிறைக்குப் பொருந்துவனவாயுள்ளன; ஆனால், திட்டநிலைகளில் (**Standard conditions**) எடுத்துக்

கொள்ளப் பட்டனவாயிருக்கின்றன. அதாவது, $p_0 = 76$ செ.மீ. பாதரசம் (பாதரசத் தம்பத்தின் உயரம்) $T_0 = 273°k$, $V_0 = (m/\mu) \times 22.4$ லிட்டர்கள் (ஏன் எனில், திட்ட நிலைகளில் எந்த வாயுவை எடுத்துக் கொண்டாலும், அதன் ஒரு கிராம்-மூலக்கூறு 22.4 லிட்டர்களுக்குச் சமமான குறிப்பானதொரு கன அளவு உள்ளதாக இருக்கிறது. m/μ விகிதம் வாயுவின் குறிப்பிட்ட நிறையிலுள்ள கிராம்-மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கின்றது. இம்மதிப்புகளை (103) சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தினுல் நமக்குக் கிடைப்பது

$$pV = \frac{m}{\mu} T \frac{76 \text{ செ.மீ. பாதரசம்} \times 22\cdot 4 \text{ லிட்டர்கள்}}{273°k}$$

(104) சமன்பாட்டுடன் இதை ஒப்பிட்டால், $R = 6.2$ (செ. மீ. பாதரசம்) லிட்டர்கள்/டிகிரி என்பது தெளிவாகிறது.

ஆசிரியர்: (103) சமன்பாடும் (104) சமன்பாடும் ஒன்றே என்பதைக் காண்பிப்பதற்காகவே இங்ஙனம் கணக்கிடுமாறு கூறினேன். சாதாரணமாக, மாணவர்களுக்கு (103) சமன்பாடுதான் தெரிந்திருக்கிறது; (104) சமன்பாடு அவர்களுக்குப் பழக்கமில்லாத ஒன்ருகும்; (104) சமன்பாடுகூட, மூலக்கூறு-சலனவியல் அடிப்படையில் நிறுவப்பட்ட (102) சமன்பாட்டை ஒத்திருக்கிறது. (102), (104) சமன்பாடுகளை ஒப்பிட்டால் $(m/\mu) R = NK$ என்பது தெளிவாகிறது. எனவே,

$$R = \frac{N}{\frac{m}{\mu}} k = N_A k \qquad (105)$$

ஆகவே, பொது வாயுநிலையெண் என்பது அவகாட்ரோ எண், போல்ட்ஸ்மான் நிலையெண் ஆகிய இரண்டின் பெருக்குத் தொகையாக இருப்பது விளங்குகிறது.

அடுத்து, ஒன்று சேர்த்த வாயு விதிச் சமன்பாட்டை உங்களால் பயன்படுத்த முடியுமா என்பதைக் கவனிப்போம். சம அழுத்தச் செயல்முறையை, அதாவது, வாயுவின் அழுத்தம் நிலையாக இருக்கும் செயல்முறையைக் காட்டும் வளைகோடு ஒன்றை V, T தொடர்பு அச்சுகளைப் பயன்படுத்தி வரையவும்.

மாணவன் 'ஏ': இச் செயல்முறை ஒரு நேர்க் கோட்டினல் குறிப்பிடப்படுவதாக எனக்கு நினைவுக்கு வருவது போலத் தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர்: நினைவுக்குக் கொணருவது என்பது ஏன்? *(104)* சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தவும் அதன் அடிப் படையில், வாயுவின் கன அளவை வெப்பநிலையின் சார்பலனுகக் குறிப்பிடவும்.

மாணவன் 'ஏ': *(104)* சமன்பாட்டிலிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது

$$V = \frac{m}{\mu} \quad \frac{R}{p} T \qquad (106)$$

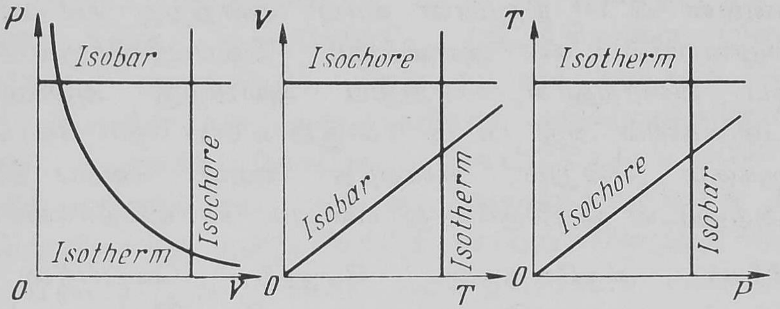
ஆசிரியர் இங்கு, அழுத்தம் வெப்ப நிலையைச் சார்ந் திருக்கிறதா?

மாணவன் 'ஏ': குறிப்பிடப்பட்ட இவ்வெடுத்துக் காட்டில் அது சார்ந்திருப்பதில்லை; ஏன் எனில், இதில் சம அழுத்தச் செயல்முறையைப் பற்றியே நாம் ஆராய்கிறோம்.

ஆசிரியர்: நல்லது. *(106)* சமன்பாட்டிலுள்ள (m/μ) (R/P) என்னும் பெருக்குத்தொகை ஒரு நிலையான காரணி அல்லது உறுப்பாகும். எனவேதான், வாயுவின் கன அளவிற்கும் வெப்பநிலைக்குமுள்ள தொடர்பு நேர்கோட் டளவில் உள்ளது. தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் சாதாரணமாக சம அழுத்தச் செயல்முறை (Isobaric) (p நிலையாக உள்ளது), சம வெப்ப அளவுச் செயல்முறை (Isothermal) (T நிலையாக உள்ளது), சம கன அளவுச் செயல்முறை (Isochoric) (V நிலையாக உள்ளது) ஆகியவற்றை P, V ஆகிய தொடர்பு அச்சுகளாகக் கொண்டு வரைந்து விடுகின்றனர். ஆனல், இச் செயல்முறைகளை வேறு தொடர்பு அச்சுகளில் எடுத்துக் காட்டாக, V-ஐயும், T-ஐயும் அல்லது T-ஐயும் p-ஐயும் அச்சுகளாகக் கொண்டு வரைவதற்குச் சிரமப்படு கின்றனர். இம்மூன்று செயல்முறைகளும் வெவ்வேறு அச்சுத் தொகுதிகளைக் கொண்டு படம் 73–இல் வரையப்பட்டுள்ளன.

மாணவன் 'பி': V, T ஆகியவற்றைத் தொடர்பு அச்சு களாகக் கொண்ட படத்திலுள்ள சம அழுத்தக் கோடுகளைப் பற்றிய கேள்வி ஒன்று கேட்க விரும்புகிறேன். *(106)* சமன்

பாட்டிலிருந்தும் படம் 73-இல் அதற்குச் சரியான வளை கோட்டிலிருந்தும், வெப்பநிலை பூஜ்யத்தை அணுகும்போது



படம் 73

வாயுவின் கன அளவும் பூஜ்யத்தை அணுகுவதை கவனிக்கிறோம். ஆயினும், ஒரு வாயுவின் கன அளவு எந்நிலையிலும் அதன் மூலக்கூறுகளின் மொத்த கன அளவிற்குக் குறைவாக இருக்க முடியாது. நான் சொல்வதில் தவறு எங்கே உள்ளது?

ஆசிரியர்: *(102)*, *(103)*, *(104)*, *(106)* சமன்பாடுகள் இலட்சிய வாயு **(Ideal gas)** என்பதனையே குறிப்பிடுகின்றன. இலட்சிய வாயு என்பது நிஜ வாயுவின் எளிமையாக்கப்பட்ட ஒரு மாதிரி அமைப்பேயாகும்; இதில், மூலக்கூறுகளின் பருமனோ அவற்றுக்கிடையேயுள்ள பரஸ்பரக் கவர்ச்சியோ கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளப்படுவதில்லை.

மாணவன் 'பி': ஆனால், வாயுவிதிகள் எல்லாம் பரிசோதனை விபரங்களுடன் நன்கு ஒத்திருக்கின்றன; பரிசோதனைகளிலோ மூலக்கூறுகளுக்கு அவ்வவற்றுக்குரிய பருமன்களுள்ள நிஜ வாயுக்களையே ஆராய்கிறோம்.

ஆசிரியர்: ஆனால், அத்தகைய பரிசோதனைகள் நிரம்பவும் குறைவான வெப்பநிலைகளில் செய்யப்படுவதில்லை என்பதைக் கவனிக்கவும். நிஜவாயு நிரம்பவும் மிகுதியான அளவிற்குக் குளிர வைக்கப்படாமலோ, அழுத்தத்திற்குட்படுத்தப் படாமலோ இருந்தால், கற்பனை வாயுவின் மாதிரி அமைப்பினால் அதை விவரிக்க முடியும். வளியிலுள்ள வாயுக்களுக்கு (எடுத்துக்காட்டாக, ஆக்ஸிஜன், நைட்ரஜன் ஆகியவற்றுக்கு)

அறையின் வெப்ப நிலைகளிலும் சாதாரண அளவு அழுத்தங் களிலுமே இந்த நிலைகள் ஏற்பட்டுவிடுகின்றன என்பதையும் கவனிக்கவும்.

மாணவன் 'பி': நிஜமான வாயு ஒன்றிற்கு சம அழுத்தச் செயல்முறையில் கன அளவிற்கும் வெப்பநிலைக்கும் உள்ள சார்பை வரைந்தால், போதிய அளவிற்கு அதிகமாயுள்ள வெப்பநிலைகளில் அது படம் 73-இல் உள்ள நேர் கோட்டுடன் ஒத்திருக்கும் என்றும், குறைந்த அளவு வெப்ப நிலைகளில் அது அதனுடன் ஒத்திருக்காது என்றும் சொல்கிறீர்களா?

ஆசிரியர்: அதுவேதான். மேலும், வெப்பநிலை பெரு மளவிற்குக் குறையும்போது, வாயு திரவநிலைக்கு வந்துவிடும் என்பதையும் நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும்.

மாணவன் 'பி': புரிகிறது. படம் 73-இல் (106) சமன் பாட்டின் வளைகோடு பூஜ்யப் புள்ளியினூடே செல்வதற்குப் பௌதிகவியல் கருத்தில் பொருள் ஏதும் கிடையாது. ஆனால், ஒருவேளை அது பூஜ்யப் புள்ளியை அடைவதற்கு முன்னதாகவே அதை முடித்துவிட வேண்டுமா?

ஆசிரியர்: தேவையில்லை. ஒரு வாயுவின் மாதிரி அமைப்பிற்கே வளைகோடுகளை வரைகிறாய். இம் மாதிரி அமைப்பு எங்கு பயன் படுத்தப்பட வேண்டும் என்பது வேறொரு பிரச்சினை.

இப்போது பின்வருபவற்றைக் கவனிப்போம்: V, T ஆகியவற்றைத் தொடர்பு அச்சுகளாகக் கொண்ட இரண்டு சம அழுத்தக் கோடுகள் படம் 74-இல் காட்டப்பட்டுள்ளன: ஒன்று p_1 அழுத்தத்திற்கும் மற்றொன்று p_2 அழுத்தத்திற்கும் வரையப்பட்டவை. இவ்விரண்டு அழுத்தங்களுள் எது அதிகமானது?

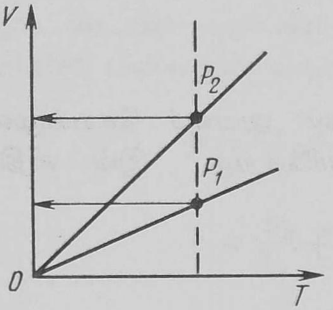
மாணவன் 'ஏ': பெரும்பாலும் p_1-ஐ விட p_2 அதிகமா யிருக்கக்கூடும்.

ஆசிரியர்: சிந்திக்காமல் விடை சொல்கிறாய். அதற்குரிய சம அழுத்தக்கோட்டின் செங்குத்துச் சரிவு அதிகமாயிருப் பதால் அதற்குச் சரியான அழுத்தம் அதிகமாயிருக்க வேண்டும் என்று தீர்மானித்தாய்போலும். எனினும், இது முழுவதும் தவறு. ஒரு சம அழுத்தக் கோட்டின் சாய்வுக்

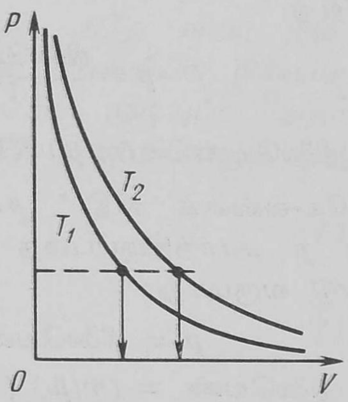
கோணத்தின் டான்சென்ட் (106) சமன்பாட்டின்படி $(m/\mu)(R/p)$-க்குச் சமமாகும். இதிலிருந்து, அழுத்தம் அதிகமாயிருக்க இருக்க, சமஅழுத்தக் கோட்டின் சாய்வுக் கோணம் குறைவாக இருக்கும். ஆகவே, $(p_2 < p_1)$ இன்னொரு வகையில் ஆராய்ந்தும் அதே முடிவைப் பெறமுடியும். படம் 74–இல் ஒரு சம வெப்ப நிலைக்கோட்டை வரைவோம் (படத்திலுள்ள இடையிட்ட கோட்டைப் பார்க்கவும்). அது p_1 சம அழுத்தக் கோட்டை விட, வாயுவின் கன அளவு மதிப்பு அதிகமாயிருக்குமிடத்தில் p_2 சம அழுத்தக் கோட்டை வெட்டுகிறது. ஒரே வெப்ப நிலையில் வாயுவின் கன அளவு குறைவாயிருக்கும்போது அழுத்தம் அதிகமாயிருக்கும். ஒன்று சேர்த்த வாயுவிதியிலிருந்து நேரடியாக இது கிடைக்கிறது [(103) அல்லது (104) சமன்பாட்டைப் பார்க்கவும்]. எனவே $p_2 < p_1$.

மாணவன் 'ஏ' : இப்போது, தெளிவாகப் புரிகிறது.

ஆசிரியர் : ஒரே வாயு நிறைக்கு T_1, T_2 என்னும் வெவ்வேறு வெப்பநிலைகளுக்கு (p, V ஆகியவற்றைத் தொடர்பு அச்சுகளாகக் கொண்டு வரையப்பட்ட இரண்டு) சம வெப்ப நிலைக் கோடுகளுள்ள படம் 75–ஐப் பார்க்கவும். இவற்றுள் எது அதிகமான வெப்பநிலை?



படம் 74



படம் 75

மாணவன் 'ஏ' : முதலில், ஒரு சம அழுத்தக் கோட்டை வரைய வேண்டும் (படம் 75–இலுள்ள இடையிட்ட கோட்டைப்

பார்க்கவும்). நிலையானதோர் அழுத்தத்தில் வாயுவின் வெப்ப நிலை அதிகமானால் அதன் கன அளவும் அதிகமாயிருக்கும். ஆகவே, வெளிப்புறமாக உள்ள சம வெப்ப நிலைக்கோடான T_2 அதிக வெப்ப நிலையைக் குறிக்கிறது.

ஆசிரியர் : சரி. p, V தொடர்பு அச்சுகளின் பூஜ்யப் புள்ளிக்கு ஒரு சமவெப்ப நிலைக்கோடு எவ்வளவுக்கெவ்வளவு அருகிலுள்ளதோ, அவ்வளவுக்கு அவ்வளவு வெப்பநிலை குறைவாயிருக்கும்.

மாணவன் 'பி' : உயர்நிலைப்பள்ளியில் வாயுவிதிகளைப்பற்றி நாங்கள் தெரிந்துகொண்டது இவ்வளவு விரிவானதாயிருக்க வில்லை. ஒன்று சேர்த்த வாயு விதி பெயரளவிற்கே குறிப்பிடப் பட்டது. நாங்கள் 'பாயில்', 'மேரியாட் விதி', 'கே-லஸ்ஸக் விதி', 'சார்ல்ஸ் விதி' என்பனவற்றைப்பற்றி மட்டுமே பயின்றோம்.

ஆசிரியர் : இச் சமயத்தில், 'பாயில்-மேரியாட் விதி', 'கே-லஸ்ஸக் விதி', 'சார்ல்ஸ் விதி' ஆகியவற்றைப் பொதுப் பயிற்சியில் சேர்த்துக் கொள்ள உதவும் சில விபரங்களைக் கூற விரும்புகிறேன். 'பாயில்-மேரியாட் விதி' (சாதாரணமாக, 'பாயில் விதி' என்றே இது அழைக்கப்படுகிறது) சம வெப்ப நிலைச் செயல் முறையில் V மீது p சார்ந்திருப்பதை விவரிக் கிறது. இவ்விதிக்கான சமன்பாடு பின்வரும் வடிவில் அமைகிறது:

$$p = \frac{\text{நிலையெண்}}{V} \qquad (107)$$

இங்கு, நிலையெண் $= (m/\mu)\, RT$

''கே-லஸ்ஸக் விதி'' சம கன அளவுச் செயல்முறையில் T மீது p சார்ந்திருப்பதை விவரிக்கிறது. இவ் விதிக்கான சமன்பாடு வருமாறு:

$$p = \text{நிலையெண்} \times T \qquad (108)$$

இங்கு, நிலையெண் $= (m/\mu)\,(R/V)$

'சார்ல்ஸ் விதி' சம அழுத்தச் செயல் முறையில் T மீது V சார்ந்திருப்பதை விவரிக்கிறது. இதன் சமன்பாடு :

$$V = \text{நிலையெண்} \times T \qquad (109)$$

இங்கு, நிலையெண் (m/μ) (R/p)

[(109) சமன்பாடும் (106) சமன்பாடும் ஒன்றே என்பது தெளிவு]. மேலே குறிப்பிட்ட வாயு விதிகளைப் பற்றிப் பின் வருமாறு கூறுவேன் :

1. இவ்விதிகள் யாவும் இலட்சிய வாயுவிற்கே **(Ideal gas)** பொருந்தும்; நிஜ வாயு எந்த அளவிற்கு இலட்சிய வாயுவின் மாதிரி அமைப்பினல் விவரிக்கப்படுகின்றதோ அந்த அளவிற்குத் தான் இந்த விதிகள் நிஜ வாயுவிற்குப் பொருந்தும்.

2. இவ்விதிகளுள் ஒவ்வொன்றும், ஒரு வாயுவின் மூன்று திணையியல் நிலையளவுருக்களுள் ஒன்று நிலையாயிருக்கும்போது ஏனையவை இரண்டுக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பை நிறுவு கிறது.

3. இவ்விதிகளுள் ஒவ்வொன்றும், ஒரு வாயுவின் மூன்று திணையியல் நிலையளவுருக்களுக்கும் இடையே எவ்வகைத் தனி நிபந்தனைகள் இருந்தாலும், ஒரு தொடர்பை நிறுவும் ஒன்றுசேர்த்த வாயுவிதியிலிருந்து [(104) சமன்பாட்டைப் பார்க்கவும்] கிடைக்கும் துணை முடிவாக **(Corollary)** இருப்பதை எளிதில் அறியலாம்.

4. இவ்விதிகளுள் ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள நிலையெண்களை வாயுவின் நிறை, நிலையான மூன்றாவது திணையியல் நிலையளவுரு ஆகியவற்றின் அளவில் குறிப்பிடாது, அதே வாயு நிறையின் பிறிதொரு நிலைக்குப் பொருத்தமான திணையியல் நிலையளவுருக் களின் இரட்டையின் அளவில் குறிப்பிட முடியும். அதாவது, வாயு விதிகளை பின்வரும் வடிவங்களில் மாற்றியெழுத முடியும்:

$$p = \frac{p_0 V_0}{V} \qquad (107a)$$

$$p = \frac{p_0}{T_0} T \qquad (108a)$$

$$V = \frac{V_0}{T_0} T \qquad (109a)$$

மாணவன் 'ஏ' : வாயு விதிகளின் அடிப்படையைக் கடைசியில் நான் புரிந்துகொண்டதாகத் தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : அங்ஙனமாயின், மேலே செல்லுவோம். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டைக் கவனிக்கவும். ஒரு வாயு, அதன் அழுத்தமும் கன அளவும்

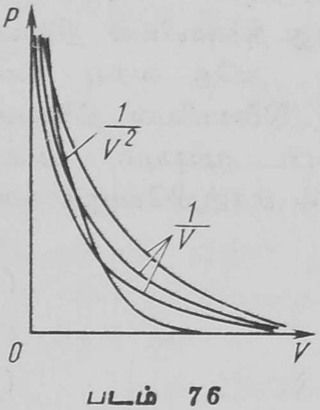
$$pV^2 = \text{நிலையெண்} \quad (110)$$

என்னும் சமன்பாட்டிற்குட்பட்டு விரிவடைகிறது. அம்மாதிரி விரிவடையும்போது வாயு சூடாக்கப்படுகிறதா, அல்லது மாறாகக் குளிர்ச்சியடைகிறதா என்பதைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

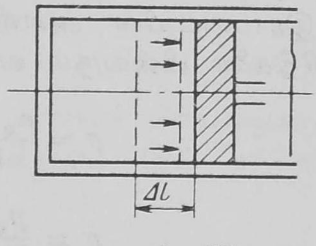
மாணவன் 'ஏ' : வாயுவின் வெப்ப நிலை ஏன் மாறுதலடைய வேண்டும்?

ஆசிரியர் : வெப்பநிலை நிலையாக இருந்தால், வாயு 'பாயில்-மேரியாட் விதி'க் கேற்ப [(107) சமன்பாடு] விரிவடைகிறது என்று பொருளாகும். சம வெப்பநிலைச் செயல்முறையில் $p \propto (1/V)$; ஆனால், நமது எடுத்துக்காட்டிலோ V-யின் மீது p-க்குள்ள சார்பின் தன்மை பிறிதொரு வகையினதாயுள்ளது $p \propto (1/V^2)$.

மாணவன் 'ஏ' : இத் தொடர்புகளைப் படத்தில் வரையலாம் அல்லவா? வளைகோடுகள் படம் 76-இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளதற்கேற்ற வடிவத்தில் அமைந்திருக்கும்.



படம் 76



படம் 77

ஆசிரியர் : அது நல்ல கருத்தாகும். இவ் வளைகோடுகள் எதைக் குறிக்கின்றன?

மாணவன் 'ஏ' : இப்போது புரியத் தொடங்குகிறது. கனஅளவு அதிகமாக அதிகமாக, $p \propto (1/V^2)$ வளைகோட்டைத் தொடர்ந்து

கவனித்தால், அது படிப்படியாகப் பூஜ்யப் புள்ளிக்கு அருகிலுள்ள சமவெப்ப நிலைக் கோடுகளுக்கு, அதாவது, தொடர்ந்து குறையும் வெப்பநிலைக் கோடுகளுக்கு சரியான சமவெப்பநிலைக் கோடு களுக்கு மாறுவதைப் பார்க்கலாம். இவ்விரிவடைதலில் வாயு குளிர்ச்சியடைகிறது என்பதையே இது குறிக்கிறது.

ஆசிரியர்: நிரம்பவும் சரி. ஆனால், உனது விடையைச் சற்று மாற்றி அமைக்க வேண்டும். வாயுவைக் குளிர வைத்தால் தான் அத்தகைய செயல்முறை சாத்தியமாகும் என்று சொல்வது சிறந்தது.

மாணவன் 'பி': இதே முடிவை ஆய்வு முறையிலும் பெற முடியுமா?

ஆசிரியர்: நிச்சயமாக. $p_1, V_1, T_1; p_2, V_2, T_2$ என்னும் இரு வாயுநிலைகளை எடுத்துக் கொள்வோம். அடுத்து, இந்நிலை களுள் ஒவ்வொன்றிற்கும் ஒன்று சேர்த்த வாயுவிதியை [(104) சமன்பாட்டை பார்க்கவும்] எழுதுவோம்:

$$p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$$

$$P_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_2$$

நாம் எடுத்துக்கொண்ட எடுத்துக்காட்டு வாயுவிரிவுச் செயல்முறையை

$$p_1V_1^2 = p_2V_2^2$$

என்னும் வடிவில் எழுதலாம். வாயுவிதியின் முதல் இரண்டு சமன்பாடுகளைக் கடைசிச் சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தினால் நமக்கு கிடைப்பது

$$\frac{m}{\mu}RT_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_2V_2$$

பொது உறுப்புக்களை நீக்கிவிட்டால்

$$T_1V_1 = T_2V_2 \qquad (111)$$

என்பது தெளிவாகிறது. இச் சமன்பாட்டிலிருந்து வாயுவின் கன அளவு, எடுத்துக்காட்டாக, இரட்டிக்கப்பட்டால், அதன் வெப்பநிலை (தனி வெப்ப அளவில்) பாதியாகக் குறைக்கப் படுகிறது என்பது விளங்குகிறது.

மாணவன் 'ஏ' : செயல்முறை எதுவாயிருந்தாலும் வாயுவின் திணியியல் நிலையளவுருக்கள் $(p,\ V,\ T)$ ஒவ்வொரு நிலையிலும் ஒன்றுசேர்த்த வாயுவிதிக்கேற்ப தொடர்புள்ளனவாயிருக்கும் என்பதை இது குறிக்கிறதா?

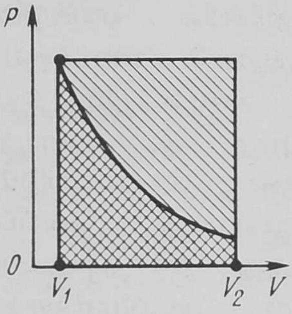
ஆசிரியர் : அதுவேதான். எந்தவிதமான நிலையிருந்தாலும், ஒன்றுசேர்த்த வாயுவிதி, வாயுவின் திணியியல் நிலையளவுருக்களிடையே ஒரு தொடர்பை அமைக்கின்றது.

இப்போது, வெவ்வேறு செயல்முறைகளில் வாயுவிற்கும் அதன் சூழலுக்குமிடையே நிகழும் ஆற்றல் பரிமாற்றத்தின் இயல்பைக் கவனிப்போம். வாயு விரிவடைவதாக வைத்துக் கொள்ளவும். அதன் கன அளவைக் கட்டுப்படுத்தும் எல்லாப் பண்டங்களையும் [எடுத்துக்காட்டாக, உருளைக் குழாயினுள் **(Cylinder)** இருக்கும் உந்து தண்டை **(Piston)**] அது பின்னுக்கித் தள்ளும். அதன் விளைவாக, வாயு இப்பண்டங்களின் மீது வேலை செய்கிறது. வாயுவின் சம அழுத்த விரிவில் இவ்வேலையைக் கணக்கிடுவது கடினமில்லை. சம அழுத்த நிலையில் வாயு விரிவடைவதாகவும், குறுக்குவெட்டுப் பரப்பளவு S உள்ள ஓர் உந்து தண்டை அது Δl தொலைவிற்குப் பின் தள்ளுவதாகவும் வைத்துக் கொள்வோம் (படம் 77). வாயுவினுல் உந்து தண்டின் மீது செலுத்தப்படும் அழுத்தம் p உந்து தண்டை நகர்த்துவதில் வாயுவினுல் செய்யப்படும் வேலையின் அளவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$A = F\Delta l = (pS)\Delta l = p(S\Delta l) = p(V_2 - V_1) \qquad (112)$$

V_1, V_2 வாயுவின் துவக்கக் கன அளவையும் இறுதிக் கன அளவையும் முறையே குறிப்பிடுகின்றன. சம அழுத்தமல்லாத விரிவுச் செயல்முறையில் வாயுவினுல் செய்யப்படும் வேலையின் அளவைக் கணக்கிடுவது அதிகக் கடினமானது; ஏன் எனில், வாயு விரிவடையும் போது அழுத்தம் மாறிக்கொண்டே இருக்கிறது. பொது எடுத்துக்காட்டில், வாயுவின் கன அளவு V_1-இலிருந்து V_2-க்கு உயரும்போது வாயு செய்யும் வேலை V_1, V_2 நிலை அச்சுக் கோடுகளுக்கிடையிலும் $p(V)$ வளைகோட்டிற்குக் கீழும் உள்ள பரப்பளவுக்குச் சமமாயிருக்கிறது. சம அழுத்தத்திலும், சம வெப்பநிலையிலும் வாயு V_1 கன அளவிலிருந்து V_2 கன அளவிற்கு விரிவடையும்போது அதனுல் செய்யப்படும் வேலை

யளவுகள் படம் 78-இல் முறையே இருபோகுவரிகளுள்ள (Whole hatched) பரப்பினுலும் ஒருபோகுவரிகளுள்ள (Cross-hatched) பரப்பினுலும் காட்டப்பட்டுள்ளன. இரு செயல் முறைகளிலும் வாயுவின் துவக்கநிலே ஒன்றேயாகும்.



படம் 78

இவ்வாறு, வாயு விரிவடையும்போது, அது சுற்றியுள்ள பண்டங்களின் மீது வேலே செய்கிறது; அப்போது அதன் அக ஆற்றலில் ஒரு பகுதி செலவழிக்கப்படுகிறது. வாயுவினுல் செய்யப்படும் வேலே, விரிவுச் செயல்முறையின் தன்மையைப் பொறுத்திருக்கிறது. வாயு அமுக்கப்பட்டால், அப்போது வாயுவின்மீது வேலே செய்யப்படுகிறது; எனவே, அதன் அக ஆற்றல் அதிகரிக்கிறது.

வேலே செய்வது ஒன்றினுல்மட்டுமே ஒரு வாயுவிற்கும் அதன் சூழ்நிலேக்குமிடையே ஆற்றல் பரிமாற்றம் நிகழ்வதில்லே. எடுத்துக்காட்டாக, சமவெப்பநிலே விரிவடைதலில் ஒரு வாயு குறிப்பிட்ட அளவு (*A*) வேலே செய்கிறது என்ருல், அதன் விளேவாக, *A*-க்குச் சமமான ஆற்றலே அது இழக்கிறது. மாருக, § 18-இல் விளக்கப்பட்ட அடிப்படைக் கருத்துக்களிலிருந்து தெரிவதுபோல் [(98) சமன்பாட்டைப் பார்க்கவும்] சம வெப்பநிலேச் செயல்முறையில் வெப்பநிலே நிலேயாக இருக்கிறது என்ருல், அதன் அக ஆற்றலான *U* மாருதிருக்க வேண்டும் என்ருகிறது (*U* என்பது மூலக்கூறுகளின் வெப்பவியல் இயக்கத்தினுல் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது என்பதையும், மூலக்கூறுகளின் சராசரி ஆற்றல் வெப்பநிலே *T*-க்கு நேர் விகிதத்தில் உள்ளது என்பதையும் உங்களுக்கு நினேவுபடுத்த விரும்புகிறேன்). அவ்வாருயின், நாம் தேர்ந்தெடுத்துக்கொண்ட எடுத்துக்காட்டில், வேலேயைச் செய்வதற்கு எவ்வகை ஆற்றல் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பது கேள்வி.

மாணவன் 'பி': வெளியிலிருந்து வாயுவிற்குக் கிடைக்கும் வெப்பம் என்பது தெளிவு.

ஆசிரியர்: சரி. இவ்வாருக, குறைந்தபட்சம், வாயுவின் கன அளவில் ஏற்படும் மாறுதலுடன் தொடர்பு கொண்ட

வேலையைச் செய்வது, வெப்ப பரிமாற்றம் ஆகிய இரு வழிகளில் வாயு தனது சூழலுடன் ஆற்றல் பரிமாற்றம் நிகழ்த்துகிறது என்னும் முடிவிற்கு நாம் வர முடிகிறது. ஆற்றல் மீதத்தைப் பின்வரும் வடிவில் குறிப்பிட முடியும்:

$$\Delta U = Q - A \qquad (113)$$

இதில், ΔU என்பது வாயுவின் வெப்பநிலையில் ஏற்படும் அதிகரிப்பினால் குறிக்கப்படும் அதன் அக ஆற்றலில் உண்டாகும் அதிகரிப்பையும் Q என்பது சுற்றியுள்ள ஊடகத்திலிருந்து வாயுவிற்கு மாற்றப்படும் வெப்பத்தையும், A என்பது சுற்றியுள்ள பண்டங்களின்மீது வாயுவினால் செய்யப்படும் வேலையையும் குறிக்கின்றன. (113) சமன்பாடு வெப்ப இயக்கவியல் முதல்விதி எனப்படுகிறது. அது அனைத்தையும் அளாவியது என்பதையும், வாயுக்களுக்கு மட்டுமல்லாது எல்லாப் பண்டங்களுக்குமே பொருந்தும் என்பதையும் கவனிக்கவும்.

மாணவன் 'பி' : சுருங்கச் சொன்னால், சமவெப்பநிலை விரிவில் வாயுவிற்கு மாற்றப்படும் எல்லா வெப்பமும் வாயுவினால் செய்யப்படும் வேலையாக உடனே மாற்றப்பட்டுவிடுகிறது என்று நாம் தீர்மானிக்கலாம். அவ்வாறாயின், சமவெப்பநிலைச் செயல்முறைகள் வெப்பநோக்கில் தடுப்புடன் அமைந்த அமைப்பில் நிகழ முடியாது.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் உண்மை. இப்போது, ஆற்றல் நோக்கிலிருந்து சம அழுத்த வாயுவிரிவை ஆராயலாம்.

மாணவன் 'பி' : வாயு விரிவடைகிறது. அதாவது, அது வேலை செய்கிறது. இங்கு, (106) சமன்பாட்டிலிருந்து தெரிவதுபோல், வாயுவின் வெப்பநிலை உயர்த்தப்படுகிறது, அதாவது, அதன் அக ஆற்றல் உயர்த்தப்படுகிறது. இதன் விளைவாக, பெருமளவு வெப்பம் வாயுவிற்கு மாற்றப்பட வேண்டும்: இவ் வெப்பத்தில் ஒரு பகுதி வாயுவின் அக ஆற்றலை அதிகப்படுத்துவதற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது; எஞ்சிய பகுதி வாயுவினால் செய்யப்படும் வேலையாக மாற்றப்படுகிறது.

ஆசிரியர் : நல்லது. மற்றுமோர் எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக்கொள்ளவும். ஒரு வாயுவின் வெப்பநிலை ΔT

அளவிற்கு அதிகரிக்கப்படும் வகையில் அது சூடாக்கப் படுகிறது. இது இருமுறை செய்யப்படுகிறது: வாயுவின் நிலேயான கன அளவில் ஒரு முறையும், பின்னர் நிலேயான அழுத்தத்திலும் செய்யப்படுகிறது. இந்த இருமுறைகளிலும் நாம் ஒரே அளவு வெப்பத்தைச் செலவழிக்க வேண்டி யிருக்குமா?

மாணவன் 'ஏ' : அப்படித்தான் நான் நினேக்கிறேன்.

மாணவன் 'பி' : வெவ்வேறு அளவு வெப்பம் தேவைப்படும் என்று நான் சொல்வேன். நிலேயான கன அளவில், வேலே எதுவும் செய்யப்படுவதில்லே; வெப்பம் முழுவதும் வாயுவின் அக ஆற்றலே அதிகப்படுத்துவதற்கு, அதாவது, அதன் வெப்பநிலேயை உய ர்த்துவதற்குச் செலவழிக்கப்படுகிறது. இதில்

$$Q_1 = C_1 \Delta T \qquad (114)$$

நிலேயான அழுத்தத்தில், வாயுவைச் சூடாக்கும்போது அது விரிவடைகிறது; செய்யப்படும் வேலேயின் அளவு $A = p(V - V_1)$ அளிக்கப்படும் வெப்பமாகிய Q_2 இல் ஒரு பகுதி வாயுவின் அக ஆற்றலே உயர்த்துவதற்கும் (அதன் வெப்பநிலேயை உயர்த்து வதற்கும்) மற்றொரு பகுதி இவ் வேலேயைச் செய்வதற்கும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஆக

$$Q_2 = C_1 \Delta T + p(V - V_1) \qquad (115)$$

எனவே, $Q_1 < Q_2$ என்பது தெளிவு.

ஆசிரியர் : மாணவன் பி சொல்வது சரி. ஒரு பண்டத்தின் வெப்பநிலேயை ஒரு டிகிரி அளவிற்கு உயர்த்துவதற்குத் தேவையான வெப்ப அளவை எவ்வாறு குறிப்பிடுகிறீர்கள்?

மாணவன் 'பி' : பண்டத்தின் வெப்ப ஏற்புத்திறன் **(heat capacity)**.

ஆசிரியர் : சற்றுமுன் கூறிய எடுத்துக்காட்டிலிருந்து ஒரு வாயுவின் வெப்ப ஏற்புத் திறன் பற்றி என்ன முடிவு கிடைக்கிறது?

மாணவன் 'பி' : ஒரு வாயுவிற்கு இரண்டு வெப்ப ஏற்புத் திறன்கள் உள்ளன: ஒன்று, நிலேயான கன அளவில்; மற்றொன்று, நிலேயான அழுத்தத்தில். நிலேயான கன

அளவிலுள்ள வெப்ப ஏற்புத் திறன் (மேற்குறிப்பிட்ட கடைசி இரண்டு சமன்பாடுகளில் C_1) நிலேயான அழுத்தத்திலுள்ள வெப்ப ஏற்புத் திறனேவிடக் குறைவானது.

ஆசிரியர் : நிலேயான அழுத்தத்திலுள்ள வெப்ப ஏற்புத் திறனே C_1 அளவில், அதாவது, நிலேயான கன அளவிலுள்ள வெப்ப ஏற்புத் திறனின் அளவில் குறிப்பிட முடியுமா?

மாணவன் 'பி' : முயற்சி செய்கிறேன். நிலேயான அழுத்தத்திலுள்ள வெப்ப ஏற்புத் திறனே C_2 எனக் குறிப்பிடுவோம். வெப்ப ஏற்புத் திறனின் வரையறுப்பின்படி, நாம் பின் வருமாறு எழுத முடியும்: $C_2 = Q_2/\Delta T$. (115) சமன்பாட்டிலிருந்து கிடைக்கும் Q_2-இன் பெறுமானத்தை இதில் பயன் படுத்திஞல் நமக்குக் கிடைப்பது

$$C_2 = C_1 + \frac{p(V-V_1)}{\Delta T} \qquad (116)$$

ஆசிரியர் : சற்று விரைவாகவே முடித்துவிட்டாய். ஆஞல், ஒன்று சேர்த்த வாயு விதியைப் பயன்படுத்திஞல், நாம் பின்வருமாறு எழுதலாம்:

$$p(V-V_1) = \frac{m}{\mu}R(T-T_1) = \frac{m}{\mu}R\Delta T$$

இம்மதிப்பை (116) சமன்பாட்டில் பயன்படுத்திஞல் நமக்கு கிடைப்பது

$$C_2 = C_1 + \frac{m}{\mu}R \qquad (117)$$

வாயுவின் ஒரு கிராம்-மூலக்கூறினே எடுத்துக்கொண்டால், (அதாவது, $m = \mu$) இந்தச் சமன்பாடு மேலும் எளிதானதாக அமைகின்றது:

$$C_2 = C_1 + R \qquad (118)$$

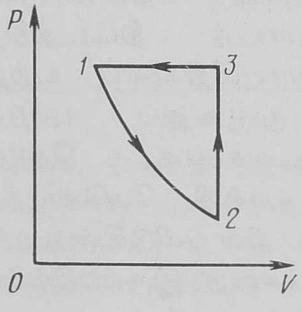
கடைசியாக, சமவெப்பநிலேச் செயல்முறை, சம கன அளவுச் செயல்முறை, சம அழுத்தச் செயல்முறை என்பவற்ருலான ஒரு சுழல் செயல்முறையைக் கவனிப்போம் (p, V அச்சுகள் தொடர்பு அச்சுகளாகக் கொள்ளப்பட்ட படம் 79*a*-ஐப்

பார்க்கவும்). அதே சுழல் செயல்முறையை (தன்மையளவிலே) V, T இரண்டையும் தொடர்பு அச்சுகளாக கொண்டுள்ள ஒரு படத்தில் வரைந்து, சுழல் செயல்முறையின் ஒவ்வொரு பகுதியிலும் வாயுவிற்கும் ஊடகத்திற்குமிடையே நிகழும் ஆற்றல் பரிமாற்றத்தின் இயல்பை ஆராயவும்.

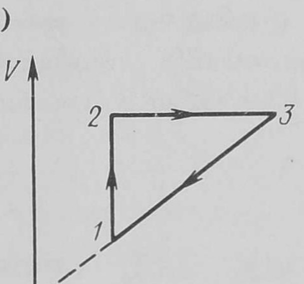
மாணவன் 'பி' : V, T இரண்டையும் தொடர்பு அச்சுகளாகக் கொண்ட படத்தில் இச் சுழல் செயல்முறை படம் 79*b*–இல் காணப்படும் வடிவம் உடையதாயிருக்கும்.

ஆசிரியர் : நிரம்பவும் சரி. இப்போது, சுழல் செயல் முறையின் தனித் தனிப்பகுதிகளில் வாயுவிற்கும் ஊடகத்திற்கும் இடையே நிகழும் ஆற்றல் பரிமாற்றத்தின் இயல்பை ஆராயவும்.

(*a*)



(*b*)



படம் 79

மாணவன் 'பி' : 1-2 பகுதியில் சம வெப்ப நிலையில் வாயு விரிவடைகிறது. வெளியிலிருந்து குறிப்பிட்டதோர் அளவு வெப்பத்தைப் பெற்று, அது முழுவதையும் வேலை செய்வதில் செல வழிக்கிறது. வாயுவின் அக ஆற்றல் மாருமல் இருக்கிறது. சுழல் செயல் முறையின் 2-3 பகுதியில் வாயு நிலையான கன அளவில் சூடாக்கப்படுகிறது. அதன் கன அளவு மாறுவதில்லையாதலால், வேலை எதுவும் செய்யப்படுவதில்லை. வாயுவின் அக ஆற்றல், வெளியிலிருந்து மாற்றப்படும் வெப்பம் காரணமாகவே அதிகரிக்கின்றது.

3-1 பகுதியில் வாயு நிலையான அழுத்தத்தில் அமுக்கப்படுகிறது; அதன் வெப்பநிலை குறைகிறது; இதை படம் 79 *b*–இல் பார்க்கலாம். வாயுவின் மீது வேலை செய்யப்படுகிறது; ஆனல், அதன் அக ஆற்றல் குறைகிறது. அதாவது, வாயு தன்னைச் சுற்றியுள்ள ஊடகப் பொருளுக்கு மிகத் தீவிரமாக வெப்பத்தை அளிக்கிறது என்பதை இது குறிக்கிறது.

ஆசிரியர் : நீ ஆராயும் முறை முற்றிலும் சரியானதே.

மாணவன் 'ஏ' : நமது விவாதத்திலிருந்து, இதுவரை எனக்கு வாயு விதிகளைப் பற்றி எவ்வளவு குறைவாகத் தெரிந்திருந்தது என்பது புலனாகிறது. நுழைவுத் தேர்வுகளுக்கு இவை அனைத்தையும் அறிந்திருக்க வேண்டுமா? எனது கருத்தில், நாம் ஆராய்ந்த சில கேள்விகள் நுழைவுத் தேர்வுகள் எழுதும் மாணவர்களின் பௌதிகவியல் பாடத் திட்டத்திற்கப்பாற்பட்டவை எனத் தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : நமது விவாதத்தைக் கவனமாகப் பார்த்தால், பொது நிலையிலோ அல்லது சிறப்பான சில நிலைகளிலோ ஒன்றுசேர்த்த வாயுவிதியுடன் நேரடியாகத் தொடர்புள்ள கேள்விகளையே ஆராய்ந்தோம் என்பது உனக்குத் தெளிவாகும். உனது குழப்பத்திற்குக் காரணம், பாடத் திட்டத்திற்கப்பாற்பட்ட கேள்விகள் அல்ல; நீ வாயுவிதிகளைப் பற்றி நன்றாக சிந்திக்காததும் அவற்றை முழுவதும் புரிந்து கொள்ளாததுமே ஆகும். துரதிருஷ்டவசமாக, தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் வாயு விதிகளைப் பற்றி மேலெழுந்தவாரியாகத் தெரிந்துகொள்வதுடனேயே நின்றுவிடுகின்றனர்; அதற்குமேல் செல்வதற்கு அவர்களுக்கு அக்கறை இருப்பதில்லை.

§ 21

வாயு விதிகள் பற்றிய கணக்குகளுக்கு நீங்கள் எவ்வாறு விடை கண்டு பிடிப்பீர்கள் ?

மாணவன் 'ஏ': வாயு விதிகள் கணக்குகளில் பல வகைகள் உள்ளனவே, அவற்றுக்கு விடை காணுவதில் அவ்விதிகளைப் பயன்படுத்துவதுபற்றி ஆராய விரும்புகிறேன்.

ஆசிரியர்: எனது கருத்தில், தேர்வு எழுதும் மாணவர்களுக்குக் கொடுக்கப்படும், வாயுவிதிகள் குறித்த ஏறக்குறைய எல்லாக் கணக்குகளுமே எளிதானவையே. அவற்றுள் பெரும்பாலானவை அடியிற்கண்ட இரண்டு தொகுதிகளுள் அடங்கியவையாகும்.

முதல் தொகுதி: குறிப்பிட்டதொரு நிறையுடைய வாயுவின் நிலையில் ஏற்படும் மாறுதலை அடிப்படையாகக் கொண்ட கணக்குகள்; நிறையின் பெறுமானம் பயன்படுத்தப் படுவதில்லை. விரிவடைதல், சூடாக்கப்படுதல் மற்றும் பல செயல் முறைகளின் விளைவாக, வாயு p_1, V_1, T_1 என்னும் திணையியல் நிலையளவுருக்களைக் கொண்ட ஒரு நிலையிலிருந்து p_2, V_2 T_2 என்னும் திணையியல் நிலையளவுருக்களைக் கொண்ட பிறிதொரு நிலைக்கு மாறுகிறது. துவக்க, இறுதி நிலைகளுக்குரிய திணையியல் நிலையளவுருக்கள், ஒன்று சேர்ந்த வாயுவிதியின் சமன்பாட்டிற்கிணங்கத் தொடர்புள்ளனவாய் இருக்கின்றன.

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2} \tag{119}$$

கணக்கு, இந்த ஆறு திணையியல் நிலையளவுருக்களுள் ஏதாவதொன்றைக் கண்டுபிடிக்கும்படியாக அமைந்திருக்கும்.

இரண்டாம் தொகுதி: வாயுவின் நிலை மாறாது, வாயுவின் நிறையின் பெறுமானம் வரும் கணக்குகள். திணையியல் நிலையளவுருக்கள் அனைத்தும் தெரிந்து இந்த நிறையைக் கணக்கிடுவது, அல்லது நிறையும் வேறு திணையியல் நிலையளவுருக்களும் தெரிந்து, தெரியாத திணையியல் நிலையளவுருவைக்

கண்டுபிடிப்பது என்பதாக இருக்கும் கணக்கு. இத்தகைய கணக்குகளில் வாயுவின் மூலக்கூறு எடை தெரிந்திருக்க வேண்டும்.

மாணவன் 'பி' : இரண்டாவது தொகுதிக் கணக்குகளுக்கு விடை காண்பதற்கான எளிய வழி, ஒன்று சேர்த்த வாயு விதியின் *(104)* சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதாகும் என்று நினைக்கிறேன்.

ஆசிரியர் : உண்மை; இந்த சமன்பாட்டை உபயோகிக்க முடியும். ஆனால், இதற்கு, பொதுவாயு நிலையெண்ணின் (R) எண்மான மதிப்புத் **(Numerical value)** தெரிந்திருக்க வேண்டும். பொதுவாக, அதை நினைவுவைத்துக் கொள்வதில்லை. எனவே, நடைமுறையில் கீழ்க்காணும் வழிமுறையைப் பயன்படுத்துவது அதிக வசதியுள்ளதாயிருக்கிறது: வாயுவைத் திட்ட நிலைகளுக்குக் கொணர்ந்து, இந்நிலைகளில் அதன் திணையியல் நிலையளவுருக்களை p_s, V_s, T_s என்று குறிப்பிடுவதாக வைத்துக் கொள்கிறோம். அப்போது, சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு எழுத முடியும் :

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_s V_s}{T_s} \qquad (120)$$

இதில் $$V_s = \frac{m}{\mu} \times 22 \cdot 4 \text{ லிட்டர்கள்}$$

மாணவன் 'பி' : எனது கருத்தில், இவ் வழிமுறை *(104)* சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதைவிட எவ்வகையிலும் எளிமையானதில்லை; இங்கு, மூன்று மதிப்புகளை நினைவில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டும்: $p_s = 76$ செ. மீ. பாதரசம், $T_s = 273° K$, $V_s/(m/\mu) = 22.4$ லிட்டர்கள். அதைவிட ஒரு மதிப்பை, பொது வாயு நிலையெண்ணை நினைவில் வைத்துக் கொள்வது எளிதென்பது தெளிவு.

ஆசிரியர் : இருந்தபோதிலும், எனது வழிமுறையே அதிக எளிமையானது; ஏன் எனில், நீ குறிப்பிட்ட மூன்று மதிப்புகளையும் (அதாவது, திட்டநிலைகளில் வாயுவின் ஒரு கிராம்-மூலக்கூறுக்குள்ள அழுத்தம், வெப்பநிலை, கன

அளவு ஆகியவற்றை) நினைவில் வைத்துக் கொள்வதில் எவருக்கும் சிரமம் இருப்பதில்லை. **8 வளிமண்டலங்கள் அழுத்தமும் 91°C வெப்பநிலையும் கொண்ட 58 கிராம் காற்றின் கன அளவைக் கணக்கிட வேண்டும்** என்று வைத்துக் கொள்ளவும். ஒரு கிராம்-மூலக்கூறு வாயுவின் நிறை 29 கிராம் ஆதலால், கொடுக்கப்பட்ட காற்றில் 2 கிராம் - மூலக்கூறுகள் உள்ளன. திட்ட நிலைகளில் அவற்றின் கன அளவு 44.8 லிட்டர்கள். (120) சமன்பாட்டிலிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது;

$$V = V_s \frac{p_s T}{p T_s} = 44 \cdot 8 \text{ (லிட்டர்கள்)} \times \frac{1 \times 364}{8 \times 273} = 7 \cdot 5 \text{ லிட்டர்கள்.}$$

மாணவன் 'பி' : $p_s = 1$ வளிமண்டலம் என்று வைத்துக் கொண்டிருக்கிறீர்கள். கணக்கில் கொடுக்கப்பட்ட நிலைகளில் அது செயல்முறை வளிமண்டல மதிப்பையே குறிக்கிறதென எண்ணுகிறேன். அப்போது, $p_s = 1.034$ வளிமண்டலமாக இருக்க வேண்டும்.

ஆசிரியர் : நீ சொல்வது சரி. (திட்ட வளிமண்டல அழுத்தத்திற்குச் சரியான) பௌதிகவியல் வளிமண்டல மதிப்பிற்கும் செயல்முறை வளிமண்டல மதிப்பிற்கும் வேறு பாடு உள்ளது. இவ்வேறுபாட்டைப் புறக்கணித்தேன், அவ்வளவுதான்.

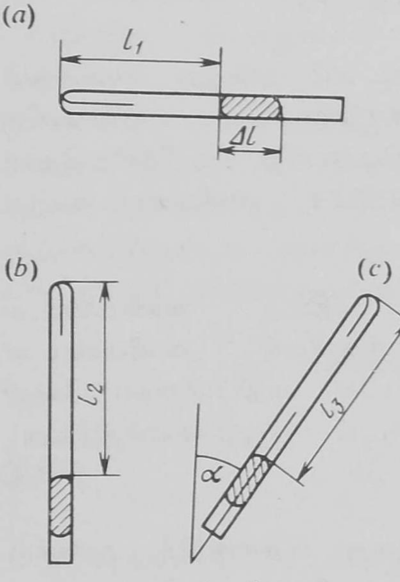
மாணவன் 'ஏ': முதல், இரண்டாவது தொகுதிக் கணக்கு களுக்கு விடை காணுவதில் ஏற்படும் குறிப்பான சிரமங்களைச் சொல்ல முடியுமா?

ஆசிரியர் : எனது கருத்தில் இக் கணக்குகள் நிரம்பவும் எளிமையானவையே என்று ஏற்கனவேயே சொல்லி யிருக்கிறேன்.

மாணவன் 'ஏ' : ஆனால், தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் பொதுவாக என்னென்ன பிழைகள் புரியக்கூடும்?

ஆசிரியர் : கவனமின்மையைத் தவிர, தவறுகளுக்கு ஒரு முக்கிய காரணம் வாயுவின் அழுத்தத்தை ஏதாவதொரு

நிலையில் கணக்கிடுவதற்கான இயலாமையே ஆகும். ஒரு முனையில் மூடப்பட்டுள்ள ஒரு கண்ணாடிக் குழல்பற்றிய கணக்கு ஒன்றை எடுத்துக் கொள்ளவும். வெளி ஊடகத்திலிருந்து குறிப்பிட்ட கன அளவுக் காற்றைப் பிரிக்கும் பாதரசப் பகுதி ஒன்று குழலினுள் இருக்கிறது. குழலைச் செங்குத்தான தளத்தில் திருப்ப முடியும். முதல் நிலையில் (படம் 80*a*) குழலினுள் இருக்கும் காற்றுப் பகுதியின் நீளம் l_1; இரண்டாவது நிலையில் (படம் 80*b*) அதன் நீளம் l_2. குழல் செங்குத்து நிலைக்கு α கோணத்தில் சாய்ந்து நிற்கும் மூன்றுவது நிலையில் (படம் 80*c*) கா[illegible] .குதியின் நீளமான l_3-ஐக் கண்டுபிடிக்கவும். பாதரசப் பகு[illegible] புடைய நீளத்தின் அளவில் வளிமண்டல அழுத்தத்தை p_A என்றும், குழலிலுள்ள பாதரசப் பகுதியின் நீளத்தை Δl என்றும் குறிப்பிடுவோம். முதல் நிலையில், குழலிலுள்ள காற்றின் அழுத்தம் வளிமண்டல அழுத்தத்திற்குச் சமம் என்பது தெளிவு. இரண்டாவது நிலையில், அது $(p_A - \Delta l)$-க்குச் சமம்; ஏன் எனில், வளிமண்டல அழுத்தம், குழலினுள் இருக்கும் பாதரசப் பகுதி, காற்றுப் பகுதி ஆகியவற்றின் கூட்டு அழுத்தங்களினுல் சமன் செய்யப்படுகிறது. 'பாயில், மேரியாட் விதி'யைப் பயன்படுத்தி நாம் பின்வருமாறு எழுதலாம்:



படம் 80

$$l_1 p_A = l_2 (p_A - \Delta l)$$

இதிலிருந்து வளிமண்டல அழுத்தம் p_A-ஐக் கணக்கிடலாம்.

$$p_A = \Delta l \frac{l_2}{l_2 - l_1} \qquad (121)$$

மூன்றுவது நிலையில், பாதரசப் பகுதியின் எடையின் ஒரு பகுதி குழலின் சுவர்களின் எதிர்ச் செயலினுல் ஈடு செய்யப் படுகிறது. அதன் விளைவாக, குழலினுள் இருக்கும் காற்றின் அழுத்தம் $(p_A - \Delta l \cos \alpha)$-க்குச் சமமாக இருப்பது தெளி

வாகிறது. 'பாயில், மேரியாட் விதி'யை வாயுவின் முதலாவது, மூன்ருவது நிலைகளுக்குப் பயன்படுத்தினல் நமக்குக் கிடைப்பது

$$l_1 p_A = l_3 (p_A - \triangle l \cos \alpha)$$

எனவே,

$$p_A = \triangle l \frac{l_3 \cos \alpha}{l_3 - l_1} \qquad (122)$$

(121), (122) சமன்பாடுகளின் வலது பக்கப் பகுதிகளைச் சமப்படுத்தினல் கிடைப்பது பின்வரும் சமன்பாடு:

$$\frac{l_2}{l_2 - l_1} = \frac{l_3 \cos \alpha}{l_3 - l_1}$$

இதிலிருந்து l_3-ஐக் கணக்கிடலாம்:

$$l_3 = \frac{l_1 l_2}{_2-(l_2 - l_1) \cos \alpha} \qquad (123)$$

$\cos \alpha = 1$ என்ருல், $l_3 = l_2$ (அதாவது, குழலின் இரண்டாவது நிலை) என்பதையும், $\cos \alpha = 0$ என்ருல் $l_3 = l_1$ (அதாவது, குழலின் முதல் நிலை) என்பதையும் தெரிந்து கொள்ள முடியும்.

மாணவன் 'ஏ': நீங்கள் வகைப்படுத்திய முதலாவது, இரண்டாவது தொகுதிகளிலுள்ள கணக்குகள் தெளிவாகப் புரிகின்றன. ஆனல், முதலாவது தொகுதியிலிருந்தும் இரண்டாவது தொகுதியிலிருந்தும் எடுக்கப்பட்ட கணக்குகளின் சேர்க்கைகள் கூடத் தேர்வில் வரக்கூடும் அல்லவா?

ஆசிரியர்: ஓ, வரக்கூடுமே. பின்வரும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்வோம். **2 வளிமண்டலங்கள் அழுத்தத்தில் 16 கிராம் ஆக்ஸிஜன் 5 லிட்டர் கன அளவு கொண்டுள்ளது. அழுத்தம் 5 வளிமண்டலங்களுக்கு உயரும்போது கன அளவு 1 லிட்டர் குறையும் என்பது தெரிந்தால், வாயுவின் வெப்பநிலை எவ்வாறு மாறும்?**

மாணவன் 'ஏ': ஆக்ஸிஜனின் நிறை, அழுத்தம், கன அளவு தெரிந்திருப்பதால் அதன் வெப்ப நிலையை நாம் எளிதில் கண்டுபிடித்து விடலாம். 16 கிராம் ஆக்ஸிஜன் 0.5 கிராம்–

மூலக்கூறுக்குச் சமம்; அதன் கன அளவு திட்டநிலைகளில் 11.2 லிட்டர்கள். எனவே,

$$T_1 = T_s \frac{p_1 V_1}{p_s V_s} = 273 \frac{2 \times 5}{1 \times 11{\cdot}2} - 244°K \qquad (124)$$

ஆசிரியர் : நிரம்பச் சரி. இந்நிலையில், கணக்கை இரண்டாவது தொகுதியிலுள்ளதொரு கணக்கைப் போல் போட்டிருக்கிறாய்.

மாணவன் 'ஏ' : துவக்க நிலையில் வாயுவின் வெப்பநிலை தெரியும்; ஆதலால், இறுதிநிலையில் வெப்ப நிலையை(T_2)க் கணக்கிட முடியும்.

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 244 \ \frac{5 \times 4}{2 \times 5} = 488°K$$

இதைச் (124) சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிட்டால், வெப்ப நிலை 244 டிகிரி அதிகமாக உயர்ந்திருக்கிறது என்று தெரிகிறது.

ஆசிரியர் : உனது விடை முற்றிலும் சரியாகும். கணக்கின் இரண்டாவது பகுதி முதல் தொகுதிக் கணக்கைப் போல ஆராயப் பட்டிருக்கிறது.

மாணவன் 'பி' : நமது விவாதத்தின் தொடக்கத்திலேயே கணக்குகள் இருக்கக்கூடிய சாத்தியமான தொகுதிகள் பற்றிக் குறிப்பிடுகையில், கணக்குகளில் பெரும்பாலானவை இத் தொகுதிகளுள் அடங்கும் என்று கூறினீர்கள். முதலாவது, இரண்டாவது தொகுதிக் கணக்குகளிலிருந்து கொள்கையளவில் வேறுபட்டிருக்கும் கணக்குகளும் இருக்கின்றனவா?

ஆசிரியர் : ஆம், இருக்கின்றன. இத் தொகுதிகளைச் சேர்ந்த கணக்குகளில் வாயுவின் நிறை மாறாமல் இருக்கிறது. ஆயினும், (கலத்திலிருந்து வாயு எடுக்கப் படுவது அல்லது கலத்தினுள் வாயு செலுத்தப்படுவது போன்ற) வாயுவின் நிறை மாறுகின்ற கணக்குகளும் அமைக்கப்படலாம். அத் தகைய கணக்குகளை மூன்றாவது தொகுதியில் வகைப்படுத்த லாம். அத்தகைய கணக்குகளுக்கு விடை கண்டுபிடிப்பதற்கு ஏற்கனவேயே நிறுவப்பட்ட விதிமுறைகள் என்று எதுவும் கிடையாது; ஒவ்வொரு கணக்கையும் அததற்குரிய வகை

யிலேயே அணுக வேண்டும். எனினும், குறிப்பிட்ட ஒவ்வோர் எடுத்துக்காட்டிலும், மூன்றாவது தொகுதிக் கணக்குகளை முதல் இரண்டுத் தொகுதிகளையோ அல்லது அவற்றின் சேர்க்கையையோ சார்ந்த கணக்குகளாக அமைத்துவிட முடியும். இதை இரண்டு எடுத்துக்காட்டுகளால் விளக்க முடியும்.

இதோ முதலாவது: **ஒரு கலத்திலுள்ள வாயு ஒன்று 27°C வெப்ப நிலையில் 20 வளிமண்டல அழுத்தத்திற்குட்படுத்தப் படுகிறது. கலத்திலிருந்து வாயுவின் நிறையின் ஒரு பாதி அகற்றப் பட்டு, எஞ்சியதன் வெப்பநிலை 50 டிகிரி உயர்த்தப்பட்ட பின்னர், கலத்திலுள்ள வாயுவின் அழுத்தத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.**

இக்கணக்கு முதல் தொகுதிக் கணக்குகளை ஒத்திருக்கிறது; ஏன் எனில், அதில் வாயுவின் நிலையில் மாறுதல் நிகழ்கிறது. ஆனால் நிலையில் மாறுதலோடுகூட வாயுவின் நிறையும் மாறுகிறது. ஒன்றுசேர்த்த வாயு விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டுமென்றால், ஒரே நிறையுள்ள வாயுவின் நிலையில் ஏற்படும் மாறுதலை நாம் ஆராய வேண்டும். கலத்தில் இறுதியாக எஞ்சியுள்ள வாயுவின் நிறையை நாம் எடுத்துக் கொள்வோம். வாயுவின் இறுதி நிலைத் திணையியல் நிலையளவுருக்களை p_2, V_2, T_2 என்று குறிப்பிடுவோம். அப்போது, $T_2 = (273 + 27 + 50) = 350°K$; $V_2 = V$; V கலத்தின் கன அளவாகும்; p_2 நாம் கணிக்க வேண்டிய அழுத்தம். வாயுவின் இந்த நிறையின் துவக்கத் திணையியல் நிலையளவுருக்களை எவ்வாறு நாம் குறிப்பிட முடியும்?

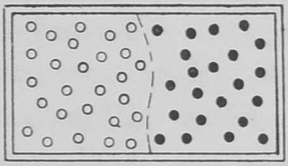
மாணவன் 'ஏ': வாயுவின் முழுநிறைக்குமுள்ள வெப்ப நிலையே அதற்கு இருக்கும்: $T_1 = (273 + 27) = 300°K$; அதன் கன அளவு கலத்தின் கன அளவில் பாதியாக இருக்கும்; அதாவது $V/2$; அதன் அழுத்தம் வாயுவின் முழு நிறையின் அழுத்தத் திற்குச் சமமாகவே இருக்கும்: $p_1 = 20$ வளிமண்டலங்கள்.

மாணவன் 'பி': வாயுவின் மேற்கூறப்பட்ட நிறையின் துவக்கத் திணையியல் நிலையளவுருக்களை நான் சற்று மாறுதலாகக் குறிப்பிடுவேன்: $T_1 = 300°K$; கன அளவு, வாயுவின் முழு நிறையின் கன அளவுக்குச் சமம் $(V_1 = V)$; ஆனால், அழுத்தம் வாயுவின்

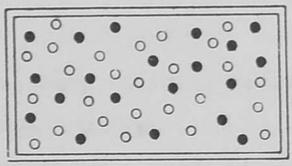
முழுநிறையின் அழுத்தத்தில் பாதியாக இருக்கும், அதாவது, $p_1 = 10$ வளிமண்டலங்கள்.

ஆசிரியர் : அழுத்தமும் கன அளவும் சமன்பாட்டில் அவற்றின் பெருக்குத் தொகை வடிவில் அமைந்திருப்பதால், உங்கள் இரு வரின் வழிமுறைகளும், அவற்றினிடையே வேறுபாடு இருந்தாலும், ஒரே முடிவுக்கே அழைத்துச் செல்கின்றன. இக் காரணத்தினல் பௌதிகவியல் நோக்கில் அவை ஆர்வமூட்டுவதாய் இல்லாமலிருந்தால் அவற்றைப் பற்றிச் சொல்வதை நாம் விட்டுவிட்டிருக்கலாம். கலத்தினுள் இறுதியில் எஞ்சி நிற்கும் வாயுப் பகுதியின் மூலக்கூறுகளை ''வெள்ளை'' மூலக்கூறுகள் என்றும், கலத்திலிருந்து வெளியேற்றப்பட்ட பகுதியின் மூலக்கூறுகளை ''கறுப்பு'' மூலக்கூறுகள் என்றும் வைத்துக் கொள்வோம். ஆக, வெள்ளை மூலக்கூறுகள் கலத்தினுள் எஞ்சியிருக்கின்றன என்றும் கறுப்பு மூலக்கூறுகள் அதிலிருந்து வெளியேற்றப்படுகின்றன என்றும் நாம் ஒப்புக் கொண்டுள்ளோம். வாயுவின் துவக்க நிலையை இரு வழிகளில் ஆராய முடியும்: (1) வெள்ளை மூலக் கூறுகளை மட்டுமோ, கறுப்பு மூலக்கூறுகளை மட்டுமோ கொண்ட கணிசமான பெருமளவு, கன அளவுகளை பிரிக்க முடிந்த அளவிற்கு கறுப்பு, வெள்ளை மூலக்கூறுகள் பிரிக்கப்படுகின்றன (படம் 81 *a*); (2) கணிசமான எந்தப் பெருமளவுக் கன அளவு வாயுவில் மூலக்கூறுகளின் ஒவ்வொரு வகையும் கிட்டத்தட்ட சம அளவில் இருக்கும் வகையில் வெள்ளை, கறுப்பு மூலக்கூறுகள் நன்கு கலந்திருக்கின்றன (படம் 81 *b*). முதலாவதில், ஒவ்வொரு வகை மூலக் கூறுகளும் $V/2$ கன அளவுள்ள வாயுப் ''பொருளாக'' அமைந்து கொண்டு, சுவர்களின் மீதும் மற்ற்ரு பொருளின் கற்பனை எல்லையின் மீதும் 20 வளிமண்டலங்கள் அழுத்தத்தைச் செலுத்துகின்றன. இரண்டாவதில், இரு வகை மூலக்கூறுகளும் கலத்தின் முழுக் கன அளவு-V பூராவும் சீராகப் பரவியிருக்கின்றன; ஒவ்வொரு வகை மூலக்கூறுகளும் அழுத்தத்தில் ஒரு பாதியையே சுவர்களின்

(*a*)



(*b*)



படம் 81

மீது அழுத்துகின்றன (சுவர்களின்மீது எந்த இடத்தை எடுத்துக் கொண்டாலும், அதன்மீது விழும் தாக்குதல்களில் ஒரு பாதி வெளுப்பு மூலக்கூறுகளிலிருந்தும், மற்றொரு பாதி கறுப்பு மூலக் கூறுகளிலிருந்தும் வருகின்றன). இதில், $V_1 = V; p_1 = 10$ வளிமண்டலங்கள். இந்தக் குறிப்பு சம்பந்தமாக 'பகுதி அழுத்தங்களின் விதி'யை நினைவுபடுத்திக் கொள்வோம்: வாயுக்களின் கலவையின் அழுத்தம் அவற்றின் அழுத்தங்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமமாகும். எல்லாவகை மூலக்கூறுகளும் மிகவும் நெருக்கமாக ஒன்றோடொன்று கலந்துள்ள வாயுக்களின் கலவை பற்றி இங்கு ஆராய்கிறோம் என்பதை வலியுறுத்த விரும்புகிறேன்.

மாணவன் 'பி': இரண்டாவது வழியே அதிகத் திட்டமானது என்று நான் நினைக்கிறேன்; ஏன் எனில், இருவகை மூலக் கூறுகளும் உண்மையில் ஒன்றோடொன்று கலக்கப்பட்டுள்ளன.

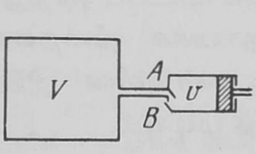
ஆசிரியர்: நாம் ஆராயும் கணக்கில் இரு வழிகளுமே சரியானவைதாம். மூலக்கூறுகளை இரு வகைகளாக நாம் பிரித்தது நமது மனப்போக்கின்படியே என்பதை நாம் மறந்து விடக்கூடாது.

கணக்கிற்கு விடை காணுவதற்கு மீண்டும் வருவோம். கலத்தினுள் எஞ்சியிருக்கும் வாயு நிறைக்கான ஒன்றுசேர்த்த விதிச் சமன்பாட்டை எழுதுவோம்:

$$\frac{10\,V}{300} = \frac{p_2\,V}{350}$$

இதிலிருந்து $p_2 = 11.7$ வளிமண்டலங்கள் என்று அறிகிறோம்.

இப்போது, அடியிற்காணும் கணக்கைக் கவனிக்கலாம். **ஒரு வாயு V கன அளவுள்ள கலத்தினுள் p_0 அழுத்தத்தில் இருக் கிறது. ஒவ்வோர் அடிக்கும் கன அளவு v உள்ள உந்துதண்டுப் 'பம்ப்' (இறைவை) வாயிலாகக் கலத்திலிருந்து அது வெளியேற்றப் படுகிறது (படம் 82). கலத்தினுள் வாயுவின் அழுத்தத்தை p_n-க்குக் குறைப்பதற்குத் தேவையான அடிகளின் எண்ணிக்கை n-ஐக் கண்டு பிடிக்கவும்.**



படம் 82

மாணவன் 'ஏ': இந்தக் கணக்கு நிரம்ப

வும் எளிதானதாகத் தோன்றுகிறது: உந்துதண்டை n தடவை கள் அடித்தால், வாயுவின் கன அளவு v-ஐப் போல் n தடவை கள் அதிகமாகிறது. எனவே, 'பாயில், மேரியாட் விதி'யைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்:

$$p_0V = p_n\ (V + nv)$$

இதிலிருந்து நமக்குத் தேவையான n-ஐக் கணக்கிட முடியும்.

ஆசிரியர்: உனது சமன்பாடு வாயுவின் எந்த நிறையைக் குறிக்கிறது?

மாணவன் 'ஏ': கலத்தினுள் துவக்கத்தில் இருந்த நிறையைக் குறிக்கிறது.

ஆசிரியர்: ஆனால், முதலாவது அடிக்குப் பின்னரே, இந் நிறையில் ஒரு பகுதி முழுவதும் வெளியேறிவிடுகிறது; உந்து தண்டு இடதுபுறம் நகரும்போது, அது A 'வால்வை' (ஒருவழி அடைப்பானை) மூடிவிடுகிறது; B 'வால்வை'த் திறக்கிறது; அதன்வழியாக வாயு வெளியேறுகிறது (படம் 82-ஐப் பார்க் கவும்). அதாவது, வாயுவின் கன அளவு v-ஐப் போல் n தடவைகள் அதிகமாவது ஒரே வாயு நிறையைக் குறிப்பதில்லை. எனவே உனது சமன்பாடு சரியில்லை.

உந்துதண்டின் ஒவ்வோர் அடியையும் தனித்தனியே கவனிப் போம். துவக்கநிலையில் கலத்தினுள் இருந்த வாயுவின் நிறைக்குப் பின்வரும் சமன்பாட்டை எழுதலாம்:

$$p_0V = p_1\ (V + v)$$

இங்கு p_1 என்பது, உந்துதண்டு முதலாவது அடியை முடித்து விட்டு, வலது ஓரத்தில் இருக்கும்போதுள்ள வாயுவின் அழுத் தத்தைக் குறிப்பிடுகிறது. பிறகு, உந்து தண்டு அதன் இடது புறத்திலுள்ள துவக்கநிலைக்கு வருகிறது. அப்போது, நான் ஏற்கனவேயே சொல்லியிருப்பதுபோல், A வால்வு மூடப்படுகிறது. கலத்தினுள் இருக்கும் வாயுவின் நிறை தொடக்க நிறையை விடக் குறைவாயுள்ளது. அதன் அழுத்தம் p_1 வாயுவின் இந்த நிறைக்கு நாம் பின்வரும் சமன்பாட்டை எழுதமுடியும்.

$$p_1V = p_2\ (V + v)$$

இங்கு p_2 என்பது இரண்டாவது அடியின் இறுதியிலுள்ள வாயுவின் அழுத்தமாகும். இவ்வாறு, உந்துதண்டின் தொடர்ந்து மூன்ருவது, நான்காவது, ஐந்தாவது அடிகளை எடுத்துக் கொண்டோமாஞல், 'பாயில், மேரியாட் விதி'க்கேற்ப பின்வரும் சமன்பாடுகள் கிடைக்கின்றன:

$$\left.\begin{aligned} p_0V &= p_1\ (V+v) \\ p_1V &= p_2\ (V+v) \\ p_2V &= p_3\ (V+v) \\ \cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ p_{n-1}V &= p_n(V+v) \end{aligned}\right\} \qquad (125)$$

இச் சமன்பாடுகளில் ஒவ்வொன்றும் வாயுவின் குறிப்பிட்ட நிறையைக் குறிப்பிடுகின்றது (125). சமன்பாடுகளுக்கு விடை கண்டு பிடித்தால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$p_n = p_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

இம் முடிவின் 'லாகரித'த்தை எடுத்துக் கொண்டால் n-இன் மதிப்பு நமக்குக் கிடைக்கிறது:

$$n = \frac{\log\left(\dfrac{p_n}{p_0}\right)}{\log\left(\dfrac{V}{V+v}\right)} \qquad (126)$$

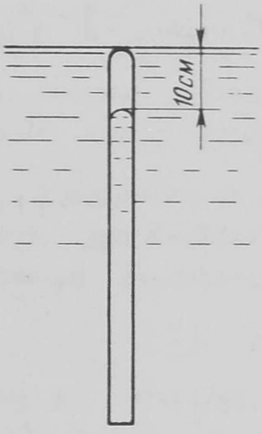
கணக்குகள்

39. ஒரு பக்கம் மூடப்பட்ட கண்ணுடிக் குழல் ஒன்று பாதரசமுள்ள ஒரு கலத்தில் முழுவதும் அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது (படம் 83). குழலுக்குள் இருக்கும் காற்றுப் பகுதியின் நீளம் 10 செ. மீ. குழலுக்குள் இருக்கும் பாதரசத்தின் மட்டம் அதற்கு வெளியே கலத்திஞள் இருக்கும் பாதரசத்தின் மட்டத்தில் இருக்க வேண்டும் என்ருல், கலத்தில் இருக்கும் பாதரசத்தின் மட்டத்திற்கு மேல் எவ்வளவு உயரத்திற்குக் குழலின் மேற்புற நுனி எழுப்பப்பட வேண்டும்? திட்ட வளிமண்டல அழுத்தத்தின் மதிப்பைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளவும். குழலின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவு 1 சதுர செ. மீ. என்ருல், அதஞள் இருக்கும் காற்றின் நிறையைக் கணக்கிடவும். வெப்பநிலை 27°C.

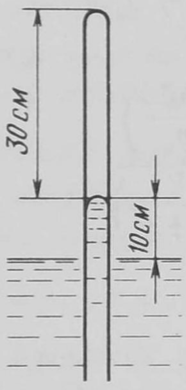
40. ஒரு பக்கம் மூடப்பட்ட கண்ணாடிக் குழல் ஒன்று, திறந்த நுனி கீழ்ப்புறமாக இருக்கும் வகையில் பாதரசமுள்ள ஒரு கலத்தினுள் அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது (படம் 84). வெப்பநிலை 27°C-இலிருந்து 77°C-க்கு உயர்த்தப்பட்டால், குழலினுள் இருக்கும் பாதரச மட்டம் எவ்வாறு மாறும்? குழலின் வெப்பவியல் விரிவைப் புறக்கணிக்கவும். திட்ட வளிமண்டல அழுத்தத்தின் மதிப்பைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளவும். குழலின் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவு 0.5 சதுர செ. மீ. என்றால் குழலினுள் இருக்கும் காற்றின் நிறையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

41. 5 லிட்டர் கன அளவுள்ள கலத்தினுள் இருக்கும் காற்றின் வெப்பநிலை 27°C; அதன் அழுத்தம் 20 வளிமண்டலங்கள். அதன் அழுத்தம் 10 வளிமண்டலங்களுக்குக் குறைய வேண்டும் என்றால், வெளியேற்றப்பட வேண்டிய காற்றின் நிறை என்ன?

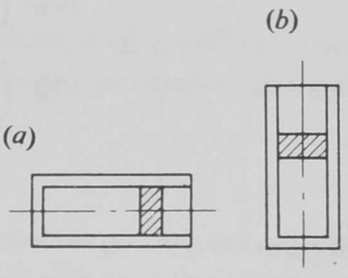
42. 5 kgf எடையுள்ள, 20 சதுர செ. மீ. குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவுள்ள அசையும் உந்துதண்டினால் மூடப்பட்டுள்ள ஒரு கலத்திலுள்ள வாயுவை சம அழுத்தத்தில் 20°-இலிருந்து 100°C-க்குச் சூடாக்கினால் அவ் வாயுவினால் செய்யப்படும் வேலையின் அளவைக் கணக்கிடவும். (1) கலம் கிடைமட்ட நிலையில் இருக்கும் போதும் (படம் 85 *a*) (2) கலம் செங்குத்து நிலையில் இருக்கும் போதும் (படம் 85 *b*) அதைக் கணக்கிடவும். வாயுவின் துவக்க கன அளவு 5



படம் 83



படம் 84



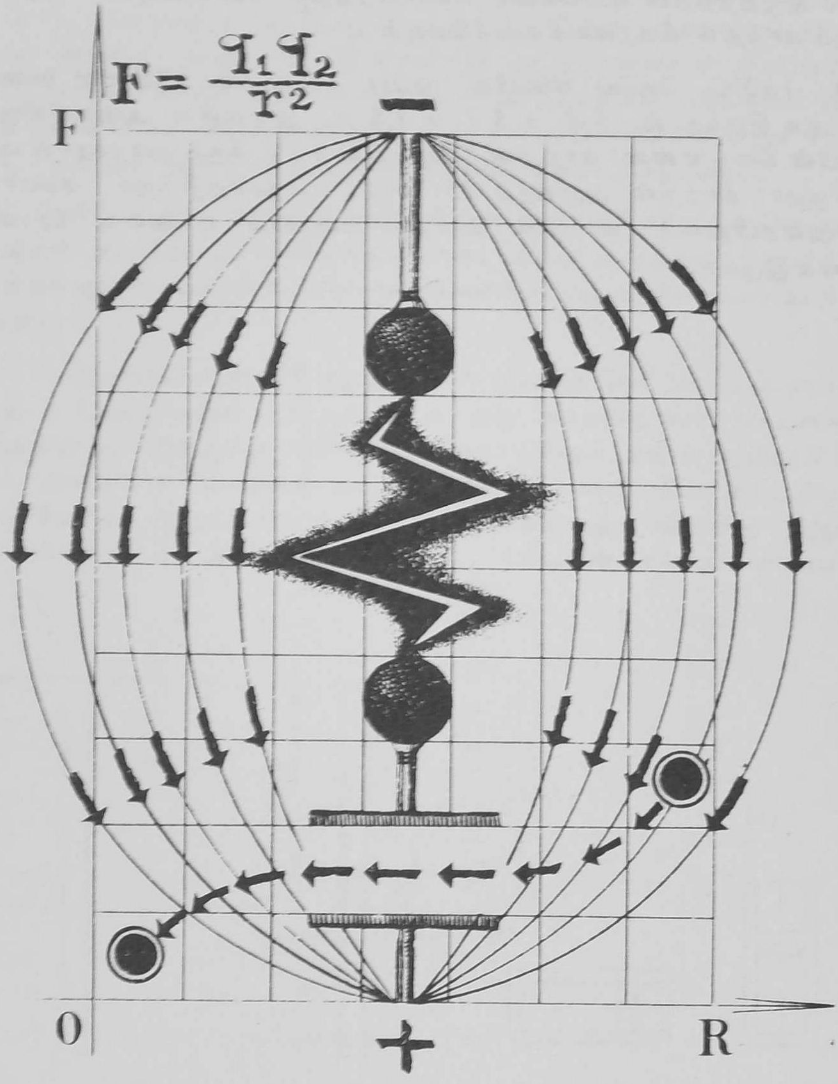
படம் 85

லிட்டர்கள். திட்ட வளிமண்டல அழுத்தத்தின் மதிப்பைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளவும்.

43. மூடப்பட்ட நுனி மேற்புறமாகச் செங்குத்தான நிலையிலும் குறுக்கு வெட்டுப் பரப்பளவு 0.5 சதுர செ. மீ. மதிப்புமுள்ள ஒரு கண்ணாடிக் குழலில் 40 செ. மீ. நீளமுள்ள காற்றுப் பகுதி 8 செ. மீ. நீளமுள்ள பாதரசப் பகுதியினால் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. வெப்பநிலை 27°C. குழல் செங்குத்து நிலையிலிருந்து 60° அளவிற்குச் சாய்க்கப்பட்டு வெப்பநிலை அதே சமயத்தில் 30 டிகிரி

உயர்த்தப்பட்டால் காற்றுப் பகுதியின் நீளம் எவ்வாறு மாறும்? திட்ட வளி மண்டல அழுத்தத்தின் மதிப்பைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளவும். குழலினுள் இருக்கும் காற்றின் நிறையைக் கணக்கிடவும்

44. 150°C வெப்ப நிலையில் ஒப்பு ஈரப்பதன் (Relative humidity) 55% ஆக இருந்தால், 6 மீ. × 5 மீ. × 3.5 மீ. அளவுள்ள அறையிலிருக்கும் நீராவியின் நிறை என்ன? காற்றின் வெப்பநிலை 10°C-க்குக் குறைந்தால் பனிநீர் உருவாகுமா? காற்றின் அழுத்தம் 75 செ.மீ. பாதரசத்திற்குச் சமமாயிருந்தால் அறையிலுள்ள காற்றின் மொத்த நிறையில் எவ்வளவு நீராவியின் நிறையாக இருக்கும்?



புலம் என்பது என்ன? புலம் எங்ஙனம் விவரிக்கப்படுகின்றது? புலம் ஒன்றில் இயக்கம் எவ்வாறு நிகழ்கின்றது? பௌதிகவியலின் இவ்வடிப்படைப் பிரச்னைகளை, நிலைமின்புலம் ஒன்றை எடுத்துக் காட்டாகக் கொண்டு, மிகவும் எளிதாக ஆராய முடியும்.

சீரானதொரு நிலைமின்புலத்தில் மின்சுமையேற்றப்பட்ட பண்டங்களின் இயக்கத்தைக் கவனிப்போம். குலூம்ப் விதியை விளக்கும் நிறையக் கணக்குகளுக்கும் விடை கண்டுபிடிக்கப்படும்.

§ 22

புலக் கோட்பாடு என்பதனை ஆராய்வோம்

ஆசிரியர் : அடிப்படைப் பௌதிகவியல் கருத்துக்களுள் ஒன்றான புலம் (Field) என்பதை இப்போது ஆராய்வோம். திட்டமாக இருக்கும் பொருட்டு, நிலைமின் புலங்களைப் பற்றி நாம் கவனிப்போம். புலம் என்பது என்ன? இதுபற்றி நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்?

மாணவன் 'ஏ' : புலம் என்பது உண்மையிலேயே என்ன என்பது பற்றி எனக்குத் தெளிவாகத் தெரியாது என்றே சொல்ல வேண்டும். அது ஒரு மாயமான, கண்ணிற்குப் புலப்படாத, ஒருவகையான மருள் தோற்றம் போன்றது. அதே சமயத்தில் அது வெளி எங்கிலும் நிறைந்திருப்பது என்றும் சொல்லப்படுகிறது. புலம் என்பது ஓர் உருப்பொருள் (material entity) என்று வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எனக்கு ஆட்சேபணை எதுவுமில்லை. ஆனால், என்னைப் பொறுத்தவரையில் இதற்குப் பொருள் ஏதும் இல்லை. பொருள் என்பதைப் பற்றிப் பேசும்போது, நாம் எதைக் குறித்துப் பேசுகிறோம் என்பது பற்றி எனக்குப் புரிகிறது. புலத்தைப் பற்றிப் பேசும்போது எனக்கு எதுவும் விளங்குவதில்லை.

மாணவன் 'பி' : எனக்கோ, புலம் என்னும் கருத்து தெளிவாக, புலனுக்குட்பட்டதாகத் தோன்றுகிறது. எந்தப் பண்டத்திலும் பொருள் என்பது அடர்ந்து செறிந்திருக்கிறது என்று தோன்றுகிறது; மாறாக, புலம் என்பதில் அது வெளி எங்கிலும் ''பரந்து'' இருப்பதாகத் தோன்றுகிறது. நமது வெறும் கண்ணினால் புலத்தை நாம் பார்க்க முடிவதில்லை என்பது எதையும் ருசுப்படுத்துவதில்லை. சற்று எளிமையான கருவிகளினாலேயே புலத்தை நன்றாகவே ''பார்க்க'' முடியும். பண்டங்களுக்கிடையே செயலெதிர்ச் செயல்களைப் பரப்பும் அனுப்பீட்டுக் கருவியாகப் (transmitter) புலம் செயல்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, நிலை

15-01610

மின்புலம் நிலையான மின்சுமைகளுக்கிடையில் செயலெதிர்ச் செயல்களை அனுப்புகிறது. ஒவ்வொரு மின்சுமையும் தன்னைச் சுற்றிலும் ஒரு புலத்தை அமைத்துக் கொள்வதாக சொல்ல முடியும். ஒரு மின்சுமையினுல் அமைக்கப் பெற்ற புலம் மற்ருெரு சுமையைப் பாதிக்கிறது; அங்ஙனமே, இரண்டாவது மின்சுமையினுல் அமைக்கப்பெற்ற புலம் முதலாவது மின்சுமையைப் பாதிக்கிறது. ஆக, மின்சுமைகளுக்கிடையே குலூம்ப் (நிலைமின்) செயலெதிர்ச் செயல் ஏற்படுகிறது.

மாணவன் 'ஏ': ஆனுல், ''இடையீட்டு ஊடகங்கள்'' (**''go-betweens''**) இல்லாமல் இருக்கமுடியாதா? ஒரு மின்சுமை மற்ருெரு மின்சுமை மீது நேரடியாகவே செயல்படுகிறது என்று எண்ணுவதற்குத் தடையாயிருப்பது எது?

மாணவன் 'பி': உனது ஊகம் காரணமாகப் பெரும் ஆட்சேபணைகள் எழலாம். குறிப்பிட்டதொரு கணத்தில் ஒரு மின் சுமைஇடம் பெயர்க்கப்படுவதாக வைத்துக்கொள்வோம். ''நேரடி செயலெதிர்ச்செயல்'' என்னும் கருத்தின்படி, இரண்டாவது மின் சுமையும் அதேகணத்தில் இடம்பெயர வேண்டும் என்னும் முடிவுக்கு வர வேண்டியதாயுள்ளது. அதாவது, முதலாவது சுமையிலிருந்து கிளம்பும் சைகை (**Signal**) இரண்டாவது மின்சுமையை அக் கணத்திலே அடைகிறது என்ருகிறது. இது சார்புத் தத்துவத்தின் (**Theory of relativity**) அடிப்படைக் கொள்கைகளுக்கு முரணுகும். ஆனுல், செயலெதிர்ச் செயல்களை அனுப்பும் ஊடகம் ஒன்று, அதாவது, புலம் ஒன்று இருப்பதாக வைத்துக் கொண்டால், சைகை ஒரு மின்சுமையிலிருந்து மற்ருெரு மின் சுமைக்குப் புலத்தின் வழியாகச் செல்லும்படி செய்யப்படும். இப் பரவல் நேர்வேகத்தின் அளவு எத்தனை அதிகமாயிருந்தாலும் கூட, அது ஓர் எல்லைக்குட்பட்டிருப்பதேயாகும். எனவே, முதலாவது மின்சுமை இடம் பெயருவதை நிறுத்தியதற்கும் இரண்டாவது மின்சுமை இன்னமும் நகரத் தொடங்காததற்குமிடையே ஒரு குறிப்பிட்ட் கால இடைப்பகுதி இருக்கின்றது. இக் கால இடைப்பகுதியில், இடம் பெயருவதற்கான சைகை புலத்தில் மட்டுமே உள்ளது.

மாணவன் 'ஏ': எவ்வாருயினும், புலம் என்பதற்குத் திட்டமான வரையறுப்பைத் தெரிந்துகொள்ள விரும்புகிறேன்.

ஆசிரியர்: உங்கள் உரையாடலை மிகுந்த ஆர்வத்துடன் செவி யுற்றேன். மாணவன் 'பி'க்குப் புதிய பௌதிகவியல் (**modern physics**) பிரச்னைகளில் மிகுந்த அக்கறை இருப்பதும் பௌதிகவியல் பற்றிய பலவகை மக்கள் நூல்களையும் அவன் படித்திருப்பதும் தெரிகிறது. இதன் விளைவாக, ஆக்கமுறைச் சிந்தனை என்பதை அவன் வளர்த்துக் கொண்டிருக்கின்றான். அவனைப் பொறுத்தவரையில் புலம் என்னும் கருத்து ஒரு மெய்யான, ''செயல்முறை''க் கருத்தாகும் (''**working concept**''). செயலெதிர்ச் செயல்களை அனுப்பும் ஓர் ஊடகமாக அவன் புலத் தைப்பற்றிக் கூறியது முற்றிலும் சரியே. மாணவன் 'ஏ' பாடப் புத்தகத்தைப் படிப்பதோடு நிறுத்திக் கொண்டிருப்பது தெளிவு; எனவே, அவனது சிந்தனைத் திறம் பெருமளவிற்குப் பலவீன மாயுள்ளது. இதைச் சொல்லும்போது அவன் மனத்தையோ அல்லது வேறு எவருடைய மனத்தையோ நான் புண்படுத்த விரும்பவில்லை; அத்தகைய நிலைமைகளில் பெரும்பாலான மாண வர்கள் பெரிதும் செயலற்றிருக்கின்றனர் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டுவதற்காகவே இதைச் சொன்னேன். சற்று வியப்பளிப்ப தாயிருந்தாலும்கூட, பெரும்பாலான மாணவர்கள் பொதுமக்க ளுக்கான அறிவியல் இலக்கியத்தைப் படிப்பதே இல்லை. நிற்க, நமது பிரச்னைக்கு மீண்டும் வருவோம் (மாணவன் 'ஏ'யினிடம்) புலத்தைப் பற்றிய திட்டமான வரையறுப்பு வேண்டும் என்று கேட்டாய் அல்லவா; ஏன் எனில், அத்தகைய வரையறுப்பின்றி உன்னால் புலம் என்னும் கருத்தைப் புரிந்துகொள்ள முடியவில்லை என்று கூறினாய். ஆயினும், பொருள் என்பதைப் பற்றிப் புரிந்து கொள்வதாக நீ சொன்னாய். ஆனால், உண்மையிலேயே பொருள் பற்றிய திட்டமான வரையறுப்பு உனக்குத் தெரியுமா?

மாணவன் 'ஏ': பொருள் என்னும் கருத்திற்கு அத்தகைய வரையறுப்பு தேவையிருப்பதாகத் தோன்றவில்லை. ஏன் எனில், பொருளை நமது கைகளினால் ''தொட'' (உணர) முடிகிறது.

ஆசிரியர்: அவ்வாறாயின், புலம் என்னும் கருத்திற்கும் ''அத்தகைய வரையறுப்பு தேவையில்லை''; அதையும் கைகளினால் அல்லாது போனாலும்கூட ''தொட''(உணர) முடியும். எனினும், வரையறுப்பு பற்றிய நிலை, மேலும் மிகுந்த கவனத்துடன் அணுக வேண்டிய ஒன்றாகும். திட்டமான, தர்க்கவியல் முறைப்படி

வழுவில்லாத வரையறுப்பு ஒன்றைத் தருவது என்ருல், அக் கருத்தை மேலும் ''அடிப்படையான'' (''primary'') கருத்துக் களின் அளவில் குறிப்பிட வேண்டும் என்பதேயாகும். ஆனல், வரையறுக்கப்பட வேண்டிய கருத்தே ''அடிப்படை''க் கருத் துக்களுள் ஒன்ருக இருந்துவிட்டால் என்ன செய்ய முடியும்? வடிவவியல் கணிதத்தில் வரும் நேர்கோடு என்பதை வரை யறுப்பதற்குச் சற்று முயன்றுபார். பொருள், புலம் ஆகியவை குறித்தும் ஏறக்குறைய அதே நிலைமைதான் உள்ளது. இவை அடிப்படைக் கருத்துக்கள்; இவற்றுக்கு ஒரு திட்டமான, நறுக்குத் தெரித்தாற்போன்ற வரையறுப்பை கூறுவது என்பது ஏறத்தாழ இயலாத ஒன்ருகும்.

மாணவன் 'ஏ': இருந்தபோதிலும், ஓரளவு சரியான வரை யறுப்பையாவது கண்டுபிடிக்க முடியாதா?

ஆசிரியர்: ஆம், முடியும். ஆனல் அத்தகைய வரையறுப்பு, அனைத்தையும் உள்ளடக்கியதாக இருக்க முடியாது என்பதை நாம் மனதில் கொள்ள வேண்டும். பொருள் பல வடிவங்களில் இருக்க முடியும். ஏறக்குறையத் திட்டமான எல்லைகளுடன் கூடிய வெளியின் பகுதியினுள் அது செறிந்திருக்க முடியும். [அதாவது, அது ''இட எல்லைக்குட்படுத்தப்பட்ட (''localized'') நிலை''யில் இருக்க முடியும்]; ஆனல், இதற்கு மறுதலையாக, அது ''இட எல்லைக்குட்படுத்தப்படாத (''delocalized'') நிலை''யிலும் இருக்க முடியும். பொருளின் இந்த முதலாவது நிலை ''பண்டம்'' என்னும் பொருளில் பயன்படுத்தப்படும் கருத்தை ஒட்டியிருப்பதாகும்; இரண்டாவது நிலையோ ''புலம்'' என்னும் பொருளில் பயன்படுத்தப்படும் கருத்தை ஒட்டியிருப்ப தாகும். அவை இரண்டிற்குமுள்ள தனிப்பட்ட சிறப்பியல்புகள் அல்லாது, அவை இரண்டிற்கும் பொதுவாகவுள்ள சிறப்பியல்பு களும் உண்டு. எடுத்துக்காட்டாக, பொருளின் (பண்டம் என் னும் கருத்தில்) ஓர் அலகுக் கன அளவின் ஆற்றல், புலத்தின் ஓர் அலகுக் கன அளவின் ஆற்றல் என்று இருக்கின்றன. ஒரு பண்டத்தின் கன அளவின் 'மோமெண்டம்' (உந்தம்), ஒரு புலத்தின் ஓர் அலகுக் கன அளவின் 'மோமென்டம்' (உந்தம்) என்று குறிப்பிடுகிருேம். ஒவ்வொரு வகைப் புலமும் குறிப்பிட்ட ஒரு வகைச் செயலெதிர்ச் செயலை

அனுப்புகிறது. இந்தச் செயலெதிர்ச் செயலிலிருந்தே குறிப்பிட்ட ஓர் இடத்தில் புலத்தின் சிறப்பியல்புகளை நம்மால் நிர்ணயிக்க முடிகிறது. உதாரணமாக, மின்சுமை ஏற்றப்பட்ட பண்டம் ஒன்று தன்னைச் சுற்றிலும் வெளியில் ஒரு நிலைமின்புலத்தை நிறுவிக் கொள்கிறது. இப்புலத்தை வெளிப்படுத்துவதற்கும், வெளியில் குறிப்பிட்ட ஓர் இடத்தில் அதன் செறிவை அளப்பதற்கும் மற்றொரு மின்சுமையேற்றப் பட்ட பண்டத்தை அவ்விடத்திற்குக் கொணர்ந்து, அதன்மீது செயல்படும் விசையைக் கணக்கிட வேண்டியிருக்கிறது. இரண்டாவது மின்சுமைப் பொருள் புலத்தில் ஏற்படுத்தக்கூடிய மாறுதல் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவிற்குக் குறைவாயுள்ளது என்று வைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

பொருளின் இயல்புகளுக்கு எல்லையேயில்லை; அங்ஙனமே, அறிவு நாட்டமும் முடிவேயில்லாதது. படிப்படியாக அறிவுப்பாதையில் முன்னேறி, நம்மைச் சுற்றியுள்ள பொருளின் இயல்புகளை நடைமுறையில் பயன்படுத்தக் கற்றுக் கொள்கிறோம். அவ்வாறு முன்னேறும்பொழுது அவ்வப்போது சில பெயர்களைச் சூட்ட வேண்டியிருக்கிறது; இப் பெயர்களை அறிவுப் பாதையிலுள்ள முக்கியமான அடையாளங்கள் எனச் சொல்லலாம். ஏதோ ஒன்றை இப்போது ''புலம்'' என்று பெயரிட்டு அழைக்கின்றோம். இந்த ''ஏதோ ஒன்று'' உண்மையிலேயே அடியே இல்லாத ஓர் ஆதி அகழி போன்றது என்பது நமக்குப் புரிகிறது. ''புலம்'' என்று நாம் அழைத்த இந்த அகழைப் பற்றி மிகுதியாக அறிந்து கொண்டிருக்கிறோம்; எனவே, இந்தப் புதிதாக அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட கருத்தை ஏறக்குறையத் திருப்திகரமாக நாம் பயன்படுத்த முடியும். மிகுதியாகத் தெரிந்து கொண்டிருக்கிறோம்; ஆனால், அதைப் பற்றி எல்லாவற்றையும் முழுவதாகத் தெரிந்துகொள்ளவில்லை. அதற்குத் திட்டவட்டமான வரையறுப்பு ஒன்றை அளிக்க முயல்வது அடியே இல்லாத பிளவு ஒன்றின் ஆழத்தை அளக்க முயல்வதற்கு ஒப்பாகும்.

மாணவன் 'பி': புலத்தைப் பற்றிய கருத்தோ, அல்லது இப் பௌதிக உலகைப் பற்றிய நமது ஆராய்ச்சியிலிருந்து வெளிப்படும் வேறு எந்தக் கருத்தோ—அதன் விளக்கத்திற்கு ஒரு முடிவே இல்லைபோல் தோன்றுகிறது. 'புலம்' என்பதற்கு, எல்லாக்

கூறுகளையும் உள்ளடக்கிய, திட்டவட்டமான வரையறுப்பைக் கொடுப்பது சாத்தியமில்லாமல் இருப்பதற்கு இதுவே காரணம்.

ஆசிரியர்: நீ சொல்வதை முழுவதும் ஏற்றுக் கொள்கிறேன்.

மாணவன் 'ஏ': பண்டம் என்பது பொருளின் ஓரிடத்தில் செறிந்த நிலை, புலம் என்பது அது அவ்வாறு ஓரிடத்தில் செறிந்து நிற்காத, பரவலாக உள்ள நிலை என்று நீங்கள் கூறியது எனக்கு முற்றிலும் திருப்தியளிக்கிறது. ஆனால் பௌதிகக் கருத்துக் களின் வரையறுப்பிற்கு முடிவில்லாமலிருப்பது, கல்விக்கு ஓர் எல்லையில்லாமலிருப்பது—இவை பற்றிய விவாதத்தை ஏன் தொடங்கினீர்கள்? அதைக் கேட்டவுடன், எனது மனத் தெளிவு மீண்டும் மறைந்துபோய், எல்லாம் மங்கலாகவும் தெளி வில்லாமலும் போய் விட்டது.

ஆசிரியர்: உனது மனநிலை எனக்குப் புரிகிறது. உனக்கு வேண்டியது முற்றிலும் திட்டவட்டமாக இல்லாவிட்டாலும் ஓரளவுக்குக் கலக்கமில்லாத, புலத்தின் ஒரு வரையறுப்பு. இந்த வரையறுப்பை நேர்மையாக மனப்பாடம் செய்து, தேவைப்படும் போது அதை ஒப்பிப்பதற்குத் தயாராயிருக்கிறாய். ஆனால், நிலைமை அத்தனை நிலையான ஒன்றாக இல்லை என்பதையும், மாறாக, அது மாறிக் கொண்டே இருக்கிறது என்பதையும் உணர் வதற்கு நீ விரும்பவில்லை. எல்லாம் மங்கலாகவும் தெளிவில்லா மலும் போகிறது என்று நீ எண்ணக்கூடாது. அது மாறுதலை நோக்கிச் செல்கிறது என்னும் பொருளில் அது ஒரு மாறும் கருத்து என்று நான் சொல்வேன். திட்டவட்டமான எந்த வரையறுப்பும் முடிவான, நெகிழ்ச்சியற்ற ஒன்றானதாகும். ஆனால், பௌதிகக் கருத்துக்களை அவற்றின் வளர்ச்சி நிலைகளில் ஆராய வேண்டும். புலம் என்னும் கருத்தைப் பற்றி நேற்றிருந்த விளக்கம், இன்று அதற்குள்ள விளக்கத்திலிருந்து பெரிதும் மாறுபாடுள்ளதாக இருக்கிறது. இவ்வாறு, உதாரண மாக, நவீனப் பௌதிகவியல், பழம் பௌதிகவியலுக்கு நேர் மாறாக, புலத்திற்கும் பண்டத்திற்குமிடையே ஒரு தெளிவான வேறுபாட்டைக் குறிப்பிடுவதில்லை. நவீனப் பௌதிகவியலில், இவை இரண்டும் ஒன்றுக்குப் பதில் மற்றொன்றாக மாறக் கூடியவை; பண்டம் புலமாகலாம்; புலம் பண்டமாகலாம்.

எனினும், இதைப்பற்றி மேலும் விரிவாக ஆராயப் புகுவது நமது தற்போதைய திட்டத்திற்கு அப்பாற்பட்டதாகும்.

மாணவன் 'பி' : பௌதிகவியலைப் பற்றிய நமது ஆய்வு தத்துவ வியல் தன்மையுடையதாக ஆகியுள்ளது.

ஆசிரியர் : இது இயற்கையே; ஏன் எனில், பௌதியவியல் கருத்துக்களைப் பற்றிய ஆய்வு என்னும்போது, அதில் பங்கு கொள்வோருக்குத் தர்க்கரீதியான சிந்தனைத் திறன் போதிய அளவிற்கு மேம்பாடு அடைந்திருக்கிறது என்பது தெளிவு. இத் திறன் அபிவிருத்தி செய்யப்படவில்லையானால், நமக்கு விருப்ப மில்லாவிட்டாலும்கூட, தத்துவவியல் தன்மையுள்ள வகையில் ஆய்வு விலகிச் செல்லும். எனவேதான், பல்வகைப்பட்ட நூல் களை மிகுதியான அளவில் படிக்கும்படி உங்களைத் தொடர்ந்து வலியுறுத்தி வருகிறேன். அதனால் உங்கள் சிந்தனை உறுப்பை நன்கு பழக்கிக் கொள்ளவும், புதிய கருத்துக்களைப் பற்றி ஆராய் வதற்கு தகுதியுள்ளதாக அதை வைத்துக் கொள்ளவும் முடியும். இவ் வகையில், வி. இ. லெனின் எழுதிய **பொருள்முதல் வாதமும் பரிசோதனை முறை விமரிசனமும் (Materialism and Empirio-criticism)** என்னும் நூலைப் படித்தால் எந்த இளைஞனுக்கும் அளவற்றப் பயன் கிடைக்கும். அதைப் படிக்கும்படி உங்களுக்குக் கூறுகிறேன்.

மாணவன் 'ஏ' : ஆனால், அது மிகவும் கடினமான நூல் அல்லவா? உயர்நிலைக் கழகங்களிலும் சர்வகலாசாலைகளிலும் படிக்கும் மாணவர்களே அதைப் பயிலுகின்றனர்.

ஆசிரியர் : இந்நூலை ஆழ்ந்து பயிலும்படி உங்களை நான் வற்புறுத்தவில்லை. மேலோட்டமாகப் படிப்பதற்காக எழுதப்பட்ட நூல் இல்லை அது. கவனத்துடன் அதை வாசிக்க முயலவும். உங்களுக்கிருக்கும் பின்னணியைப் பொறுத்து, அது அதிகமான அல்லது குறைவான அளவிற்கு உங்கள் சிந்தனை முறையைப் பாதிக்கும். எவ்வாறாயினும், அது பயனுள்ளதாகவே இருக்கும்.

முடிவாக, நான் சொல்ல விரும்புவது வருமாறு: மாணவன் 'ஏ'க்குத் தெளிவற்ற அல்லது திட்டவட்டமற்ற தன்மை பிடிக்க வில்லை என்பது தெளிவு: அதிகபட்ச அளவு நுட்பத்தை அவன் விரும்புகிறான். ஆனால், எதற்கும், நுட்பத்திற்கும்கூட, நியாய

மான அளவுக்கு ஓர் எல்லே உண்டு என்பதை அவன் மறந்து விடுகிருன். முற்றிலும் திட்டவட்டமான தன்மையுள்ள விரிவான விபரங்கள் அனேத்தும் நமக்குத் தெரிந்த உலகு ஒன்றைக் கற்பனே செய்து கொள்ளவும். அதன் முதிர்ச்சியற்ற தன்மையையும் மேலும் வளர்ச்சியடைவதற்கு அதற்குள்ள இயலாமையையும் கண்டு உண்மையிலேயே நீங்கள் வியப்படைந்தீர்கள், இல்லேயா? இவை அனேத்தையும் பற்றிச் சிந்தனேச் செய்யுங்கள்; அவசரமான முடிவு எதற்கும் வர வேண்டியதில்லே. இப்போது, இந்தப் பிரச்சினேயை இன்னெரு கோணத்திலிருந்து அணுக முயலுவோம். பின்வரும் கேள்வியை எடுத்துக் கொள்வோம்: ''ஒரு புலம் எவ்வாறு விவரிக்கப் படுகிறது?'' இதற்கு விடை தெரிந்தவுடன் பலரும் ''இப்போது, புலம் என்பது என்ன என்று எங்களுக்கு விளங்குகிறது'' எனச் சொல்வார்கள்.

§ 23

நிலைமின்புலம் எவ்வாறு விவரிக்கப்படுகிறது ?

ஆசிரியர் : ஆக, ''நிலைமின் புலம் எவ்வாறு விவரிக்கப்படுகிறது?'' என்னும் கேள்வியுடன் சென்ற பிரிவில் தொடங்கிய விவாதத்தைத் தொடரலாம்.

மாணவன் 'பி' : ஒரு நிலைமின் புலம், மின்புலத்தின் செறிவு என்று அழைக்கப்படும் 'வெக்டார்' விசைச் சிறப்புக்கூறு ஒன்றினால் விவரிக்கப்படுகிறது. புலத்திலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் (இடத்திலும்) இந்தச் செறிவு E–க்குக் குறிப்பிட்ட ஒரு திசையும் எண்மான அளவும் உள்ளன. ஒரு புலத்தில் ஓர் புள்ளியிலிருந்து இன்னொரு புள்ளிக்கு, செறிவு 'வெக்டார்'களின் திசைகள் இயக்கத்தின் திசைக்கு எப்போதும் தொடுகோட்டுத் திசையில் இருக்கும் வகையில் சென்றால், அவ்வகையில் கிடைக்கும் பாதைகள் புலத்தின் விசைக்கோடுகள் எனப்படுகின்றன. ஒரு புலத்தைப் பட வடிவில் காண்பிப்பதற்கு இந்த விசைக்கோடுகள் நிரம்பவும் வசதியானவை.

ஆசிரியர் : நல்லது. இப்போது இன்னும் திட்டவட்டமாகவும் இன்னும் பிரத்யட்சமாகவும் ஆராயலாம். ஒன்றனுக்கொன்று r தொலைவில் அமைந்துள்ள q_1 q_2, என்னும் இரு மின் சுமைகளுக்கிடையேயுள்ள குலூம்ப் செயலெதிர்ச் செயல் விசையைப் பின்வரும் வடிவில் எழுத முடியும்.

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (127)$$

இதைச் சற்று மாற்றியும் எழுதலாம்:

$$E\,(r) = \frac{q_1}{r^2} \qquad (128)$$

$$F_e = E(r)\,q_2 \qquad (129)$$

மின்சுமை q_1 தன்னைச் சுற்றிலும் தன்னிலிருந்து r தொலேவில் செறிவு q_1/r^2 அளவுள்ள ஒரு புலத்தை அமைத்துக் கொள் கிறது என்பதையே (128) சமன்பாடு குறிக்கின்றது. q_1 மின் சுமையிலிருந்து r தொலேவில் உள்ள q_2 மின்சுமைமீது இந்தப் புலம் $E(r)\,q_2$ விசையுடன் செயல்படுகிறது என்பதைச் சமன்பாடு (129) குறிக்கிறது. (127) சமன்பாட்டை இவ்வாறு எழுத முடிந்ததற்குக் காரணம், புலத்தின் சிறப்புக்கூருக விளங்கும் ஓர் ''இடையீட்டு''ப் பொருளான E என்பதைப் பயன்படுத்தியதுதான். (127), (128), (129) சமன்பாடுகளே பயன்படுத்தக் கூடிய அளவைத் தீர்மானிக்க முயலவும்.

மாணவன் 'பி' : (127) சமன்பாட்டை இரண்டு புள்ளி மின் சுமைகளுக்குப் பயன்படுத்தலாம். (128), (129) சமன்பாடுகளேப் பயன்படுத்தக்கூடிய அளவும் அதேதான் என்பதே இதற்குப் பொருள். (127) சமன்பாட்டிலிருந்து பெறப்பட்டவையே இவை.

ஆசிரியர் : அது (127), (128) சமன்பாடுகளுக்கு மட்டுமே பொருந்தும். (129) சமன்பாட்டின் பிரயோகம் இன்னும் விரிவானதாகும். புலம் E–ஐ அமைப்பது எதுவாயிருந்தாலும் (ஒரு புள்ளி மின்சுமையோ பல புள்ளி மின்சுமைகளோ, அல்லது மின்சுமையேற்றப்பட்ட, ஏதாவதொரு வடிவத்திலுள்ள பண்டங்களோ) q_0 மின்சுமைமீது இந்தப் புலம் செலுத்தும் விசையானது இந்த மின்சுமை, அது (q_0) இருக்குமிடத்திலுள்ள புலத்தின் செறிவு ஆகியவை இரண்டின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமமாகும். (129) சமன்பாட்டை இன்னும் பொதுப்படையான வடிவில் எழுதினல் பின்வரும் 'வெக்டர்' வடிவம் கிடைக்கிறது:

$$\vec{F}_e = \vec{E}(r)\,\vec{q}_0 \qquad (130)$$

வழக்கம்போல, அம்புக்குறிகள் 'வெக்டர்'களேக் குறிக்கின்றன. (130) சமன்பாட்டிலிருந்து, புலத்தின் குறிப்பிட்ட இடத்தில் உள்ள q_0 மின்சுமைமீது செயல்படும் விசையின் திசை, q_0 நேரியல் புள்ளதாக ('பாஸிடிவ்' ஆக) இருந்தால், இவ்விடத்திலுள்ள புலச்செறிவின் திசையுடன் ஒத்திருக்கும் என்றும், q_0 எதிரியல் புள்ளதாக ('நெகடிவ்' ஆக) இருந்தால் அதற்கு எதிர்த் திசையில் இருக்கும் என்றும் தெளிவாகிறது.

இங்கு புலம் என்னும் கருத்தின் சார்பில்லாத் தன்மையை நாம் கவனிக்க முடியும். மின்சுமையேற்றப்பட்ட வெவ்வேறு பண்டங்கள் வெவ்வேறு நிலைமின்புலங்களை அமைக்கின்றன; ஆனால், ஒவ்வொரு புலமும் அதில் இருக்கும் மின்சுமையின்மீது ஒரே விதிக்கிணங்கவே (130) செயல்படுகிறது. ஒரு மின்சுமை மீது செயல்படும் விசையைக் கணக்கிடுவதற்கு அது இருக்கும் புள்ளியில் புலத்தின் செறிவைக் கணக்கிட வேண்டும். ஆகவே, மின்சுமைகள் பலவற்றின் தொகுதியினால் ஏற்படுத்தப்படும் செறிவைக் கணக்கிடுவது முக்கியமானதாக ஆகிறது. q_1, q_2 என இரண்டு மின்சுமைகள் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும். நமக்குத் தேவையான எந்தப் புள்ளியிலும் இவற்றுள் ஒவ்வொன்றும் அமைக்கும் புலத்தின் செறிவினுடைய அளவையும் திசையையும் எளிதில் கணக்கிட முடியும். 'வெக்டர்' $\vec{r}$ என்பதனால் குறிப்பிடப்படும் ஒரு புள்ளியில் இச்செறிவுகளை முறையே $\vec{E}_1(\vec{r}), \vec{E}_2(\vec{r})$ என்னும் 'வெக்டர்'களினால் குறிப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். $\vec{r}$ புள்ளியில் இவற்றின் தொகுசெறிவைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு 'வெக்டர்' முறையில் தனிப்பட்ட மின்சுமைகளுக்குரிய செறிவுகளைக் கூட்ட வேண்டும்.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) \qquad (131)$$

'வெக்டர்' முறையில் கூட்ட வேண்டும் என்பதை மீண்டும் சொல்கிறேன் (மாணவன் 'ஏ'-ஐ நோக்கி) உனக்குப் புரிகிறதா?

மாணவன் 'ஏ': ஆம். செறிவுகள் 'வெக்டர்' முறையில் கூட்டப்படுகின்றன என்பதை அறிவேன்.

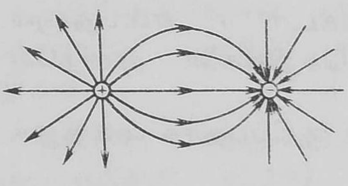
ஆசிரியர்: நல்லது. அப்படியானால் இந்த அறிவைச் செயல் முறையில் எவ்வாறு உன்னால் பயன்படுத்த முடியும் என்பதைச் சரிபார்க்கலாம். இரண்டு சமமான, ஆனால், எதிரான மின்சுமைகளின் $(+q_1, -q_2)$ புலத்திற்குரிய விசைக்கோடுகளை வரையவும்; இவற்றுள் ஒன்று (எடுத்துக்காட்டாக, $+q_1$) மற்றதை விடப் பன்மடங்கு அதிக அளவுள்ளது என வைத்துக் கொள்ளவும்.

மாணவன் 'ஏ' : என்னுல் முடியாது, என்று நினைக்கிறேன். அத்தகைய புலங்களைப்பற்றி இதற்கு முன் படித்ததில்லை.

ஆசிரியர் : எத்தகைய புலங்களைப் பற்றிப் படித்திருக்கிருய்?

மாணவன் 'ஏ' : சம அளவுள்ள இரு புள்ளி மின்சுமைகள் அமைக்கும் புலத்திற்குரிய விசைக்கோடுகள் எவ்வாறு இருக்கும் என்பது தெரியும். அத்தகைய படம் ஒன்றைப் படம் 86-ல் வரைந்திருக்கிறேன்.

ஆசிரியர் : ஒரே அளவுடைய, ஆனுல் எதிரியல்புகள் கொண்ட இரண்டு மின்சுமைகளினுல் அமைக்கப்பட்டுள்ள புலம் ஒன்றின் விசைக்கோடுகளை அது தன்மையளவில் காண்பித்தாலும்கூட, நீ வரைந்த படம் அவ்வளவு திட்டமானதில்லை. இவ்விரு மின்சுமைகளுள் ஒன்று அதிகரித்தால், படம் எவ்வாறு மாறும் என்பதை உன்னுல் கற்பனை செய்ய முடிகிறதா?



படம் 86

மாணவன் 'ஏ' : அம் மாதிரி எதையும் நாங்கள் செய்ததில்லை.

ஆசிரியர் : அங்ஙனமாயின், செறிவுகளை 'வெக்டர்' வகையில் சேர்ப்பதற்கான விதியைப் பயன்படுத்துவோம், மின்சுமைகள் சம அளவிலுள்ள பழக்கமானதோர் எடுத்துக்காட்டுடன் தொடங்குவோம் (படம் 87*a*). *A*, *B*, *C* என்னும் மூன்று புள்ளிகளைத் தேர்ந்தெடுத்து, ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் ஒவ்வொரு ஜதை செறிவு 'வெக்டர்'களை வரையலாம். $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ ($+q_1$ மின்சுமைக்குரிய புலத்தை $\vec{E}_1$-ம் $-q_2$ மின்சுமைக்குரிய புலத்தை $\vec{E}_2$-ம் குறிக்கின்றன). பிறகு, இவ்வொவ்வொரு புள்ளிக்கும் $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ 'வெக்டர்'களைக் கூட்டி, தொகு 'வெக்டர்'கள் $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$, $\vec{E}_C$ ஆகியவற்றை அடையலாம். அந்தந்தப் புள்ளிகளின் இடங்களில் இந்த 'வெக்டர்'கள் புலத்தின் விசைக்கோடுகளுக்குத் தொடுகோட்டுப் பாதையில் அமைந்திருக்க வேண்டும். படம் 88*a*-இல்

காட்டப்பட்டுள்ள விசைக்கோடுகளின் போக்கை இந்த மூன்று 'வெக்டர்'களும் குறிக்கின்றன. நீ சொன்ன படம் 86 உடன் இப் படத்தை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கவும். மின்சுமைக்கு இடப்பக்க மாக உள்ள விசைக்கோடுகளிலும் அதற்கு வலப்பக்கமாக உள்ளன வற்றிலும் காணப்படும் உனது தவறுகளைக் கவனிக்கவும்.

இப்போது, $+q_1$, மின்சுமை இரு மடங்காகவும் $-q_2$ பாதி மடங்காகவும் செய்யப்படுவதாக வைத்துக் கொள்ளலாம் (படம் 87*b*). முன்மாதிரியே, *A*, *B*, *C* என்று மூன்று புள்ளிகளைத் தேர்ந் தெடுத்துக் கொள்கிறோம். முதலில், இப் புள்ளிகளுக்குரிய செறிவு 'வெக்டர்'களை அமைத்து, பிறகு, அவற்றின் தொகு 'வெக்டர்'களைக் கண்டுபிடிக்கிறோம். இவ் 'வெக்டர்'களுக்குரிய விசைக்கோடுகளைப் படம் 88*b*-இல் பார்க்கலாம்.

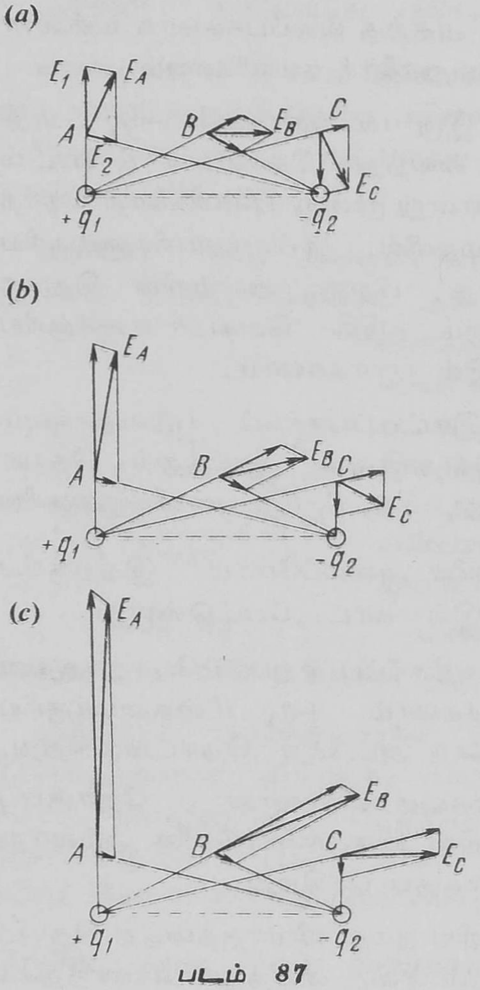
இறுதியாக, q_1 மறுபடியும் இரட்டிப்பாக்கப் படுவதாகவும் q_2 மீண்டும் பாதியளவாக்கப்படுவதாகவும் வைத்துக் கொள் வோம் (படம் 87*c*). அடுத்து, *A*, *B*, *C* புள்ளிகளுக்குரிய $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$, $\vec{E}_C$ தொகு 'வெக்டர்'களை அமைப்போம். இதற்குரிய விசைக்கோடுகளின் படம் 88*c*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$+q_1$ மின்சுமையின் அளவில் அதிகரிப்பு ஏற்படும்போது அதன் ஆதிக்கமும் மிகுவதைப் பார்க்கலாம்; $+q_1$ மின்சுமைக்குரிய புலம் $-q_2$ மின்சுமைக்குரிய புலத்தை அடக்கத் தொடங்குகிறது.

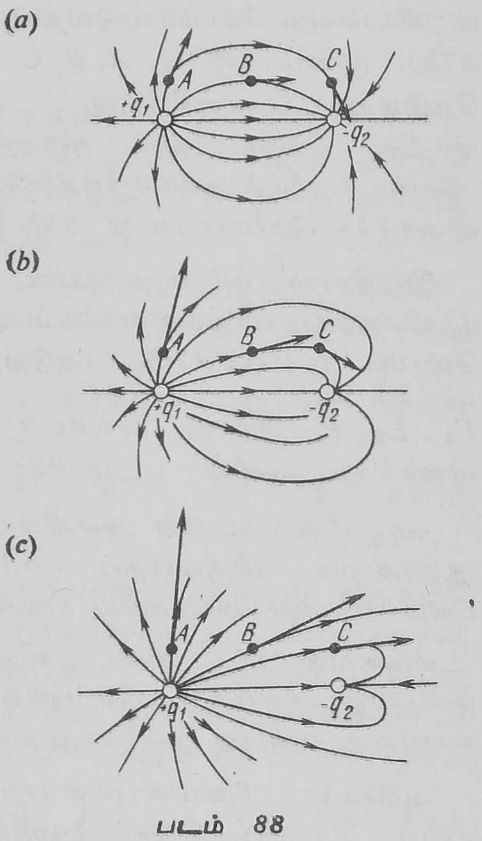
மாணவன் 'ஏ': பல மின்சுமைகளினுலான தொகுப்பு ஒன்றினுல் அமைக்கப்படும் புலத்தின் விசைக்கோடுகளை எவ்வாறு வரைவது என்பது இப்போது எனக்குப் புரிகிறது.

ஆசிரியர்: நிலைமின்புலம் பற்றிய நமது விவாதத்தைத் தொட ரலாம். ஈர்ப்புப் புலங்கள் வகையில் இதை வைத்து எண்ணத்தக்க அளவிற்கு இதற்கு ஒரு முக்கியமான தன்மை இருக்கிறது: மூடிய வழி ஒன்றின் வழியே செல்லும்போது புலத்தின் விசைகள் செய் யும் வேலை பூஜ்யத்திற்குச் சமம். அதாவது, புலத்தின் நகரும் மின்சுமை மீண்டும் அது புறப்பட்ட இடத்திற்கே வந்தால், இந்த இயக்கத்தின்போது புலத்தின் விசைகள் செய்யும் வேலை பூஜ்யத்திற்குச் சமம். இப் பாதையின் சில பகுதிகளில் இவ் வேலை நேரியல்புள்ளதாகவும் ('பாஸிடிவ்' ஆகவும்) பிற பகுதி களில் எதிரியல்புள்ளதாகவும் ('நெகடிவ்' ஆகவும்) இருக்கும்;

ஆனல், செய்யப்பட்ட வேலையின் மொத்தம் பூஜ்யத்திற்குச் சம மாக இருக்கும். ஒரு நிலைமின்புலத்தில் இத்தகைய தன்மையி லிருந்து சுவையான விளைவுகள் உண்டாகின்றன. அவற்றுள் சில வற்றை உன்னல் குறிப்பிட முடியுமா?



படம் 87



படம் 88

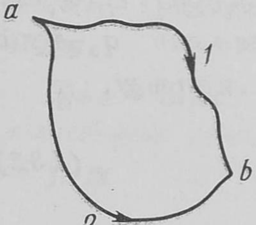
மாணவன் 'பி' : இல்லை; என்னல் முடியாது என்று தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : நான் உதவுகிறேன். நிலைமின்புலம் ஒன்றின் விசைக் கோடுகள் தங்களுக்குள்ளாகவே மூடிக் கொள்வதில்லை என்பதை நீங்கள் கவனித்திருக்கலாம். அவை நேர் ('பாஸிடிவ்') மின் சுமைகளிலிருந்து தொடங்கி, எதிர் ('நெகடிவ்') மின்சுமைகளில் முடிகின்றன அல்லது அனந்தம் (முடிவிலி—Infinity) எனப் படுவதில் முடிகின்றன அல்லது அதிலிருந்து வருகின்றன. நிலை

மின்புலத்திற்குள்ள, சற்றுமுன் கூறப்பட்ட தன்மையுடன் இவ் விபரத்தைத் தொடர்புபடுத்த முடிகிறதா?

மாணவன் ‘பி’: இப்போது புரிவதுபோலத் தோன்றுகிறது. நிலைமின் புலத்திலுள்ள விசைக்கோடு ஒன்று தனக்குள்ளாகவே மூடிக்கொண்டிருந்தால், அதோடு சென்றால் தொடங்கிய இடத்திற்கே வந்து சேர முடியும். மின்சுமை ஒன்று ஒரு விசைக்கோட்டின் வழியாக இயங்கும்போது, புலத்தினால் செய்யப்படும் வேலையின் குறியானது மாறுவதில்லை; எனவே, அது பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க முடியாது. மாறாக, மூடிய பாதையின் வழியாகச் செல்லும்போது செய்யப்படும் வேலை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும். ஆதலால், நிலைமின்புலத்திற்குரிய விசைக்கோடுகள் தமக்குள்ளேயே மூடிக் கொள்பவையாக இருக்க முடியாது.

ஆசிரியர்: நிரம்பச் சரி. நிலைமின்புலத்தின் மேற்கூறப்பட்ட தன்மையிலிருந்து இன்னொரு விளைவும் ஏற்படுகிறது: அதாவது, ஒரு மின்சுமையைப் புலத்தில் ஓரிடத்திலிருந்து இன்னோரிடத்திற்கு நகர்த்துவதில் செய்யப்படும் வேலை அது நகர்த்தப்படும் வழியைப் பொறுத்ததில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, மின்சுமை ஒன்றை a–இலிருந்து b–க்கு 1, 2 என்னும் வெவ்வேறான வழிகளில் நகர்த்த முடியும் (படம் 89). மின்சுமையை 1 வழியில் செலுத்துவதற்குப் புலத்தின் விசைகளினால் செய்யப்படும் வேலையை A_1 என்றும், 2 வழியில் செலுத்துவதற்காகும் வேலையை A_2 என்றும் குறிப்பிடுவோம். ஒரு முழுச் சுற்றை எடுத்துக் கொள்வோம்: அதாவது, a–இலிருந்து b–க்கு 1 வழியாகவும், b–இலிருந்து மீண்டும் a–க்கு 2 வழியாகவும் மின்சுமையை நகர்த்துவோம்.



படம் 89

2 வழியாக மீண்டும் வரும்போது செய்யப்படும் வேலை $-A_2$ ஆக இருக்கும். எனவே, முழுச்சுற்றில் செய்யப்படும் மொத்த வேலை $A_1 + (-A_2) = A_1 - A_2$. தனக்குள்ளாகவே மூடிக் கொண்டுள்ள எந்தப் பாதையிலும் செய்யப்படும் வேலை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாதலால் $A_1 = A_2$ மின்சுமையை நகர்த்தும்போது செய்யப்படும் வேலை தேர்ந்து எடுத்துக் கொள்ளப்படும் பாதையைப் பொறுத்தில்லாது, துவக்க, இறுதி இடங்களையே பொருத்திருக்கின்றது என்னும் விபரம்,

இந்தப் பெறுமானத்தைப் புலத்தின் சிறப்புக் கூருக பயன்படுத்த உதவுகிறது (ஏன் எனில், அது புலத்தில் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளப்படும் இடங்களேயே பொறுத்துள்ளது!). இவ்வாருக, நிலே மின்புலத்தின் மற்ருெரு சிறப்புக்கூறு, அதாவது மின்மட்டம் தெரியவருகிறது. செறிவைப் போலல்லாது, இது ஒரு ‘ஸ்கேலர்’ ராசியே (அதாவது, அளவறுதி மட்டுமே கொண்ட அளவுருவே) ஆகும்; ஏன் எனில், செய்யப்படும் வேலேயின் அளவில்தான் இது குறிக்கப்படுகிறது.

மாணவன் ‘பி’: ஒரு புலத்தின் மட்டம் என்னும் கருத்திற்கு பௌதிகவியல் நோக்கில் பொருள் எதுவும் கிடையாது என்று உயர்நிலேப் பள்ளியில் எங்களுக்குக் கற்பிக்கப்பட்டுள்ளது. புலத்தில் இருக்கும் இரு புள்ளிகளின் மட்டங்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டிற்கே பௌதிகவியல் நோக்கில் பொருள் உண்டு என்று சொல்லப்பட்டுள்ளது.

ஆசிரியர்: நீ சொல்வது முற்றிலும் சரியே. திட்டமாகச் சொல்லப்போனல், சற்றுமுன் நாம் ஆராய்ந்ததிலிருந்து, மின் மட்ட வேறுபாடு என்னும் கருத்தே நமக்குத் தெரியவருகிறது; புலத்தின் a, b என்னும் இரு புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள மின்மட்ட வேறுபாடு ($\varphi_a - \varphi_b$ எனக் குறிப்பிடப்படுவது), q_0 மின்சுமையை a-இலிருந்து b-க்கு நகர்த்துவதற்குப் புலத்தின் விசைகளினுல் செய்யப்படும் வேலேக்கும், மின்சுமை q_0-க்கும் உள்ள விகிதம் என வரையறுக்கப்படுகிறது; அதாவது,

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{A_{a \to b}}{q_0} \qquad (132)$$

ஆயினும், அனந்தத்தில் (முடிவிலியில்) புலம் இல்லே என்று வைத்துக்கொண்டால் (அதாவது, $\varphi_\infty = 0$) (132) சமன்பாடு பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது:

$$\varphi_a = \frac{A_{a \to \infty}}{q_0} \qquad (133)$$

இவ்வாருக, குறிப்பிட்ட இடத்திலுள்ள புலத்தின் மட்டத்தை, அவ்விடத்திலிருந்து முடிவிலிக்கு நேரியல் (‘பாஸிடிவ்’) ஓரலகு மின்சுமை ஒன்றை நகர்த்தும்போது புலத்தின் விசை

களினல் செய்யப்படும் வேலையின் அளவில் கணக்கிட முடியும். புலத்தினல் செய்யப்படாது, புலத்தின் விசைகளுக்கு எதிராக வேலை செய்யப்படுகிறது என்று வைத்துக் கொண்டால், அப்போது குறிப்பிட்ட ஓரிடத்தின் மின்மட்டம், நேரியல் ('பாஸிடிவ்') ஓரலகு மின்சுமையை முடிவிலியிலிருந்து அவ்விடத்திற்கு நகர்த்துவதற்குச் செய்யப்படும் வேலையாகிறது. இவ் வரையறுப்பைக் கொண்டு புலத்தின் குறிப்பிட்ட ஓரிடத்தின் மின்மட்டத்தைப் பரிசோதனை மூலமாகக் கணக்கிட முடியாது என்பது தெளிவு; ஏன் எனில், பரிசோதனையில் நம்மால் முடிவிலிக்குச் செல்ல முடியாது. திட்டமாக இதே காரணத்திற்காகத்தான், புலத்தின் இரு இடங்களுக்கிருக்கும் மின் மட்டங்களின் வேறுபாட்டிற்கே பௌதிகவியல் நோக்கில் பொருள் உள்ளது என்றும், குறிப்பிட்ட ஓரிடத்திலுள்ள மின்மட்டம் என்பதற்கே பொருள் எதுவும் கிடையாது என்றும் சொல்லப்படுகிறது. குறிப்பிட்ட ஓரிடத்தின் மின்மட்டம் என்பது நாமாகத் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளும் ஒரு நிலை எண்ணைப் பொறுத்துக் கணக்கிடப்படுகிறது. முடிவிலியிலுள்ள மின் மட்டத்தின் பெறுமானம் இந்த நிலையெண்ணுகப் பொதுவாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. இந்தப் பெறுமானத்திலிருந்து மின்மட்டம் அளக்கப்படுகிறது. வசதிக்காக, முடிவிலியிலுள்ள மின்மட்டத்தின் பெறுமானம் பூஜ்யத்திற்குச் சமம் என்று வைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

இந்த அனுமானங்களுக்குட்பட்டு, q_1 என்னும் புள்ளி மின்சுமையினல் அமைக்கப்படும் புலத்தின் மின்மட்டம், மின்சுமையிலிருந்து r தொலைவில்

$$\varphi(r) = \frac{q_1}{r} \qquad (134)$$

என்ருகிறது.

பல புள்ளி மின்சுமைகளினல் $\vec{r}$ தொலைவில் அமைக்கப்படும் புலத்தின் மின்மட்டத்தை கணக்கிடுவதில் சிரமம் எதுவும் இருக்கக்கூடாது.

மாணவன் 'பி': $\vec{r}$ தொலைவில் ஒவ்வொரு மின்சுமையினல் ஏற்படுத்தப்படும் மின்மட்டத்தின் பெறுமானத்தைத் தனித்

தனியாக $\varphi_1(\vec{r}), \varphi_2(\vec{r})$ ...எனக் குறிப்பிடுவோம். அப்போது, மொத்த மின்மட்டம் $\varphi(\vec{r})$ தனித்தனியான மின்சுமைகளினல் ஏற்படுத்தப்படும் மின்மட்டத்தின் இயற்கணிதவியல் தொகைக்குச் சமம் என்பது தெளிவு:

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r}) + \ldots . \qquad (135)$$

இவ்வாறு தொகை காணும்போது, நேரியல் ('பாஸிடிவ்') மின் சுமையினல் ஏற்படுத்தப்படும் மின்மட்டத்திற்கு + குறியும், எதிரியல் ('நெகடிவ்') மின்சுமையினல் ஏற்படுத்தப்படும் மின்மட்டத்திற்கு — குறியும் இட வேண்டும்.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. இப்போது, சம மின்மட்டப் பரப்புகள் என்னும் கருத்தை எடுத்துக் கொள்ளலாம். ஒரு புலத்தில் ஒரே மின்மட்டத்தையுடைய புள்ளிகளின் நியமப்பாதை சம மின்மட்டப் பரப்பு (**Equipotential surface**) [அல்லது நிலேமின் மட்டமுள்ள பரப்பு (**Surface of constant potential**)] எனப்படுகிறது. ஒரு புலத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட விசைக்கோடும் ஒரு குறிப்பிட்ட சம மின்மட்டப் பரப்பும் ஒவ்வொரு புள்ளியின் வழியாகச் செல்கின்றன. ஒன்றுக்கொன்று அவை எவ்வாறு அமைந்திருக்கின்றன?

மாணவன் 'பி' : ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் விசைக்கோடும் சம மின்மட்டப் பரப்பும் ஒன்றனுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளன.

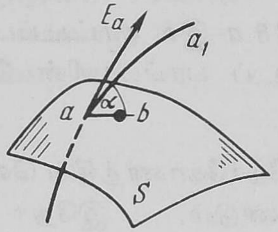
ஆசிரியர் : உன்னல் அதை நிரூபிக்க முடியுமா?

மாணவன் 'பி' : இல்லே, என்னல் முடியாது என்றே தோன்றுகிறது.

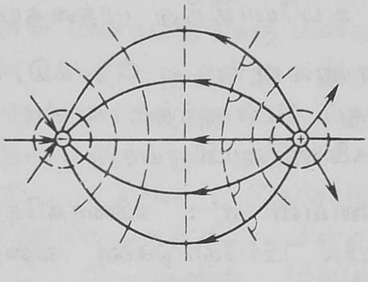
ஆசிரியர் : இதற்கான் அறுதிச் சான்று ஒன்றும் கடினமானதன்று. aa_1 விசைக் கோடும், S சம மின்மட்டப் பரப்பும் (படம் 90) a என்னும் புள்ளியின் வழியாகச் செல்வதாக வைத்துக் கொள்ளவும். a புள்ளியிலுள்ள புலச் செறிவு 'வெக்டர்' $\vec{E}_a$ என்பதனல் குறிப்பிடப்படுகிறது. அடுத்து, q_0 மின்சுமையை a–இலிருந்து S சம மின்மட்டப்பரப்பில் a–இலிருந்து மிகச் சிறிய Δl அளவு தொலேவிலுள்ள b–புள்ளிக்கு நகர்த்தலாம். இதில்

செய்யப்படும் வேலையைக் குறிக்கும் சமன்பாடு:

$$A = F_e \triangle l \cos \alpha = E_a q_0 \triangle l \cos \alpha \qquad (136)$$



படம் 90



படம் 91

இதில், α என்பது, 'வெக்டர்' $\vec{E}_a$-க்கும் நகரும் திசைக்குமிடையே யுள்ள கோணமாகும். *a, b* இரண்டுக்கும் உள்ள புல மின் மட்டங்களின் வேறுபாடாகவும் இதே வேலையளவைக் குறிப்பிட லாம். இவ்வகையில் நமக்குக் கிடைக்கும் இன்னொரு சமன்பாடு:

$$A = q_0(\varphi_a - \varphi_b) \qquad (137)$$

a, b இரண்டும் ஒரே சம மின்மட்டப் பரப்பில் இருப்ப தால், $\varphi_a = \varphi_b$ என்றாகிறது. அதாவது, *(137)* சமன்பாட்டின்படி, வேலை *A* பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும். இந்த முடிவை *(136)* சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தினால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$E_a q_0 \triangle l \cos \alpha = 0 \qquad (138)$$

(138) சமன்பாட்டின் இடது பக்கத்திலுள்ள உறுப்புகள் அனைத்தி லும் $\cos \alpha$ மட்டுமே பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க முடியும். எனவே, $\alpha = 90°$ என்று தீர்மானிக்கிறோம். *ab* இயக்கங்கள் **S** சம மின்மட்டப் பரப்பின் எல்லைகளுக்குள் இருந்தால், இவ் வியக்கங்களின் வெவ்வேறு திசைகளுக்கும் இந்த முடிவு உண்மை யாயிருக்கும் என்பது உனக்கு விளங்கும் என்று நினைக்கிறேன். பரப்பின் வளைவு நமது முடிவைப் பாதிக்காது; ஏன் எனில், நகரும் தொலைவு $\triangle l$ என்பது மிகச் சிறிய அளவேயுள்ளதாகும்.

விசைக்கோடுகளோடுகூட, ஒரு நிலைமின்புலத்தை வரைந்து காட்டுவதற்கு சம மின் மட்டப் பரப்புகளின் வெட்டுமுகங் களும் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. இந்தக் கோடுகளும் பரப்பு களும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும் விபரத்தைப்

பயன்படுத்தி, தெரிந்த விசைக்கோடுகளின் தொகுப்பு ஒன்றிலிருந்து சம மின்மட்டப் பரப்புகளின் வெட்டுமுகங்களின் தொகுப்பு ஒன்றை நாம் வரைய முடியும்; அங்ஙனமே, பிந்தையதை உபயோகித்து முந்தையதையும் வரைய முடியும்.

(மாணவன் ஏ–ஐ நோக்கி) படம் 88 *a*–இல் காட்டப்பட்டுள்ளதற்குப் பொருத்தமாக சம மின்மட்டப் பரப்புகளின் வெட்டுமுகங்களை வரைகிறாயா?

மாணவன் 'ஏ' : விசைக்கோடுகளை நேர்கோணத்தில் வெட்டும் வகையில் பிரிகோடுகளை வரைய வேண்டும். இதோ நான் வரைந்த படம் (படம் 91).

ஆசிரியர் : நீ வரைந்த படம் சரியானதே.

§ 24

விசைக் கோடுகள்
ஒரு கடத்தியின் பரப்பின்
அருகில் எவ்வாறு
இயங்குகின்றன ?

ஆசிரியர் : ஒரு நிலைமின் புலத்தில் மின்கடத்தும் பண்டம் ஒன்றை வைக்கலாம். ஒரு மின்புலத்திலுள்ள மின்கடத்திக்கு மின்ஏற்புத் திறன் என்று ஒன்று இருப்பது உங்களுக்கு நன்ருகத் தெரியும். ஆனாலும், ஒரு படத்தின் மின்-ஏற்புத் திறன் **(Capacitance)** என்கிறோமே அன்றி, மின்கடவா இடைப் பொருளின் **(dielectric)** மின்ஏற்புத் திறன் என்று நாம் சொல்வதில்லை; இது ஏன் என்று எண்ணிப் பார்த்திருக்கிருயா?

மாணவன் 'ஏ' : ஒருபோதும் அது எனக்குத் தோன்றியதில்லை.

ஆசிரியர் : தனிப்பட்ட கடத்தி ஒன்றின் மின்-ஏற்புத் திறனை எவ்வாறு நீ வரையறுக்கிருய்?

மாணவன் 'ஏ' : கடத்தியின் மின்மட்டத்தை ஒரலகு உயர்த்துவதற்காக அதற்கு ஊட்டப்பட வேண்டிய மின்சாரத்தின் அளவாகும் அது.

ஆசிரியர் : மின்மட்டம் என்பது ஒரு பண்டத்திற்குள்ள சிறப்புக்கூறு என்னும் பொருளில் இதைச் சொல்கிருய். ஆனல், இதுகாறும், மின்மட்டம் என்பது புலத்திற்குள்ள சிறப்புக்கூருகக் கருதப்பட்டது; அது இடத்திற்கு இடம் மாறுவதாகவும் கருதப்பட்டது. மின்மட்டம், புலத்தில் அதற்குரிய இடத்தின் தொடர்புக் கூறுகளின் சார்பலன் ஆகும். அதை ஒரு பண்டத்திற்குள்ள சிறப்புக்கூருக நாம் சொல்ல முடியுமா? முடியும் என்ருல், ஏன்?

மாணவன் 'பி' : அப் பண்டம் ஒரு கடத்தியாயிருந்தால், அது சாத்தியம். உண்மை என்னவென்ருல், நிலைமின்புலம் ஒன்றில் வைக்கப்பட்டிருக்கும் ஒரு கடத்தியின் எல்லாப் புள்ளிகளும் ஒரே மின்மட்டம் உள்ளனவாயிருக்கின்றன. மின்கடத்தி ஒரு சம மின்மட்டப் பண்டம் ஆகும்.

ஆசிரியர் : எதை ஆதாரமாகக் கொண்டு இதைக் கூறுகிறாய்?

மாணவன் 'பி' : ஒரு கடத்திற்குச் சுயேச்சையான மின்சுமைகள் உள்ளன. ஆகவே, கடத்தியின் இரு புள்ளிகளுக்கிடையில் ஒரு மின்மட்ட வேறுபாடு இருந்தால், இவ்விரு புள்ளிகளுக் கிடையே ஒரு மின்னோட்டம் இருக்கும். இது இருக்க முடியாது என்பது தெளிவு.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. ஒரு நிலைமின்புலத்தில் ஒரு கடத்தியைக் கொண்டுவந்தால், கடத்திக்குள் இருக்கும் புலத்தின் செறிவு பூஜ்யத்திற்குச் சமமாகும் வகையில் அதன் சுயேச்சையான மின்சுமைகள் மாறி அமைந்து கொள்கின்றன என்று சொல்லமுடியும். உண்மையில் இது, கடத்தியின் (உள்ளும் அதன் பரப்பின் மீதும் உள்ள) எல்லாப் புள்ளிகளிலும் ஒரே மின்மட்டம் இருக்கிறது என்பதைக் குறிக்கிறது. கடத்தியின் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் மின்மட்டம் சீராயிருப்பது காரணமாக, பண்டம் என்னும் கருத்தில் கடத்தியின் மின்மட்டம் என்று நாம் சொல்ல முடிகிறது. மின்கடவா இடைப் பொருள் ஒன்றில் சுயேச்சையான மின்சுமைகள் இல்லை என்பதையும், எனவே, மின் சுமைகள் அமைந்துகொள்ளுதல் என்பது நிகழமுடியாது என்பதையும் குறிப்பிட விரும்புகிறேன். நிற்க, சுயேச் சையான மின்சுமைகள் ஒரு கடத்தியில் எவ்வாறு மாறி யமைந்து கொள்கின்றன?

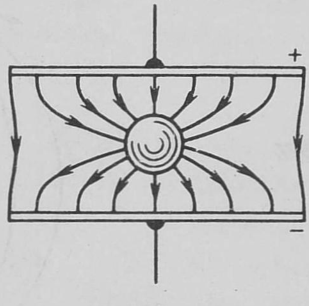
மாணவன் 'பி' : அவை அதன் பரப்பின்மீது செறிந்துள்ளன. கடத்தியின் நீட்டிக்கொண்டிருக்கும் பகுதியின் வளைவு அதிக மாயிருக்க இருக்க மின்சுமைகளின் அடர்த்தி அதிகமாயிருக்கும். கூரான புள்ளியில் மின்சுமையின் அடர்த்தி அதிகபட்ச அளவுள்ளதாயிருக்கும்.

ஆசிரியர் : அதுவேதான். இப்போது, நிலைமின்புலம் ஒன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ள ஒரு கடத்தி ஒரு சம மின்மட்டப் பண்டம் என்பது தெளிவாகிறது. எனவே, இதிலிருந்து, கடத்தியின் பரப்பு ஒரு சம மின்மட்டப் பரப்பு என்பது தெரிகிறது. இந்த முடிவின் அடிப்படையில், ஒரு நிலை மின்புலத்தின் விசைக்கோடுகள் ஒரு கடத்தியின் பரப்பின் அருகில் எவ்வாறு இயங்குகின்றன என்பதைச் சொல்லவும்.

மாணவன் 'பி': விசைக்கோடுகள் சம மின்மட்டப் பரப்புகளுக்கு எப்போதும் செங்குத்தாக இருப்பதால், அவை கடத்தியின் பரப்பினுள் நேர்கோணத்தில் ''புக'' வேண்டும்.

ஆசிரியர்: ஆனால், தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் இதை அறிவதில்லை. தகடுகளுக்கு இடையே உலோகப் பந்து ஒன்று இருக்கும் இணைத்தட்டு - மின்னியல் – உறைகலம் **(Parallel plate Capacitor)** ஒன்றின் புலத்திலுள்ள விசைக் கோடுகளின் படத்தை வரைவதில் உனக்கு ஒரு சிரமமும் இருக்கக் கூடாது. பொதுவாக, இக் கேள்வி தேர்வு எழுதும் மாணவர்களுக்குப் புதிராகவே இருக்கிறது.

மாணவன் 'பி': மின்னியல் - உறைகலத்தின் தகடுகள், பந்தின் பரப்பு - இரண்டையும் விசைக்கோடுகள் நேர் கோணத்தில் அணுக வேண்டும். விசைக்கோடுகளின் படம் 92-இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போல் இருக்கும்.



படம் 92

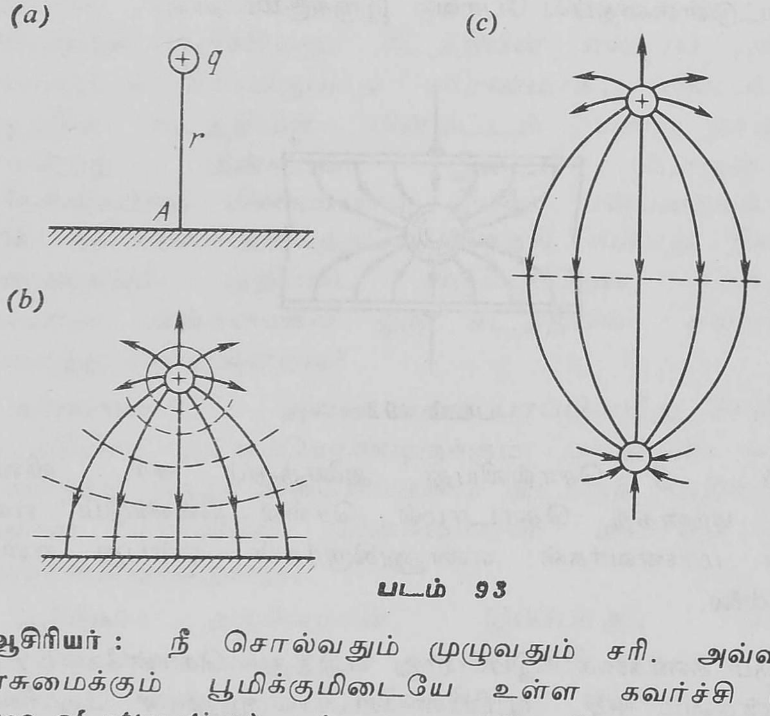
ஆசிரியர்: நீ சொல்லியது அனைத்தும் சரி. விசைக் கோடுகள் பந்தைத் தொடாமல் செல்ல வேண்டும் என்று ஏன் சில மாணவர்கள் எண்ணுகிறார்கள் என்பது எனக்கு விளங்கவில்லை.

பின்வரும் கணக்கை இப்போது எடுத்துக் கொள்வோம். ஒரு புள்ளி மின்சுமை $+q$ பூமியின் பரப்பிலிருந்து r தொலைவில் இருக்கிறது. பூமியில் அது எதிர்க்குறியுள்ள ஒரு மின்சுமையைத் தூண்ட வேண்டும். அதன் விளைவாக, மின்சுமைக்கும் பூமிக்கு மிடையே ஒரு மின்கவர்ச்சி விசை ஏற்படுகிறது. இவ்விசை

யைக் கண்டுபிடிக்கவும். நீங்கள் இருவரும் இக் கணக்கைப் பற்றிச் சிந்திக்க வேண்டும்.

மாணவன் 'ஏ' : பூமியில் தூண்டப்படும் மின்சுமை, $+q$ மின்சுமைக்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும். எனவே, நமக்கு வேண்டிய விசை q^2/r^2 ஆகும்.

மாணவன் 'பி' : இதை நான் ஏற்றுக்கொள்ளவில்லை. பூமியில் தூண்டப்படும் மின்சுமை ஒரே புள்ளியில் (படம் 93*a*–இல் *A* புள்ளியில்) செறிந்திருப்பதாக மாணவன் 'ஏ' எண்ணிக் கொண்டான். ஆயினும், உண்மையில், தூண்டப்பட்ட மின் சுமை ஒரேபுள்ளியில் செறிந்திராமல், பூமியின் பரப்பு முழுவதிலும் விரவி உள்ளது. இக் காரணத்தை முன்னிட்டு, நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய விசை q^2/r^2–க்கு குறைவாக இருக்க வேண்டும், என்பது நமக்கு முன்னதாகவே தெரிகிறது.



படம் 93

ஆசிரியர் : நீ சொல்வதும் முழுவதும் சரி. அவ்வாறாயின், மின்சுமைக்கும் பூமிக்குமிடையே உள்ள கவர்ச்சி விசையை **(Force of attraction)** எப்படி கணக்கிட வேண்டும்?

மாணவன் 'பி' : மின்சுமைக்கும் பூமியின் பரப்பிற்கும் இடையேயுள்ள புலத்தை நாம் கவனிக்க வேண்டும் என்று

கிறேன். பூமியின் பரப்பு ஒரு சம மின்மட்டப் பரப்பு என்பது தெளிவு. எனவே, பூமியின் பரப்பிற்கு அருகே, புலத்தின் சம மின்மட்டப் பரப்புகள், வடிவத்தில் ஏறத்தாழ சமதளங்களாக இருக்க வேண்டும். அதேசமயத்தில், மின் சுமைக்கு அருகிலுள்ள சமமின்மட்டப் பரப்புகள் கோளக வடிவுள்ளனவாயிருக்க வேண்டும். சம மின்மட்டப் பரப்பு களின் (இன்னும் திட்டமாகச் சொல்லப்போனால், இப் பரப்புகளின் வெட்டுமுகங்களின்) படம் ஒன்றைத் தன்மை யளவில் வரைவதற்கு இவ்விபரம் நமக்கு உதவுகிறது. இதைச் செய்துவிட்டால், நமக்குப் பழக்கமான விதியின்படி, விசைக்கோடுகளை நாம் வரைய முடியும். படம் $93b$-இல் இதைச் செய்திருக்கிறோம். இதில், விசைக் கோடுகள் தடித்த தொடர்கோடுகளினாலும், பரப்புகளின் வெட்டுமுகங்கள் பிரி கோடுகளினாலும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

ஆசிரியர் : *சரி; உனது ஆய்வு முறையைத் தொடர்ந்து செய்யவும். படம் $93b$–இல் காட்டப்பட்டுள்ள விசைக் கோடுகளின் படம் உனக்கு ஏதோ ஒன்றை நினைவு படுத்தவில்லை?*

மாணவன் 'பி' : ஆம். இந்தப் படம், எண்மான அளவில் சமமாகவும், ஆனால், குறியில் எதிராகவும் உள்ள இரு புள்ளி மின்சுமைகளின் விசைக்கோடுகளுடன்கூடிய படத்தை நிச்சயமாக ஒத்திருக்கிறது. இந்தப் படத்தை வலதுபுறம் வரைகிறேன் (படம் $93c$). இப்போது, எல்லாம் தெளிவாக விளங்குகிறது. இரண்டு படங்களிலும் (படம் $93b$, $93c$) மின் சுமைக்கு அருகிலுள்ள புலத்தின் தோற்றம் ஒரேமாதிரியாகவே இருக்கிறது. (130) சமன்பாட்டின்படி, இருநிலைகளிலும் ஒரே விசை $+q$ மின்சுமை மீது செயல்படுகிறது. ஆகவே, நமக்குத் தேவையான விசை $q^2/(4r^2)$ ஆகும்.

ஆசிரியர் : *நீ கூறிய விளக்கத்தில் பிழையே இல்லை. புலம் என்னும் கருத்து நிரம்பவும் பயனுள்ளதாயிருக்கக் கூடும் என்பதை இந்தக் கணக்கு தெளிவாகக் காண்பிக்கிறது.*

§ 25

சீரான நிலைமின்புலம் ஒன்றில் நிகழும் இயக்கத்தை ஆராய்வது எப்படி ?

ஆசிரியர் : மின் சுமையேற்றப் பட்ட பண்டம் ஒன்று சீரான நிலை மின்புலம் ஒன்றில், அதாவது, புலத்தின் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் எண் மான அளவிலும் திசையிலும் ஒரே செறிவு E உள்ள புலம் ஒன்றில் நகர்வதாக வைத்துக் கொள்ளலாம். ஓர் எடுத்துக்காட்டு: இணைத் தகடு - மின்னியல் - உறைகலம் ஒன்றின் தகடுகளுக்கிடையேயுள்ள புலம். சீரான நிலைமின்புலம் ஒன்றில் உள்ள மின்சுமையேற்றப் பட்ட பண்டத்தின் இயக்கம் பற்றிய கணக்கிற்கும், இதற்கு முன் நாம் கவனித்த ஏதாவது கணக்கு ஒன்றுக்கும் உங்களால் ஒற்றுமை காணமுடிகிறதா?

மாணவன் 'பி' : புவிஈர்ப்புப் புலத்தில் உள்ள ஒரு பண்டத்தின் இயக்கம் பற்றிய கணக்கை இது நிரம்பவும் ஒத்திருப்பதாக எனக்குத் தோன்றுகிறது. மிகச் சிறிய அளவுத் தொலைவுகளுக்குள் பூமியின் புவிஈர்ப்புப் புலம் சீரானதாகவே இருக்கிறது.

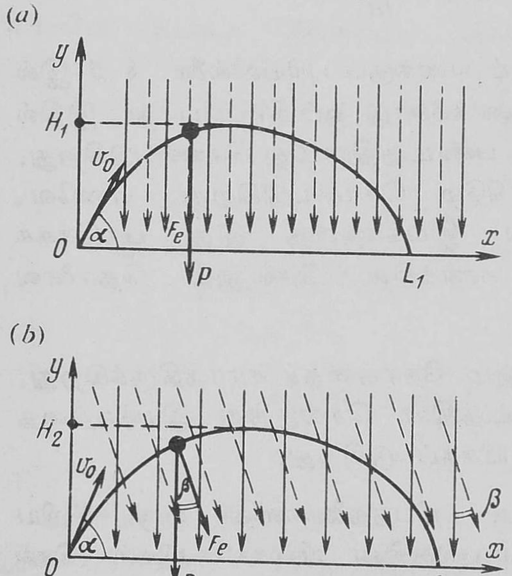
ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. நிலைமின்புலத்தில் நிகழும் இயக்கத்திற்கும் புவிஈர்ப்புப் புலத்தில் நிகழும் இயக்கத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு என்ன?

மாணவன் 'பி' : வெவ்வேறான விசைகள் பண்டங்களின் மீது செயல்படுகின்றன. நிலைமின்புலத்தில் பண்டத்தின்மீது செயல்படும் விசை $F_e = Eq$ ($a_e = Eq/m$ முடுக்கத்தை அது பண்டத்திற்கு அளிக்கிறது). புவிஈர்ப்புப் புலத்தில் விசை $P = mg$ (g முடுக்கத்தை அது பண்டத்திற்கு அளிக்கிறது). இங்கு m பண்டத்தின் நிறையையும் q அதன் மின்சுமையையும் குறிக்கின்றன.

ஆசிரியர் : எந்தவொரு சீரான புலத்திலும் ஒரு பண்டத்தின் இயக்கம் சலனவியல் நோக்கில் ஒரேமாதிரியானது என்னும் எளிய உண்மையை எல்லாத் தேர்வு மாணவர்களும் புரிந்துகொள்ள

வேண்டும் என்று விரும்புகிறேன். மாறுபடுவது என்னவெனில், வெவ்வேறு புலங்களில் பண்டத்தின்மீது செயல்படும் விசையின் பெறுமானம் (Value)தான். சீரான நிலைமின்புலத்தில் மின் சுமையேற்றப்பட்ட ஒரு பண்டத்தின் இயக்கமும் பூமியின் ஈர்ப்புப் புலத்தில் ஒரு சாதாரணக் கல்லின் இயக்கமும் ஒரே தன்மையனவேயாகும். நிலைமின்புலம், புவிஈர்ப்புப் புலம் ஆகிய இரண்டு புலங்களிலும் ஒரு பண்டத்தின் இயக்கம் ஒரே சமயத்தில் நிகழும் ஒரு கணக்கை இப்போது ஆராய்வோம்: m நிறையும் $+q$ மின்சுமையும் உள்ள ஒரு பண்டம் கிடைமட்டத்திற்கு α கோணத்தில் v_0 துவக்க நேர்வேகத்துடன் மேல்நோக்கி எறியப் படுகிறது. பண்டம் ஒரே சமயத்தில் புவி ஈர்ப்புப் புலத்திலும் E செறிவுடன் கூடிய நிலைமின்புலத்திலும் செல்கிறது. இரு புலங்களுடைய விசைக் கோடுகளும் கீழ்நோக்கிச் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளன (படம்-94a). செல்லும் நேரம் T_1, தொலைவு L_1, அதிகபட்ச உயரம் H_1 ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

மாணவன் 'பி': பண்டத்தின் மீது இரு விசைகள் செயல்படு கின்றன: எடை $P = mg$; மின்விசை $F_e = Eq$. நமது கணக்கில் இரு விசைகளும் இணையாக இருக்கின்றன. § 5-இல் செய்தபடி, துவக்க நேர்வேக 'வெக்டர்'-ஐ இருதிசைகளில் பகுதிகளாக . . .



படம் 94

ஆசிரியர்: (குறுக்கிட்டு) ஒரு நிமிஷம் § 5-இல் இதே மாதிரியான கணக்கில் விடை கண்டுபிடித்த முறையை மீண்டும் செய்ய விரும்புகிறாயா?

மாணவன் 'பி': ஆம்; சுருக்கமாகவாவது செய்ய விரும்புகிறேன்.

ஆசிரியர்: அதற்குத் தேவை இல்லை. (15), (16), (17) சமன்பாடுகளின் முடிவுகளை

நேராகவே நீ குறிப்பிடலாம். மொத்த முடுக்கம் $g+Eq/m$-க்குச் சமமாக இருக்கும் ''அதிகப் பல''முள்ள ஈர்ப்புப் புலத்தில் பண்டம் செல்வதாக வைத்துக் கொண்டால் போதுமானது.

$$g \text{ க்குப் பதிலாக } \left(g + \frac{Eq}{m}\right) \tag{139}$$

என்பதை (15), (16), (17) சமன்பாடுகளில் பயன்படுத்தினால் உடனே உனக்குக் கிடைப்பவை :

$$T_1 = \frac{2\, v_0 \sin \alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \tag{140}$$

$$L_1 = \frac{v^2{}_0 \sin 2\alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \tag{141}$$

$$H_1 = \frac{1}{2} \frac{v^2{}_0 \sin^2 \alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \tag{142}$$

மாணவன் 'ஏ' : ஒரு விபரம் எனக்குப் புரியவில்லை. § 5-இல் கவனித்த இதற்குச் சரியான கணக்கோடு ஒப்பிடும்போது, இதில் அதிகப்படியானதொரு விசை F_e பண்டத்தின்மீது செயல்படுகிறது. இவ்விசை செங்குத்தாக நேர்கீழே செயல்படுகிறது; எனவே, பண்டத்தின் கிடைமட்டத்தின் இயக்கத்தை இது பாதிக்கக் கூடாது. பின் ஏன் இந்தக் கணக்கில் செல்லும் தொலைவு L_1-ஐ அது பாதிக்கிறது?

ஆசிரியர் : தொலைவு செல்லும் நேரத்தைச் சார்ந்திருக்கிறது; இந்த நேரத்தின் அளவு பண்டத்தின் செங்குத்து இயக்கத்தை ஆராய்வதன் வாயிலாக நிர்ணயிக்கப்படுகிறது.

இப்போது, இக் கணக்கின் நிபந்தனைகளில் ஒரு சிறிய மாறுதல் செய்வோம்: **நிலைமின்புலத்தின் விசைக்கோடுகள் செங்குத்திற்கு β கோணத்தில் (படம் 94*b*) இருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும். முன்மாதிரியே, செல்லும் நேரம் T_2, தொலைவு L_2, அதிகபட்ச உயரம் H_2 ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும்.**

மாணவன் 'ஏ' : முதலில் F_e விசையை, செங்குத்துப் பகுதி ($F_e \cos \beta$), கிடைமட்டப் பகுதி ($F_e \sin \beta$) என்று இரு பகுதி களாகப் பகுப்பேன். இக் கணக்கு எனக்கு § 5-இல் பின்பகுதிக் காற்றுடன் கூடிய கணக்கை நினைவுபடுத்துகிறது. இங்கு, $F_e \sin \beta$ என்னும் பகுவிசை ''காற்றின் விசை''யின் பாகத்தைச் செய்கிறது.

ஆசிரியர் : முழுவதும் சரி. ஆனால், நீ குறிப்பிட்ட பின் பகுதிக் காற்றுடன்கூடிய கணக்கிற்கு மாருக, இங்கு வேருெரு செங்குத்து விசை $mg + F_e \cos \beta$ இருப்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும்.

மாணவன் 'ஏ' : (15), (16), (17) சமன்பாடுகளைப் பயன் படுத்தலாம்; ஆனல், கீழ்க்கண்ட மாறுதல்களை செய்வேன்:

$$\left.\begin{array}{l} g\text{–க்குப் பதிலாக } g + \dfrac{Eq \cos \beta}{m} \\[2ex] \dfrac{F}{P}\text{க்குப் பதிலாக } \dfrac{Eq \sin \beta}{mg + Eq \cos \beta} \end{array}\right\} \qquad (143)$$

உடனே நமக்கு வேண்டிய விடைகள் கிடைத்துவிடுகின்றன:

$$T_2 = \frac{2\, v_0 \sin \alpha}{g + \dfrac{Eq \cos \beta}{m}} \qquad (144)$$

$$L_2 = \frac{v^2{}_0 \sin 2\alpha}{g + \dfrac{Eq \cos \beta}{m}} \left(1 + \frac{Eq \sin \beta \tan \alpha}{mg + Eg \cos \beta}\right) \qquad (145)$$

$$H_2 = \frac{1}{2} \; \frac{v^2{}_0 \sin^2 \alpha}{g + \dfrac{Eq \cos \beta}{m}} \qquad (146)$$

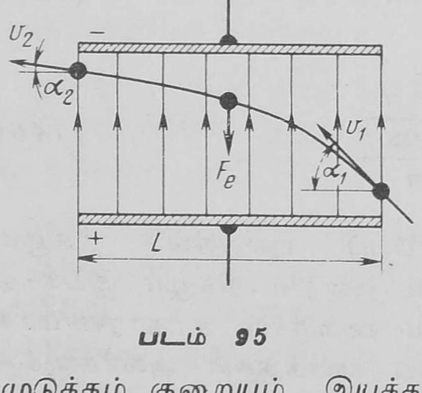
ஆசிரியர் : நிரம்பச் சரி. ஈர்ப்புப் புலத்தில் நிகழும் இயக்கத்திற்கும் சீரான நிலைமின்புலம் ஒன்றில் நிகழும் இயக்கத் திற்குமுள்ள ஒற்றுமையை தேர்வு மாணவர்கள் சாதாரணமாக உணர்வதில்லை. எனவே, அத்தகைய கணக்குகள் அவர்களுக்கு மிகவும் கடினமானவையாக இருக்கின்றன.

மாணவன் 'ஏ' : அத்தகைய கணக்குகளை இதற்குமுன் நாங்கள் பயின்றதில்லை; எனக்குத் தெரிந்த இத்தகைய ஒரே **கணக்கு**, இணைத்தகடு – மின்னியல் – உறைகலத்தின் தகடுகளுக்கு இடையே ஓர் எலக்ட்ரானின் இயக்கம் பற்றியது; ஆனால், எலக்ட்ரான் மீது ஈர்ப்புப் புலத்தின் பாதிப்பை நாங்கள் புறக்கணித்து விட்டோம். அத்தகைய கணக்குகள் நிரம்பவும் கடினமானவை யாய்த் தோன்றியது எனக்கு நினைவு இருக்கிறது.

ஆசிரியர் : இக் கணக்குகள் யாவும் படம் 94–இல் எடுத்துக் காட்டப்பட்ட கணக்கின் சிறப்பு வடிவங்களேயாகும்; ஏன் எனில், மின்னியல் – உறைகலத்தினுள் நிகழும் எலக்ட்ரானின் இயக்கத்தில் புவிஈர்ப்புப்புலத்தைப் புறக்கணித்து விடலாம். அத்தகைய கணக்கு ஒன்றை கவனிப்போம்.

v_1 துவக்க நேர்வேகமுள்ள ஓர் எலக்ட்ரான் இணைத்தகடு-மின்னியல் – உறைகலத்தினுள் படம் 95–இல் காட்டப்பட்டிருப்பது போல், தகடுகளுக்கு α_1 கோணத்தில் நுழைந்து, α_2 கோணத்தில் வெளியே வருகின்றது. மின்னியல் – உறைகலத்தின் தகடுகளின் நீளம் L. மின்னியல்-உறைகலத்தின் புலத்தின் செறிவு E-ஐயும், மின்னியல் - உறைகலத்தை விட்டு வெளியே செல்லும்போது எலக்ட்ரானுக்கு இருக்கும் இயக்கவியல் ஆற்றலையும் கண்டுபிடிக்கவும். எலக்ட்ரானின் நிறை m, மின்சுமை q இரண்டும் தெரிந்துள்ளன.

மின்னியல் - உறைகலத்திலிருந்து வெளியே செல்லும்போது எலக்ட்ரானுக்குள்ள நேர் வேகத்தை v_2 எனக் குறிப்பிடுகிறேன். தகடுகள் வழியே எலக்ட்ரான் சீரானதொரு நேர் வேகத்துடன் செல்கிறது. மின்னியல் உறைகலத்தினுள்ளே செல்லும் நேரம் T-ஐக் கணக்கிடுவதற்கு இது உதவுகிறது:



படம் 95

$$T = \frac{L}{v_1 \cos \alpha_1}$$

தகடுகளுக்குச் செங்குத்தான எலக்ட்ரான் நேர் வேகத்தின் துவக்க, இறுதிப் பகுதி நேர்வேகங்கள், சீராக முடுக்கம் குறையும் இயக்கத்திற்கான, பழக்கமான சலனவியல்

தொடர்புடன் சம்பந்தப்பட்டிருப்பவையேயாகும் :

$$v_2 \sin\alpha_2 = v_1 \sin\alpha_1 - \frac{Eq}{m}T$$

$$= v_1 \sin\alpha_1 - \frac{Eq}{m}\ \frac{L}{v_1 \cos\alpha_1};$$

தகடுகளுக்கு இணையான பகுதி நேர்வேகம் மாருதிருக்கிறது ($v_1 \cos\alpha_1 = v_2 \cos\alpha_2$) என்பதைக் கணக்கில் எடுத்துக் கொண்டால், இதிலிருந்து

$$v_1 \cos\alpha_1 \tan\alpha_2 = v_1 \sin\alpha_1 - \frac{Eq}{m}\ \frac{L}{v_1 \cos\alpha_1}$$

என்பது கிடைக்கிறது. இச் சமன்பாட்டிலிருந்து மின்னியல்-உறைகலத்தின் புலத்தின் செறிவைக் கணக்கிடுகிறோம்:

$$E = (\tan\alpha_1 - \tan\alpha_2)\ \frac{m{v^2}_1 \cos^2\alpha_1}{qL} \qquad (147)$$

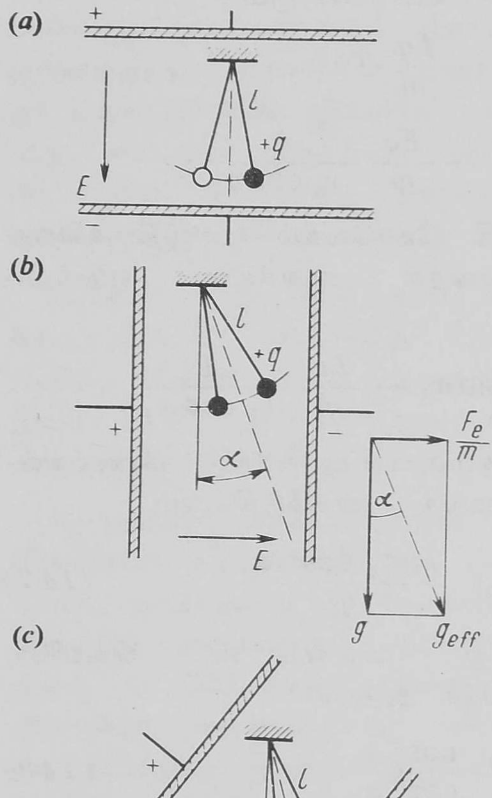
மின்னியல் - உறைகலத்திலிருந்து எலக்ட்ரான் வெளியே செல்லுகையில் அதற்குள்ள இயக்க ஆற்றல்

$$\frac{m{v^2}_2}{2} = \frac{m{v^2}_1}{2}\ \frac{\cos^2\alpha_1}{\cos^2\alpha_2} \qquad (148)$$

இப்போது எல்லாம் தெளிவாயிருக்கிறதா ?

மாணவன் 'ஏ' : ஆம் இப்போது, இத்தகைய கணக்குகளுக்கு எப்படி விடை கண்டுபிடிப்பது என்பதைத் தெரிந்து கொண்டேன்.

ஆசிரியர் : இணைத்தகடு - மின்னியல் - உறைகலம் ஒன்றினுள் வைக்கப்பட்டிருக்கும், மின்சுமையேற்றப்பட்ட தொங்கட்டானுடன் கூடிய ஊசலின் அதிர்வுகள் பற்றிய கணக்குகளும் சுவையானவையே. பின்வரும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்வோம். **தகடுகள் கிடைமட்டமாக வைக்கப்பட்டுள்ள இணைத்தகடு மின்னியல்-உறைகலம் ஒன்றினுள், l நீளமுள்ள மெல்லிய இழையினுல் q மின்சுமையும் m நிறையுமுள்ள ஒரு தொங்கட்டான் தொங்கவிடப் பட்டுள்ளது. மின்னியல்-உறைகலத்தின் புலச்செறிவு விசைக்கோடுகள் கீழ்நோக்கியுள்ளன (படம் 96a), அத்தகைய ஊசலின் அதிர்வு நேரத்தைக் கணக்கிடவும்.**



படம் 96

மாணவன் ‘பி’ : இக் கணக்கில் நிலைமின்புல விசைக் கோடுகளும் புவிஈர்ப்பு விசைக் கோடுகளும் ஒரே திசையில் இருப்பதால், ஈர்ப்பு முடுக்கம் g-க்குப் பதிலாக, $\left(g + \frac{Eq}{m}\right)$ என்னும் முடுக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையைப் பயன்படுத்தி, சாதாரண ஊசலுக்கான (75) சமன்பாட்டின் முடிவை உபயோகித்துக் கொள்ள முடியும். ஆக, நமக்குத் தேவையான அதிர்வு நேரம் :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{Eq}{m}}} \quad (149)$$

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரியே. சீரானதொரு நிலை மின் புலத்திலுள்ள இயக்கத்திற்கும் புவிஈர்ப்புப் புலத்திலுள்ள இயக்கத்திற்குமுள்ள ஒற்றுமையைப் புரிந்து பயன்படுத்த உனக்குத் தெரிந்திருந்தால், மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள கணக்கிற்கு விடைகாணுவது எளிது.

மாணவன் ‘ஏ’ : (149) சமன்பாடு அமைப்பில் (77) சமன்பாட்டையே ஒத்திருக்கிறது.

ஆசிரியர் : நீ சொல்வது முற்றிலும் உண்மையே. (77) சமன்பாட்டில் g-முடுக்கத்துடன் கூட்டப்பட்டுள்ள கூடுதல் (ஊசலின் அதிர்வு ஆராயப்பட்ட) தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பின்

முடுக்கத்தின் காரணமாக ஏற்பட்டது; (149) சமன்பாட்டிலோ, அது அதிகப்படியான ஒரு செயலெதிர்ச் செயல் இருப்பதனுல் ஏற்பட்டதாகும், அவ்வளவுதான்.

மின்னியல் – உறைகலத்தின் மீதுள்ள மின்சுமைகளின் குறி மாறினுல், (149) சமன்பாடு எங்ஙனம் மாறுதலடையும்?

மாணவன் 'ஏ': அப்போது, அதிர்வு நேரம் பின்வருமாறு இருக்கும்:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{Eq}{m}}} \qquad (150)$$

ஆசிரியர்: நல்லது. மின்னியல் - உறைகலத்தின் புலச் செறிவைப் படிப்படியாக உயர்த்தினுல் ஊசலுக்கு என்ன நேரும்?

மாணவன் 'ஏ': அதிர்வு நேரம் அதிகரிக்கும்; $E = mg/q$ என்னும் போது, அது முடிவிலிக்கு நெருங்கிவிடும். E அதிகரிப்பது மேலும் தொடர்ந்தால், இழையை மின்னியல் - உறைகலத்தின் மேல் தகட்டுடன் இணேக்காது, கீழ்த் தகட்டுடன் இணேக்கும்படி யாயிருக்கும்.

ஆசிரியர்: அப்போது, அதிர்வு நேரத்திற்கான சமன்பாடு எவ்வாறு அமையும்?

மாணவன் 'ஏ': சமன்பாடு பின்வரும் வடிவத்தில் இருக்கும்:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\frac{Eg}{m} - g}} \qquad (151)$$

ஆசிரியர்: நல்லது. இப்போது கணக்கை மேலும் சற்று சிக்கலுடையதாக்குவோம். **மின்னியல்—உறைகலத்தின் தகடுகள் கிடைமட்டமாக இல்லாமல் செங்குத்தாக இருக்கும் நிலேயில் அதனுள் வைக்கப்பட்டுள்ள மின்சுமையேற்றப்பட்ட தொங்கட்டானுடன் கூடிய ஊசலின் அதிர்வை ஆராய்வோம் (படம் 96*b*). இதில் g, (Eg/m) என்னும் முடுக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கின்றன. முன்புபோலவே, ஊசலின் அதிர்வு நேரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்: அதோடுகூட, ஊசல் சமநிலே நிலேயில் இருக்கும்போது, செங்குத் துக்கும் இழைக்குமிடையேயுள்ள கோணம் α-ஐயும் கணக்கிடவும்.**

17-01610

மாணவன் 'பி' : நூலின் இந்தப் பகுதியிலும், § 12-இலும் கவனித்த ஆய்வு முறையைக் கணக்கிலெடுத்துக் கொண்டு நான் உடனே பின்வரும் முடிவுகளுக்கு வர முடியும்: *(1)* அதிர்வு நேரத்தை, புவிஈர்ப்பு முடுக்கம், நிலைமின்புல முடுக்கம் - இவை இரண்டின் 'வெக்டர்' முறைக் கூட்டுத் தொகையான பயனுள்ள (effective) முடுக்கம் g_{eff} என்பதன் அளவில் குறிப்பிடலாம்; *(2)* இழையின் சமநிலைத் திசையும் மேற் குறிப்பிடப்பட்ட பயனுள்ள முடுக்கத்தின் 'வெக்ட'ரும் ஒன்ருயுள்ளன (இத்திசை படம் *96b*–இல் ஒரு பிரிகோட்டினுல் காட்டப்பட்டுள்ளது).

ஆக,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2}}} \qquad (152)$$

மற்றும்,

$$\tan\alpha = \frac{\frac{Eq}{m}}{g} \qquad (153)$$

ஆசிரியர் : நிரம்பச் சரி. இப்போது, இக் கணக்கின் பொது வடிவத்தை ஆராய்வது எளிதாயிருக்கும் என்று நினைக்கிறேன்: **மின்னியல் – உறைகலத்தின் தகடுகள் கிடைமட்டத்திற்கு β கோணத்தில் அமைந்துள்ளன; ஊசலின் அதிர்வு நேரத்தையும், ஊசல் இழையின் சமநிலைத் திசைக்கும் செங்குத்திற்குமிடையேயுள்ள கோணம் α-ஐயும் கண்டுபிடிக்கவும்.**

மாணவன் 'பி' : முந்தைய கணக்கில் போலவே, பயனுள்ள முடுக்கம் புவிஈர்ப்பு முடுக்கம், நிலைமின்புல முடுக்கம் இவற்றின் 'வெக்டர்' முறை கூட்டுத்தொகையாகும். இப் பயனுள்ள முடுக்கத்தின் திசையே ஊசல் இழையின் சமநிலை திசையாகும். முக்கோண கணிதவியலின் (Trigonometry) 'கொஸைன் விதி' யைப் பயன்படுத்திப் பயனுள்ள முடுக்கம் g_{eff}-ஐக் கணக்கிட முடியும்.

எனவே,

$$g_{eff}^2 = g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2 + 2g\,\frac{Eq}{m}\cos\beta$$

பிறகு

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2 + 2g\frac{Eq}{m}\cos\beta}}} \qquad (154)$$

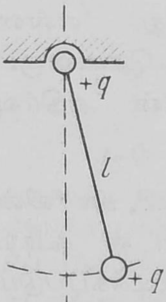
tan α–இன் மதிப்பைப் பின்வருமாறு கண்டுபிடிக்க முடியும்.

$$\tan\alpha = \frac{g_{\text{eff}}\,x}{g_{\text{eff}}\,y} = \frac{\frac{Eq}{m}\sin\beta}{g + \frac{Eq}{m}\cos\beta} \qquad (155)$$

ஆசிரியர்: உனது விடைகள் சரியே. $\beta = 0$ என்னும்போது, கிடைமட்டத் தகடுகளுக்குரிய விடைகளும், $\beta = 90°$ என்னும் போது செங்குத்துத் தகடுகளுக்குரிய விடைகளும் இவற்றிலிருந்து கிடைக்கின்றன என்பது தெளிவு. அவ்வாறுதானு என்பதைச் சோதித்து பார்க்கவும்.

மாணவன் 'பி': $\beta = 0$ என்ருல், $\cos\beta = 1$; $\sin\beta = 0$. அப்போது, (154) சமன்பாடு (149) சமன்பாடு ஆகிவிடுகிறது; மேலும் $\tan\alpha = 0$ (இழையின் சமநிலை நிலை செங்குத்தாயுள்ளது). $\beta = 90°$ என்ருல், $\cos\beta = 0$; $\sin\beta = 1$. அப்போது, (154) சமன்பாடு (152) சமன்பாடு ஆகவும், (155) சமன்பாடு (153) சமன்பாடு ஆகவும் மாறுகின்றன.

ஆசிரியர்: இணைத்தகடு - மின்னியல் உறைகலம் ஒன்றினுள் வைக்கப்பட்டுள்ள மின்சுமையேற்றப்பட்ட தொங்கட்டானுடன் கூடிய ஊசலின் அதிர்வு பற்றிய கணக்கை நன்ருகத் தெளிவுற ஆராய்ந்து விட்டோம் என நினைக்கிறேன்.



படம் 97

முடிவாக, இன்னொரு கணக்கு: **ஊசலின் இழை இணைக்கப்பட்டுள்ள இடத்தில் அதே அளவும் குறியுமுள்ள இன்னொரு மின்சுமை இருந்தால், மின்சுமையேற்றப்பட்ட தொங்கட்டானுடன் கூடிய ஊசலின் அதிர்வு நேரத்தைக் கணக்கிடவும்** (படம் 97). மின்னியல் - உறைகலங்கள் எவையும் இல்லை.

மாணவன் 'ஏ': குலூம்ப் விதிப்படி, தொங்கட்டான் இழை தொங்கவிடப்பட்டுள்ள இடத்திலிருந்து q^2/l^2 விசையுடன்

விலக்கித் தள்ளப்படும். இவ்விசை தொங்கட்டானுக்கு $q^2/(l^2m)$ முடுக்கத்தை அளிக்க வேண்டும். அதிர்வு நேரத்திற்கான சமன் பாட்டில் முடுக்கம் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளப்பட வேண்டும். ஆகவே,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{q^2}{l^2m}}} \qquad (156)$$

ஆசிரியர்: (மாணவன் 'பி'யினிடம்) இந்த முடிவை நீ ஒப்புக் கொள்கிருயா?

மாணவன் 'பி': இல்லை. (156) சமன்பாடு உண்மையாயிருக்க வேண்டுமானுல், முடுக்கம் $q^2/(l^2m)$ எப்போதும் கீழ்நோக்கியே செலுத்தப்பட வேண்டியது அவசியம். உண்மையில், ஊசல் சமநிலை நிலையில் இருக்கும்போது மட்டுமே அது அவ்வாறு செலுத்தப்படுகிறது. ஆக, (156) சமன்பாடு எந்த நிலையிலும் தவறு என்பது தெளிவு. ஆயினும், என்ஞல் சரியான விடையைக் கண்டுபிடிக்க முடியும் என்று தோன்றவில்லை.

ஆசிரியர்: (156) சமன்பாட்டில் உள்ள பிழையை நீ புரிந்துகொண்டிருக்கிருய் என்பதே ஒரு நல்ல அடையாளம். நமது கணக்கில், மின்விசை எப்போதும் இழையின் வழியிலேயே செலுத்தப்படுகிறது; எனவே, இழையின் எதிர்ச் செயலிஞல் இது ஈடுசெய்யப்பட்டுவிடுகிறது. இதிலிருந்து தெரிவது. என்ன வென்ருல், மின்விசை காரணமாக, சமநிலைக்குக் கொணரும் விசை எதுவும் உண்டாவதில்லை; எனவே, ஊசலின் அதிர்வு நேரத்தை அதஞல் பாதிக்க முடியாது.

மாணவன் 'பி': அதாவது, நமது எடுத்துக்காட்டில், ஊசலின் அதிர்வு நேரம், மின்சுமையில்லாத தொங்கட்டானுடன் கூடிய ஊசலுக்கான (75) சமன்பாட்டிஞலேயே கண்டுபிடிக்கப்படும் என்று பொருளா?

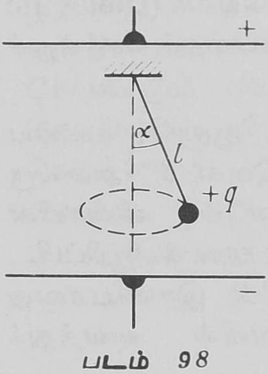
ஆசிரியர்: அதுவேதான். நாம் ஆராய்ந்து கொண்டிருக்கும் கணக்கில், மின்விசைகளின் புலம் சீராகயிருப்பதில்லை; எனவே, புவிஈர்ப்புப் புலத்தோடு ஒற்றுமை எதுவும் காணமுடியாது.

கணக்குகள் :

45. எலக்ட்ரான் ஒன்று இணைத்தகடு மின்னியல் உறைகலத்தினுள், தகடுகளுக்கு இணையான திசையிலும், 15 செ. மீ. நீளமுள்ள, நேரியல் ('பாஸிடிவ்') மின்னேற்றம் கொண்ட தகட்டிலிருந்து 4 செ. மீ. தொலைவில் நுழைகின்றது. மின்னியல்-உறைகலத்தின் செறிவு 500 V/m (வோல்ட்/மீட்டர்) ஆக இருந்தால், எலக்ட்ரான் இத் தகட்டின் மீது விழுவதற்கு எத்தனை நேரம் செல்லும்? எலக்ட்ரானின் நிறை 9×10^{-28} கிராம்; அதன் மின்சுமை 4.8×10^{-10}esu (நிலைமின் அலகுகள்).

46. எலக்ட்ரான் ஒன்று இணைத்தகடு-மின்னியல்-உறைகலத்தினுள் தகடுகளுக்கு இணையாக 3×10^{6} மீ/செ. நேர் வேகத்துடன் நுழைகிறது. எலக்ட்ரான், தகடுகளுக்கு $30°$ கோணத்தில் வெளியே செல்கிறது என்றால், மின்னியல்-உறைகலத்தின் புலச் செறிவைக் கண்டுபிடிக்கவும். தகடுகளின் நீளம் 20 செ.மீ. எலக்ட்ரானின் நிறையும் மின்சுமையும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன (45-ஆம் கணக்கைப் பார்க்கவும்).

47. E புலச் செறிவுள்ள இணைத்தகடு-மின்னியல் - உறைகலத்தினுள், l நீளமுள்ள இழையிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ள, m நிறையும் $+q$ மின்சுமையும் கொண்ட தொங்கட்டான் ஒன்று சீரான இயக்கத்துடன் ஒரு வட்டப் பாதையில் சுற்றுகிறது (படம் 98). இழையின் சாய்வுக் கோணம் α. இழையின் இழு விசையையும் தொங்கட்டானின் இயக்க ஆற்றலையும் கணக்கிடவும்.



படம் 98

48. m_1, m_2 நிறைகளும் $+q_1$, $+q_2$ மின்சுமைகளும் கொண்ட இரு உருண்டைகள் நிலைக்கப்பி ஒன்றின் மீதாகச் செல்லும் இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இத்தொகுப்பு முழுவதும், விசைக் கோடுகள் செங்குத்தாகக் கீழ் நோக்கிச் செலுத்தப்பட்டிருக்கும், E செறிவுள்ள சீரான நிலைமின்புலத்தில் வைக்கப்பட்டால், உருண்டைகளின் முடுக்கங்களையும், இழையின் இழு விசையையும் கணக்கிடவும். மின்சுமையேற்றப்பட்ட உருண்டைகளுக்கிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயலைப் புறக்கணிக்கவும்.

49. m நிறையும் $+q$ மின்சுமையும் உள்ள உருண்டை ஒன்று, விசைக்கோடுகள் செங்குத்தாக மேல் நோக்கியுள்ள சீரான நிலைமின்புலம் ஒன்றில் l நீளமுள்ள இழையின் நுனியில் சுற்றுகிறது. பந்து கீழ் நிலையிலிருக்கும் போதுள்ள இழையின் இழுவிசை அதன் எடையைவிட 10 மடங்காக இருக்க வேண்டும் என்றால், அது மேல் நிலையிலிருக்கும்போது எவ்வளவு கிடைமட்ட நேர்வேகம் அதற்கு அளிக்கப்பட வேண்டும்?

§ 26

குலூம்ப் விதியை உங்களால் பயன்படுத்த முடியுமா ?

ஆசிரியர் : குலூம்ப் விதியை மேலும் விரிவாகவும், அவ்விதியைப் பயன்படுத்துவதுடன் தொடர்புள்ள கணக்குகளையும் கவனிப்போம். முதன் முதலில், குலூம்ப் விதியைக் கூறவும்.

மாணவன் 'ஏ' : இரு மின்சுமைகளுக்கிடையேயுள்ள செயலெதிர்ச் செயல் விசை, மின்சுமைகளின் பெருக்குத் தொகைக்கு நேர்விகிதத்திலும், அவற்றுக்கிடையேயுள்ள தொலைவின் வர்க்கத்திற்கு எதிர் விகிதத்திலும் உள்ளது.

ஆசிரியர் : நீ கூறியது முழுமையற்றதாயுள்ளது; சில விவரங்களை விட்டுவிட்டாய்.

மாணவன் 'பி' : ஒருகால், செயலெதிர்ச்செயல் விசை ஊடகத்தின் மின்கடவா இடைப்பொருள் நிலையெண் (**Dielectric constant**) K_e-க்கு எதிர்விகிதத்தில் உள்ளது என்பதைச் சேர்த்துச் சொல்ல வேண்டும்போலும்.

ஆசிரியர் : அதைச் சொல்வது தவறாகாது. ஆனால், முக்கியமாக விட்டுவிட்டது அதையல்ல. விசை ஒரு 'வெக்டர்' அளவுரு என்பதை மீண்டும் மறந்துவிட்டீர்கள். எனவே, விசையின் அளவறுதியைச் சொல்லும் போது, அதன் திசையைக் குறிப்பிட மறந்துவிட வேண்டாம் (§ 4-இல் நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியைப் பற்றி நாம் ஆராய்ந்ததை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும்).

மாணவன் 'ஏ' : இப்போது எனக்கு விளங்குகிறது. மின்சுமைகளுக்கிடையே உள்ள செயலெதிர்ச்செயல் விசை அம் மின்சுமைகளை இணைக்கும் கோடு வழியாக இயங்குகிறது என்னும் விவரத்தைச் சேர்த்துக் கொள்ள வேண்டும் என்பதைத் குறிப்பிடுகிறீர்களா?

ஆசிரியர் : அது போதாது. ஒரு கோட்டிற்கு இரு திசைகள் இருக்கின்றனவே.

மாணவன் 'ஏ': அப்போது, மின்சுமைகள் ஒரே குறியுள்ளன வாயிருந்தால் அவை விலகுகின்றன என்றும், எதிர்க் குறியுள்ளன வாயிருந்தால் அவை கவர்கின்றன என்றும் நாங்கள் சொல்ல வேண்டும்.

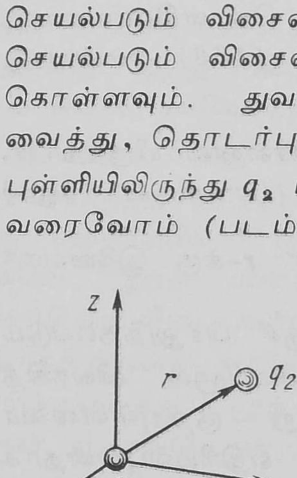
ஆசிரியர்: நல்லது. இப்போது இவை அனைத்தையும் சேர்த்தால், குலூம்ப் விதியின் முழுமையான கூற்று கிடைக்கும். இவ்விதி புள்ளி மின்சுமைகளுக்கிடையே உள்ள செயலெதிர்ச் செயலைக் குறிக்கிறது என்று சொல்வதிலும் தவறில்லை.

மாணவன் 'பி': இந்த விதி பற்றிய முழு விவரங்களையும் கொண்ட வகையில் குலூம்ப் விதியின் சமன்பாட்டை எழுத முடியுமா? இதன் சாதாரண வடிவமான

$$F = B\,\frac{q_1 q_2}{K_e r^2} \qquad (157)$$

என்பது விசையின் திசையைப் பற்றி எதையும் குறிப்பிடுவ தில்லையே.

ஆசிரியர்: குலூம்ப் விதியை இவ்வடிவில் எழுதமுடியும். இதற்கு, எந்த விசையைக் குறிப்பிடுகிறோம் என்பதை முதலில் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். q_1 மின்சுமை q_2 மின்சுமையின் மீது செயல்படும் விசையை (q_2 மின்சுமை q_1 மின்சுமையின் மீது செயல்படும் விசையை அல்ல) நாம் குறிப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும். துவக்கத்தை q_1 மின்சுமை இருக்கும் இடத்தில் வைத்து, தொடர்பு அச்சுகளை அமைப்போம். பிறகு, துவக்கப் புள்ளியிலிருந்து q_2 மின்சுமை உள்ள இடத்திற்கு 'வெக்டர்' $\bar{r}$–ஐ வரைவோம் (படம் 99). இந்த 'வெக்டர்' q_2 மின்சுமையின் ஆர 'வெக்டர்' எனப்படுகிறது. இப்போது, குலூம்ப் விதிக்கான முழுச் சூத்திரம் வருமாறு:



படம் 99

$$\vec{F} = B\,\frac{q_1 q_2}{K_e r^3}\,\vec{r}\,. \qquad (158)$$

இதில் B என்பது அலகுத் தொகுதியைத் தேர்ந்தெடுப்பதைச் சார்ந்திருக்கிறது.

மாணவன் 'ஏ': ஆனால், இந்தச் சமன்

பாட்டில், விசையானது மின்சுமைகளுக்கிடையேயுள்ள தொலைவின் வர்க்கத்திற்கு அல்லாது கனத்திற்கு எதிர்விகிதத்தில் இருக்கிறதே!

ஆசிரியர் : இல்லவே இல்லை. 'வெக்டர்' $\vec{r}/r$ எண்மான மதிப்பில் ஒன்றுக்கு (பரிமாணங்கள் அல்லது அளவுகள் அற்ற ஒன்றுக்கு!)ச் சமமாகும். அது அலகு 'வெக்டர்' **(Unit vector)** என்று அழைக்கப்படுகிறது. திசையைக் குறிப்பதற்கு மட்டுமே அது பயன்படுகிறது.

மாணவன் 'ஏ' : குலூம்ப் விதியை எழுது என்றால் *(158)* சமன்பாட்டை மட்டும் எழுதினால் போதும் என்று நீங்கள் சொல்கிறீர்களா? வேறு எதையும் குறிப்பிட வேண்டாமா?

ஆசிரியர் : சமன்பாட்டிலுள்ள குறிமான முறையை **(notation)** விளக்கினால் மட்டும் போதும்.

மாணவன் 'ஏ' : *(158)*-க்குப் பதிலாக *(157)* சமன்பாட்டை நான் எழுதினால் என்ன?

ஆசிரியர் : அப்போது, குலூம்ப் விசையின் திசையை எழுத்து மூலமாக நீ விளக்கிக் குறிப்பிட வேண்டியிருக்கும்.

மாணவன் 'ஏ' : மின்சுமைகள் கவர்ந்து கொள்கின்றனவா, அல்லது விலகிப் போகின்றனவா என்பதை *(158)* சமன்பாடு எவ்வாறு காண்பிக்கிறது?

ஆசிரியர் : மின்சுமைகள் ஒரே குறியுள்ளனவாயிருந்தால், பெருக்குத் தொகை q_1q_2 நேரியல்புள்ளதாக ('பாஸிடிவ்' ஆக) இருக்கும்; இதில் 'வெக்டர்' $\vec{F}$ 'வெக்டர்' $\vec{r}$-க்கு இணையாக இருக்கும். 'வெக்டர்' $\vec{F}$ q_2 மின்சுமைக்குச் செலுத்தப்படும் விசையாகும்; q_2 மின்சுமை q_1 மின்சுமையினால் விலக்கித் தள்ளப்படுகிறது. மின்சுமைகள் வெவ்வேறு குறியுள்ளனவாயிருந்தால், பெருக்குத்தொகை q_1q_2 எதிரியல்புள்ளதாக ('நெகடிவ்' ஆக) இருக்கும்; 'வெக்டர்' $\vec{F}$ 'வெக்டர்' $\vec{r}$-க்கு எதிர்-இணையாக இருக்கும். அதாவது, q_2 மின்சுமை q_1 மின்சுமையினால் கவர்ந்திழுக்கப்படும்.

மாணவன் 'ஏ' : B என்னும் உறுப்பைப் (**Term, factor**) பற்றி நாங்கள் என்ன தெரிந்துகொள்ள வேண்டும் என்பதைப் பற்றிச் சொல்லுங்கள்.

ஆசிரியர் : இது அலகுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதைப் பொறுத்திருக்கிறது. தனிநிலை (**Absolute**) நிலைமின் அலகுகள் (**Cgse**) முறையை நீங்கள் பயன்படுத்தினல் $B = 1$; சர்வதேச அலகுகள் (**SI**) முறையை (**International system of units**)ப் பயன்படுத்தினல் $B = 1/(4\pi\epsilon_0)$; இதில், $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ **coul²/N–m²** (குலூம்ப்²/நியூட்டன்-m²).

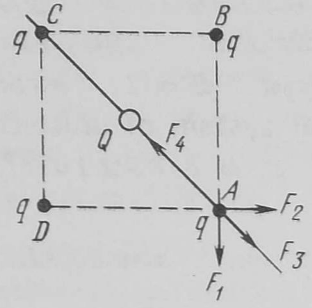
குலூம்ப் விதியோடு தொடர்புள்ள சில கணக்குகளை இப்போது போடுவோம்.

கணக்கு *1.* **ஒரே மாதிரியான நான்கு** q **மின்சுமைகள் ஒரு சதுரத்தின் நான்கு மூலைகளில் இருக்கின்றன. மின்சுமைகளின் இத் தொகுதி சமநிலையில் இருக்க வேண்டும் என்றால், எதிர்க்குறியுள்ள எந்த அளவு மின்சுமை** Q **சதுரத்தின் மையத்தில் வைக்கப்பட வேண்டும்?**

மாணவன் 'ஏ' : ஐந்து மின்சுமைகளுள் நான்கு தெரிந்தவை; ஒன்று தெரியாதது. இத் தொகுதி சமநிலையில் இருப்பதால், ஐந்து மின்சுமைகளுள் ஒவ்வொன்றின்மீதும் செயல்படும் விசைகளின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும். அதாவது, ஐந்து மின்சுமைகளில் ஒவ்வொன்றின் சமநிலையையும் நாம் கவனிக்க வேண்டும்.

ஆசிரியர் : அது மிகையானது. Q மின்சுமையின் அளவு எதுவாயிருந்தாலும், அதன் வடிவவியல் நிலையைப் பொறுத்து அது சமநிலையில் இருப்பதை நீ எளிதில் பார்க்க முடியும். ஆகவே, இந்த மின்சுமையின் சமநிலைக்கான நிபந்தனையினல் கணக்கிற்கு விடை கண்டுபிடிப்பதற்கு எந்த உதவியும் கிடையாது. சதுரத்திற்குள்ள சமச்சீரமைப்பு காரணமாக, எஞ்சியுள்ள நான்கு q மின்சுமைகளும் முற்றிலும் சமமானவை. எனவே, இச்சுமைகளுள் ஏதாவதொன்றின், அது எதுவாயிருந்தாலும் சரி, சமநிலையை ஆராய்ந்தால் போதும். எடுத்துக்காட்டாக, A புள்ளியில் உள்ள மின்சுமையை எடுத்துக் கொள்வோம் (படம் 100). இம் மின்சுமையின்மீது செயல்படும் விசைகள் எவை எவை?

மாணவன் 'ஏ' : B-இல் உள்ள மின்சுமையிலிருந்து விசை F_1 D-இல் உள்ள மின்சுமையிலிருந்து விசை F_2, மற்றும் இறுதியாக, சதுரத்தின் மையத்தில் இருக்கும், நாம் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய மின்சுமையிலிருந்து கிடைக்கும் விசை.



படம் 100

ஆசிரியர் : ஒரு நிமிஷம். C-இல் உள்ள மின்சுமையை நீ ஏன் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்ளவில்லே?

மாணவன் 'ஏ' : ஆனுல், அது சதுரத்தின் மையத்திலுள்ள மின்சுமையினுல் மறைக்கப்பட்டிருக்கிறதே.

ஆசிரியர் : இது ஒரு புரியாத தவறு. மின்சுமைகளின் தொகுதி ஒன்றில் ஒவ்வொரு மின்சுமையும் பிற மின்சுமைகள் அனைத்தின் விசைகளுக்கும், விலக்கு எதுவுமின்றி, உட்பட்டுள்ளது என்பதை நினைவில் வைத்துக்கொள். எனவே, C புள்ளியிலுள்ள மின்சுமையிலிருந்து A புள்ளியிலிருக்கும் மின் சுமைமீது செயல்படும் F_3 விசையையும் நீ சேர்த்துக் கொள்ள வேண்டும். விசைகளின் இறுதியான படம் படம்100-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

மாணவன் 'ஏ' : இப்போது எல்லாம் தெளிவாக இருக்கிறது. AC திசையைத் தேர்ந்தெடுத்துக்கொண்டு, இத் திசையில் A புள்ளியில் உள்ள மின்சுமையின் மீது செலுத்தப்படும் எல்லா விசைகளேயும் குறிக்கின்றேன். இவ்விசைகள் எல்லாவற்றின் இயற் கணிதவியல் தொகை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும், அதாவது,

$$F_4 = 2F_1 \cos 45^\circ + F_3$$

சதுரத்தின் பக்கத்தை a என்று குறிப்பிட்டால், இச் சமன் பாட்டை பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம்:

$$\frac{Qq}{\frac{a^2}{2}} = \sqrt{2}\,\frac{q^2}{a^2} + \frac{q^2}{2a^2}$$

எனவே,

$$Q = \frac{q}{4}\left(2\sqrt{2} + 1\right) \qquad (159)$$

ஆசிரியர் : முழுவதும் சரி. மின்சுமைகளின் இத் தொகுதியின் சமநிலை நிலையானதாக இருக்குமா?

மாணவன் 'பி' : இல்லை; இது நிலையானதாக இராது. இது ஒரு நிலையற்ற சமநிலை. மின்சுமைகளுள் ஏதாவதொன்று சற்றே நகர்ந்தாலும், எல்லா மின்சுமைகளும் நகரத் தொடங்கி, தொகுதி கலைந்துவிடும்.

ஆசிரியர் : நீ கூறியது சரி. நிலையான மின்சுமைகள் நிலையான சமநிலையில் இருக்கும் வகையில் அவற்றை அமைப்பது சாத்தியமே இல்லை.

கணக்கு 2. **ஒரே நிறை, ஒரே ஆரம், ஒரே மின்சுமை ஆகியவை கொண்ட இரண்டு கோளக வடிவப் பந்துகள் ஒரே புள்ளியில் இணைக்கப்பட்ட ஒரே நீளமுள்ள இழைகளினால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன; இப் பந்துகள் K_e மின்கடவாப் பொருள்நிலை எண்ணும் ρ_0 அடர்த்தியும் உள்ள ஒரு திரவ மின்கடவாப் பொருளில் அமிழ்ந்துள்ளன. பந்துகளில் அடர்த்தி ρ எந்த அளவுள்ளதாயிருந்தால், வளி, மின்கடவாப் பொருள், இரண்டிலும் இழைகளின் விலகு கோணங்கள் சமமாயிருக்கும் ?**

மாணவன் 'பி' : இழைகளின் விலக்கத்திற்குக் காரணம் குலூம்ப் விதிப்படி பந்துகள் விலகித் தள்ளப்படுவதாகும். F_{e1} வளியில் ஏற்படும் குலூம்ப் விலக்கத்தையும் F_{e2} மின்கடவாப் பொருளில் ஏற்படும் குலூம்ப் விலக்கத்தையும் குறிப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம்.

ஆசிரியர் : இவ் விசைகள் எவ்வகையில் மாறுபடுகின்றன?

மாணவன் 'பி' : கணக்கில் கூறப்பட்டுள்ள நிபந்தனைகளின் படி, இழைகளின் விலகுகோணங்கள் இருபொருள்களிலும் ஒன்றாயிருப்பதால், பந்துகளுக்கிடையேயுள்ள தொலைவுகளும் ஒன்றாகவே இருக்கவேண்டும். எனவே, F_{e1}, F_{e2} என்னும் விசைகளுக்கிடையேயுள்ள வேறுபாட்டிற்குக் காரணம் மின்கடவாப் பொருள்நிலை எண்ணே ஆகும்.

ஆகவே,

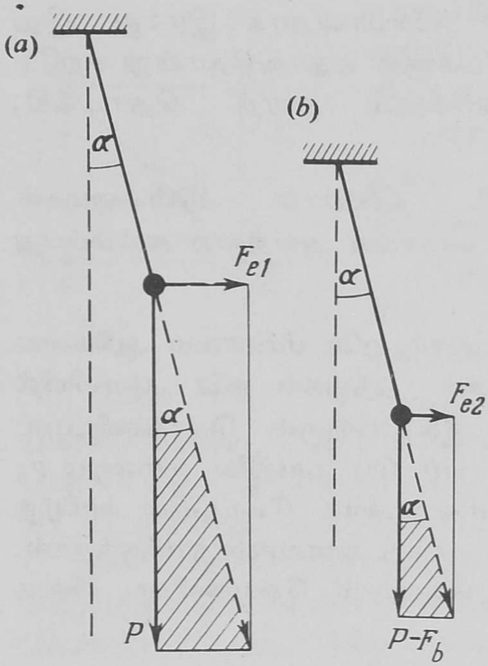
$$F_{e1} = K_e F_{e2} \qquad (160)$$

பந்துகள் வளியில் இருக்கும்போதுள்ள நிலையைக் கவனிப்

போம். பந்துகள் சமநிலையில் இருப்பதால், F_{e1} விசை, எடை இவற்றின் 'வெக்டர்' கூட்டுத் தொகை இழையின் வழியே செலுத்தப்பட வேண்டும் என்று தீர்மானிக்க முடியும்; ஏன் எனில், அவ்வாறு இல்லா விட்டால், அது இழையின் எதிர்ச் செயலினல் ஈடுசெய்யப் பட முடியாது (படம் *101 a*). எனவே,

$$\frac{F_{e1}}{P} = \tan \alpha$$

இதில், α, இழைக்கும் செங்குத் திற்குமிடையேயுள்ள கோண மாகும். பந்துகள் மின்கடவாப் பொருளினுள் அமிழ்ந்திருக்கும் போது, F_{e1} விசைக்குப் பதிலாக F_{e2} விசையையும் எடை P-க்குப் பதிலாக $(P-F_b)$-ஐயும் (இங்கு F_b மிதப்பு விசையாகும்) பயன் படுத்த வேண்டும். ஆயினும் இந்தப் புதிய விசைகளின் தகவு, முன்போலவே, $\tan \alpha$-க்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும் (படம் *101 b*). ஆகவே,



படம் 101

$$\frac{F_{e2}}{P-F_b} = \tan \alpha$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளிலிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது

$$\frac{F_{e1}}{P} = \frac{F_{e2}}{P-F_b}$$

(160) சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தியும், $P = Vg\rho$; $F_b = Vg\rho_0$ என்பவற்றைக் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டும் நாம் பின்வரும் சமன்பாட்டை எழுதமுடியும் :

$$\frac{K_e}{\rho} = \frac{1}{\rho-\rho_0}$$

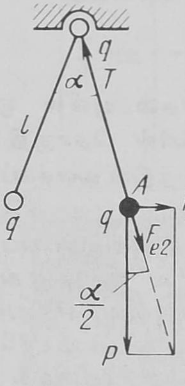
இதிலிருந்து நமக்கு வேண்டிய பந்துப் பொருளின் அடர்த்தி கிடைக்கிறது :

$$\rho = \frac{\rho_0 K_e}{K_e - 1} \qquad (161)$$

ஆசிரியர் : உனது விடை சரியானது.

கணக்கு 3. **ஒரே மாதிரியாக மின்சுமையேற்றப்பட்ட, m நிறையுள்ள இரு தொங்கட்டான்கள் l நீளமுள்ள இழைகளினுல் ஒரே புள்ளியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அவை தொங்கவிடப்பட்டுள்ள இடத்தில் அதே மின்சுமையுள்ள மூன்றுவது உருண்டை ஒன்று இருக்கின்றது** (படம் 102). **சமநிலையில் இழைகளுக்கிடையேயுள்ள கோணம் α-க்குச் சமமாயிருந்தால் தொங்கட்டான்கள், உருண்டை- இவற்றுக்குள்ள மின்சுமை q-வைக் கணக்கிடவும்.**

மாணவன் 'பி' : தொங்கட்டான் A-ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். நான்கு விசைகள் அதன் மீது செலுத்தப்படுகின்றன (படம் 102). தொங்கட்டான் சமநிலையில் இருப்பதால், இவ் விசைகளை இருதிசைகளில் பகுக்கலாம்...



படம் 102

ஆசிரியர் (குறுக்கிட்டு) : இக்கணக்கில் மேலும் எளிமையான வழி ஒன்று இருக்கிறது. தொங்கு தானத்திலுள்ள மின் சுமை காரணமாக ஏற்படும் விசைக்கு இழையின் சமநிலையின் மீது எந்த விதமான பாதிப்பும் இல்லை: F_{e_2} விசை இழையின் திசையில் செயல்படுகிறது; எந்த நிலையிலும் அது இழையின் எதிர்ச் செயலினுல் ஈடு செய்யப் பட்டுவிடுகிறது. எனவே, இழையின் தொங்கு தானத்தில் மின்சுமை எதுவும் இல்லை என்று வைத்துக் கொண்டே இக் கணக்கைப் போடலாம்.

மாணவன் 'பி' : அவ்வாருயின் F_{e_2} விசையைப் புறக்கணித்து விடுவோம். F_{e1}, P விசைகளின் 'வெக்டர்' கூட்டுத்தொகை இழையின் வழியே செயல்பட வேண்டும் ஆதலால்,

$$\frac{F_{e1}}{P} = \tan\frac{\alpha}{2} \qquad (162)$$

ஆசிரியர் : இதில், முடிவு தொங்குதானத்தில் மின்சுமை இருப்பதையோ இல்லாததையோ பொறுத்திருக்கவில்லை என்பதைக் கவனிக்கவும்.

மாணவன் 'பி' : $F_{e1} = \dfrac{q^2}{4l^2 \sin^2 \dfrac{\alpha}{2}}$

எனவே, (162) சமன்பாட்டிலிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது:

$$\frac{q^2}{4l^2 mg \sin^2 \dfrac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

ஆகவே, நமக்குத் தேவையான மின்சுமை

$$q = 2l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{mg \tan \frac{\alpha}{2}} \qquad (163)$$

ஆசிரியர் : உனது விடை சரியே.

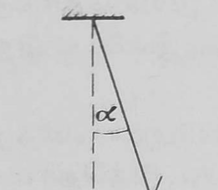
மாணவன் 'ஏ' : தொங்குதானத்தில் மின்சுமை இருப்பதற்கு எப்போது பொருள் இருக்கும்?

ஆசிரியர்: எடுத்துக்காட்டாக, இழையின் இழுவிசையைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டியிருந்தால், அது இருப்பதைக் கணக்கி லெடுத்துக் கொள்ள வேண்டியிருக்கும்.

கணக்குகள்

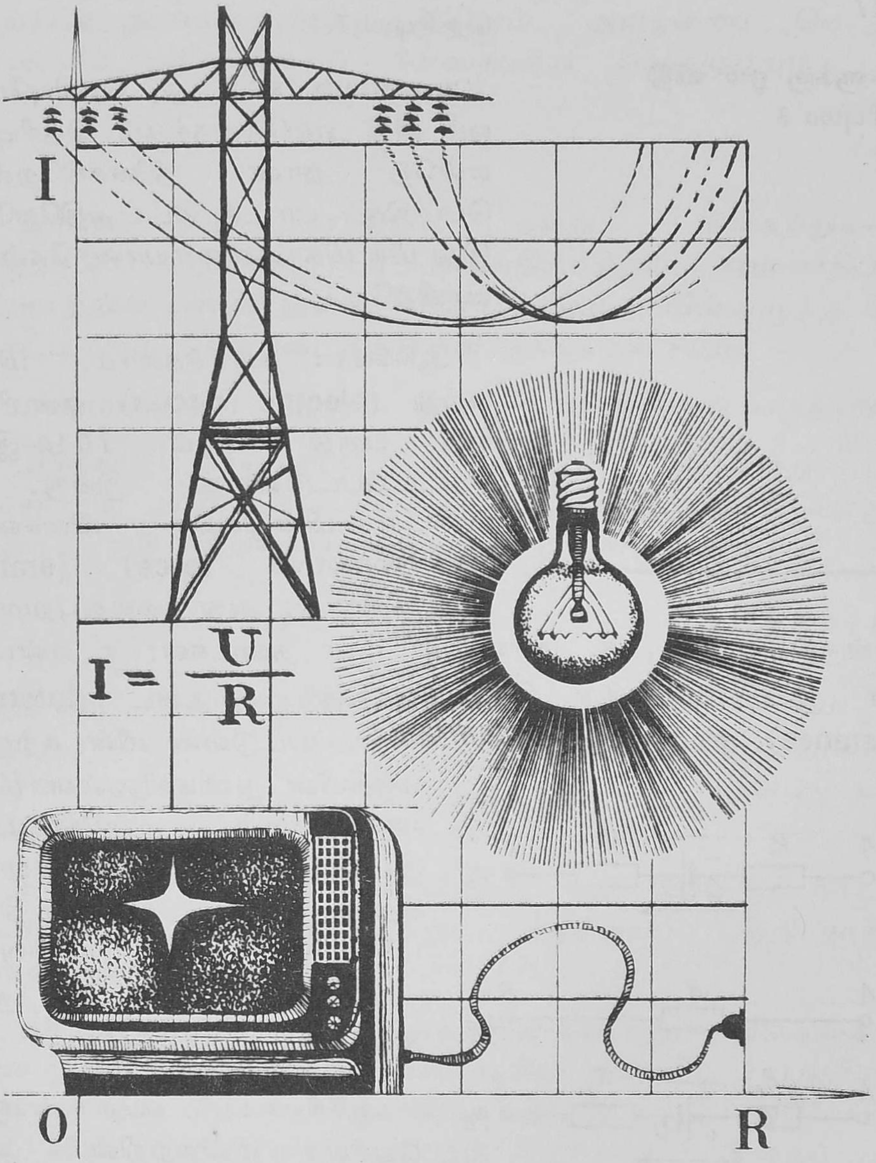
50. சம அறுகோணம் ஒன்றின் மூலைகளில் $+q$ மின்சுமையுள்ள ஒரே மாதிரியான மின்சுமைகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. மின்சுமைகளின் தொகுதி சம நிலையில் இருக்க வேண்டும் என்றால், அறுகோணத்தின் மையத்தில் வைக்கப்பட வேண்டிய மின்சுமை எதுவாயிருக்க வேண்டும்?

51. l நீளமுள்ள இழையிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டிருக்கும், m நிறையும் q மின்சுமையுமுள்ள ஒரு தொங்கட்டான், அதன் மின்சுமைக்குச் சரிசமமாயுள்ள நிலையான மின்சுமை ஒன்றைச் சுற்றி வருகிறது (படம் 103). இழைக்கும் செங்குத்திற்குமிடையேயுள்ள கோணம் α. தொங்கட்டானின் சீரான சுழற்சியின் கோண நேர் வேகத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



படம் 103

52. m நிறையும் q மின்சுமையும் உள்ள கோளக வடிவத் தொங்கட்டான் ஒன்று, l நீளமுள்ள இழையின் நுனியில் செங்குத்துத் தளத்தில் சுற்ற முடியும். சுற்றும் தொங்கட்டானின் மின்சுமைக்குள்ள அதே குறியும் அளவும் கொண்ட மின்சுமையுடைய இரண்டாவது உருண்டை ஒன்று சுழற்சிப் பாதையின் மையத்தில் இருக்கிறது. தொங்கட்டான் கீழ்நிலையில் இருக்கும்போது, அது ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றுவதற்கு, அதற்குச் செலுத்தப் படவேண்டிய குறைந்தபட்சக் கிடைமட்ட நேர்வேகம் எவ்வளவாயிருக்க வேண்டும்?



மின்னோட்டங்கள் நமது அன்றாட வாழ்வோடு ஒன்றிணைந்த பகுதியாகி விட்டன; எனவே, ஓம் விதி, (ohm's law) ஜௌல்-லென்ஸ் விதி (Joule-Lenz law) இவற்றின் முக்கியத்துவம் குறித்துத் தனியே குறிப்பிட வேண்டியதில்லை. ஆனால் இந்த விதிகளைப்பற்றி உங்களுக்கு எவ்வளவு நன்றாகத் தெரியும்?

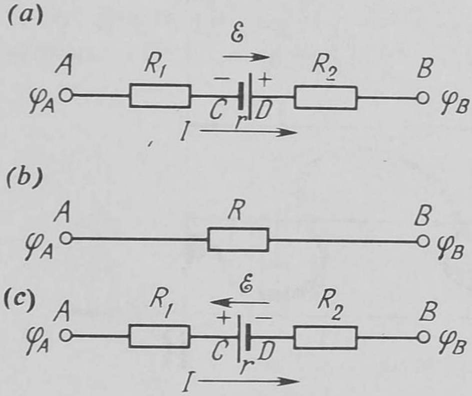
§ 27

உங்களுக்கு ஓம் விதி தெரியுமா ?

ஆசிரியர் : உங்களுக்கு ஓம் விதி தெரியுமா?

மாணவன் 'ஏ' : ஓ, தெரியுமே. ஓம் விதி எல்லோருக்கும் தெரியும் என்றே நான் நினைக்கிறேன். பௌதிகப் பாடத் திட்டத்திலேயே இது மிக மிக எளிமையான கேள்வி யாயிற்றே.

ஆசிரியர் : பார்க்கலாம். மின் சுற்று (electric circuit) ஒன்றின் ஒரு பகுதி படம் 104*a*–இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு, $\mathcal{E}$ என்பது மின்இயக்கு விசையை (electromotive force) (emf)க் குறிக்கின்றது; அது வலதுபுறமாக இயங்குகிறது; R_1, R_2 இரண்டும் மின் தடைகள்; r என்பது மின் இயக்குவிசையின் இருப்பிடத்தின் உள்தடை (internal resistance); φ_A, φ_B இரண்டும் காட்டப்பட்டுள்ள மின் சுற்றுப் பகுதியின் நுனிகளிலுள்ள மின் னழுத்தங்கள். மின்னோட்டம் இடமிருந்து வலமாகப் பாய் கிறது. மின்னோட்டத்தின் மதிப்பு I-ஐக் கண்டுபிடிக்கவும்.



படம் 104

மாணவன் 'ஏ' : ஆனால், மின் சுற்று திறந்திருக்கிறதே!

ஆசிரியர் : ஏதோ ஒரு பெரிய மின்சுற்றின் ஒரு பகுதியை மட்டுமே கவனிக்கும் படி சொன்னேன். மின் சுற்றின் எஞ்சிய பகுதியைப்பற்றி உனக்கு ஒன்றும் தெரியாது. தெரிய வேண்டியதுமில்லை; ஏன் எனில், மின்சுற்றின் இப் பகுதியின் நுனிகளின் மின்னழுத்தங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மாணவன் 'ஏ': இதற்கு முன், மூடிய மின்சுற்றுக்களைப் பற்றியே நாங்கள் படித்திருக்கிறோம். அவற்றைப் பொறுத்த வரையில், ஓம் விதியைப் பின்வருமாறு எழுதமுடியும்.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \qquad (164)$$

ஆசிரியர்: நீ சொல்வது தவறு. மின்சுற்றுக்களின் பகுதிகளைப் பற்றியும் நீ படித்திருக்கிறாய். ஓம் விதிப்படி, மின்சுற்றின் பகுதியிலுள்ள மின்னோட்டம், மின்னழுத்த வேறு பாட்டிற்கும் மின்தடைக்குமுள்ள தகவுக்குச் சமம்.

மாணவன் 'ஏ': ஆனால், இது ஒரு மின்சுற்றுப் பகுதியா?

ஆசிரியர்: நிச்சயமாக. அத்தகைய பகுதி ஒன்று படம் 104*b*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இப் பகுதியைப் பொறுத்த வரை, ஓம் விதியைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்:

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} \qquad (165)$$

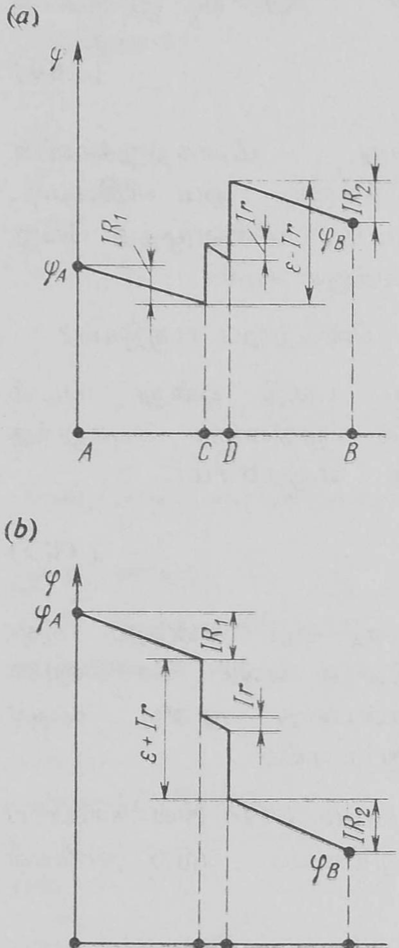
பகுதியின் நுனிகளுக்கிடையேயுள்ள $(\varphi_A - \varphi_B)$ என்னும் மின்னழுத்த வேறுபாடு என்பதற்குப் பதிலாக எளிய சொல்லான ''மின்னழுத்தம்'' (வோல்டேஜ்) என்பதை முன்பு பயன்படுத்தினாய்; அதை V என்றும் குறிப்பிட்டாய்.

மாணவன் 'ஏ': எப்படியாயினும், படம் 104*a*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோன்ற மின்சுற்றுப் பகுதியைப் பற்றி நாங்கள் படித்ததில்லை.

ஆசிரியர்: ஆக, மூடிய மின்சுற்றின் சில சிறப்பு நிலைகளுக்கும், மின்இயக்குவிசை இல்லாத மிக எளிய மின்சுற்றுப் பகுதிக்கும் உனக்கு ஓம் விதிபற்றி தெரியும். ஆயினும், பொதுநிலைக்கான ஓம் விதி பற்றி உனக்கு ஒன்றும் தெரியாது. இதைப் பற்றி இப்போது நாம் சேர்ந்து ஆலோசிப்போம்.

ஒரு மின்சுற்றின் குறிப்பிட்ட ஒரு பகுதியில் மின்னழுத்தத்தில் ஏற்படும் மாறுதலைப் படம் 105 *a* காட்டுகிறது. மின்னோட்டம் இடமிருந்து வலமாகப் பாய்கிறது; எனவே, மின்னழுத்தம் *A*–இலிருந்து *C*–க்கு வரும்போது இறங்குகிறது.

R_1 மின்தடைக்குக் குறுக்கேயுள்ள மின்னழுத்தக் குறைவு IR_1-க்குச் சமம். மேலும், ஒரு கால்வனி மின்கலத்தின் (Galvanic cell) தகடுகள் C, D இடங்களில் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். இப் புள்ளிகளில் மின்னழுத்தத் திடீர் மாறுதல்கள் மேல் நோக்கி நிகழ்கின்றன. (அதாவது, மின்னழுத்தம் திடீரென அதிகரிக்கிறது); இம் மாறுதல்களின் கூட்டுத் தொகை (emf) மின் இயக்குவிசை எனப்படுகிறது; அது $\mathscr{E}$-க்குச் சமமாயுள்ளது. C, D இருபுள்ளிகளுக்குமிடையில் மின்னழுத்தம் மின்கலத்தின் உள்தடைக்குக் குறுக்கே குறைகிறது; இந்தக் குறைவு Ir-க்குச் சமம். கடைசியாக, R_2 மின்தடைக்குக் குறுக்கே நிகழும் மின்னழுத்தக் குறைவு IR_2. இப்போது, மின்சுற்றின் இப்பகுதியின் எல்லா மின்தடைகளுக்குக் குறுக்கே ஏற்படும் மின்னழுத்தக் குறைவுகளின் கூட்டுத்தொகையிலிருந்து அதிக அளவுக்கு மாறும் மின்னழுத்த மாறுதலைக் கழித்தால், மீதம் V-க்குச் சமமாகும். மின்சுற்றுப் பகுதியின் நுனிகளுக்கிடையேயுள்ள மின்னழுத்த வேறுபாடு பற்றியே நாம் ஆராய்கிறோம். எனவே,



படம் 105

$$I(R_1 + R_2 + r) - \mathscr{E} = \varphi_A - \varphi_B$$

இதிலிருந்து, மின்னோட்டத்திற்கான தொடர்பு, அதாவது, மின்சுற்றின் கொடுக்கப்பட்ட பகுதிக்கான ஓம் விதி நமக்குக் கிடைக்கிறது :

$$I = \frac{\mathscr{E} + (\varphi_A - \varphi_B)}{R_1 + R_2 + r} \qquad (166)$$

இந்தச் சமன்பாட்டிலிருந்து உனக்குப் பழக்கமான சிறப்புநிலைகளை எளிதில் பெறலாம். மின்இயக்குவிசை (emf) இல்லாத நிரம்பவும் எளிமையான பகுதியை எடுத்துக் கொண்டால், $\mathscr{E} = 0$; $r = 0$. எனவே, *(166)* சமன்பாடு பின்வருமாறு மாறுகிறது:

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R_1 + R_2}$$

இச் சமன்பாடு சமன்பாடு *(165)*-ஐ ஒத்திருக்கிறது. மூடிய மின்சுற்று வேண்டும் என்றால், பகுதியின் *A*, *B* நுனிகளை இணைக்க வேண்டும். அதாவது $\varphi_A = \varphi_B$. அப்போது,

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + r}$$

இது *(164)* சமன்பாட்டை ஒத்திருக்கிறது.

மாணவன் 'ஏ' : உண்மையிலேயே எனக்கு ஓம் விதி தெரியவில்லை என்பது இப்போது எனக்குத் தெரிகிறது.

ஆசிரியர் : திட்டமாகச் சொல்ல வேண்டும் என்றால், சிறப்பு நிலைகளைப் பொறுத்தவரையில் உனக்கு ஓம் விதி தெரிந்திருந்தது. படம் *104a*-இல் காட்டப்பட்டிருக்கும் மின்சுற்றுப் பகுதியிலுள்ள மின்கலத்தின் நுனிகளோடு ஒரு மின்னழுத்தமானியை ('வோல்ட் மீட்ட'ரை) இணைப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும். மின்சுற்றில் அதை இணைப்பதால் ஏற்படும் சிறு மாற்றங்களைப் புறக்கணிக்கக் கூடிய வகையில் மின்னழுத்தமானிக்குப் போதுமான பேரதிக மின்தடை இருப்பதாகவும் வைத்துக் கொள்ளவும். மின்னழுத்தமானி என்ன காட்டும்?

மாணவன் 'ஏ' : ஒரு மின்கலத்தின் முனைகளோடு மின்னழுத்தமானியை இணைத்தால், அது வெளிச்சுற்றினிடையேயுள்ள மின்னழுத்த இறக்கத்தைக் குறிப்பிட வேண்டும். ஆனால், நமது எடுத்துக்காட்டில், வெளிச்சுற்றைப் பற்றி நமக்கு ஒன்றுமே தெரியாது.

ஆசிரியர் : நமது நோக்கத்திற்கு, வெளிச்சுற்றைப் பற்றித் தெரிந்திருக்க வேண்டியது அவசியமில்லை. மின்னழுத்தமானியை *C*, *D* புள்ளிகளுடன் இணைத்தால், அவற்றுக்கிடையேயுள்ள மின்னழுத்த வேறுபாட்டை அது குறிப்பிடும். இது புரிகிறதா?

மாணவன் 'ஏ' : ஆம், புரிகிறது.

ஆசிரியர் : இப்போது, படம் 105 *a*–ஐப் பார்க்கவும். *C, D* புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள மின்னழுத்த வேறுபாடு ($\mathscr{E} - Ir$)-க்குச் சமம் என்பது தெளிவு. மின்னழுத்தமானி காட்டும் அளவீட்டை V என்று குறிப்பிட்டால், பின்வரும் சூத்திரம் நமக்குக் கிடைக்கிறது;

$$V = \mathscr{E} - Ir \qquad (167)$$

இந்தச் சூத்திரத்தையே பயன்படுத்தும்படி நான் சொல்லுவேன்; ஏன் எனில், வெளி மின்தடைகள் எவையும் பற்றித் தெரிந்திருக்க வேண்டியதில்லை. முக்கியமாக, ஏறத்தாழச் சிக்கலான மின்சுற்றைப் பற்றிக் கவனிக்கும்போது இது நிரம்பவும் பயனுள்ளதாயிருக்கும். (167) சமன்பாடு பின் வரும் நன்கு தெரிந்த விதியை ஆதாரமாகக் கொண்டிருக்கிறது என்பதைக் கவனிக்கவும்: மின்சுற்று குறிக்கப்பட்டு, மின்னோட்டம் பாயவில்லை ($I = 0$) என்றால், $V = \mathscr{E}$. இங்கு, மின்னழுத்தமானி காட்டும் அளவீடும் மின்இயக்குவிசையின் மதிப்பும் ஒன்றே.

இவை எல்லாம் உனக்குப் புரிகிறதல்லவா?

மாணவன் 'ஏ' : ஆம். இப்போது அவை தெளிவாக எனக்கு விளங்குகின்றன.

ஆசிரியர் : அதைச் சோதிப்பதற்காக, உன்னிடம் ஒரு கேள்வி கேட்கிறேன்; தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் சாதாரணமாக இதற்கு விடையளிக்கச் சிரமப்படுகின்றனர். **ஒரு மூடிய மின்சுற்று, தொடர் இணைப்பில் இணைக்கப்பட்ட *n* மின் கலங்களினால் ஆகியுள்ளது. ஒவ்வொரு பகுதியும் $\mathscr{E}$ மின் இயக்கு விசையும் *r* உள் தடையையும் கொண்டுள்ளது. இணைப்புக் கம்பிகளின் மின்தடை பூஜ்யம் என வைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. மின் கலங்களுள் ஒன்றின் முனைகளுடன் இணைக்கப்பட்ட மின்னழுத்தமானி (Voltmeter) காட்டும் அளவீடு என்ன? வழக்கம் போலவே, மின்னழுத்தமானியினூடே மின்னோட்டம் எதுவும் பாயவில்லை என்று வைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.**

மாணவன் 'ஏ' : இதற்கு முன் விளக்கிய முறையையே இப்போதும் பின்பற்றுகிறேன். மின் அழுத்தமானி காட்டும் அளவு $V = \mathscr{E} - Ir$. நாம் கருதும் மின்சுற்றுக்கான ஓம் விதியிலிருந்து

நாம் மின்னோட்டத்தைக் கணக்கிட முடியும்: $I = (n\mathscr{E})/(nr) = \mathscr{E}/r$. முதல் சமன்பாட்டில் இதைப் பயன்படுத்தினால் நமக்குக் கிடைப்பது $V = \mathscr{E} - (\mathscr{E}/r)r = 0$. ஆகவே, இதில் மின்னழுத்த மானி 0 அளவையே காட்டும்.

ஆசிரியர் : முழுவதும் சரி. ஆனால், இது ஓர் இலட்சியக் கணக்கு என்பதைக் கவனத்தில் வைத்துக் கொள்ளவும். ஏன் எனில், ஒருபுறம், இணைப்புக் கம்பிகளின் மின்தடையைப் புறக் கணித்துவிட்டோம்; மறுபுறம், மின் அழுத்தமானியின் மின்தடை பேரதிக அளவுள்ளது என்று வைத்துக் கொண்டோம். எனவே, இதைப் பரிசோதனை வாயிலாகச் சரிபார்க்க முயல வேண்டாம்.

இப்போது, வேறொரு வகையை எடுத்துக் கொள்வோம்: மின்சுற்றின் ஒரு பகுதியில் மின்னோட்டம் ஒருதிசையில் செல்கிறது; மின்இயக்குவிசை எதிர்த் திசையில் செயல்படுகிறது. இது படம் 104c-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இப்பகுதியில் மின்னழுத்தத்தில் ஏற்படும் மாறுதலைக் குறிக்கும் படம் ஒன்றை வரையவும்.

மாணவன் 'ஏ' : மின் இயக்குவிசைக்கு எதிராக மின்னோட்டம் பாய முடியுமா?

ஆசிரியர் : இங்கு மின்சுற்றின் ஒரு பகுதியே இருக்கிறது என்பதை மறந்துவிடுகிறாய். நாம் ஆராயும் இந்தப் பகுதிக்கு அப்பால், வேறு மின் இயக்குவிசைகளும் மின்சுற்றில் இருக்கலாம்; அவற்றின் விளைவாக இந்தப் பகுதியில் மின்னோட்டம் கொடுக்கப் பட்டுள்ள மின் இயக்குவிசைக்கு எதிராகப் பாயலாம்.

மாணவன் 'ஏ' : புரிகிறது. மின்னோட்டம் இடமிருந்து வல மாகப் பாய்வதால், A, C புள்ளிகளுக்கிடையே IR_1-க்குச் சமமான மின்னழுத்த இறக்கம் இருக்க வேண்டும். மின் இயக்குவிசை இப்போது எதிர்த் திசையில் இருப்பதால், C, D புள்ளிகளில் உள்ள மின்னழுத்தத் திடீர்மாற்றங்கள் மின்னழுத்தத்தை அதிகப் படுத்துவதற்குப் பதிலாக இப்போது குறைக்க வேண்டும். மின் அழுத்தம் C-இலிருந்து D வரை Ir அளவிற்கும், D–இலிருந்து B வரை IR_2 அளவிற்கும் இறங்க வேண்டும். இதன் விளைவாக, நமக்குக் கிடைக்கும் நிலைபடம் 105b-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

ஆசிரியர் : எனவே, இந்தக் கணக்கில் ஓம் விதி எந்த வடிவத்தில் இருக்கும்?

மாணவன் 'ஏ' : அது பின்வரும் வடிவத்தில் இருக்கும்.

$$I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) - \mathscr{E}}{R_1 + R_2 + r} \qquad (168)$$

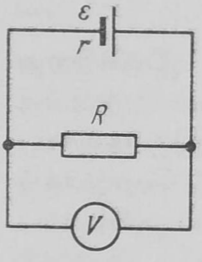
ஆசிரியர் : சரி, இப்போது மின்னழுத்தமானி என்ன காட்டும்?

மாணவன் 'ஏ' : படம் 105 *b*-இலிருந்து,

$$V = \mathscr{E} + Ir \qquad (169)$$

என்பதைத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

ஆசிரியர் : சரி. இப்போது **கீழ்க்காணும் கணக்கைக் கவனிக்கவும்.** படம் 106-**இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின்சுற்றில்** $r = 1$ **ஓம்;** $R = 10$ **ஓம்; மின் அழுத்தமானியின் மின்தடை** $R_V = 200$ **ஓம்கள். மின் அழுத்தமானியின் மின்தடை மின்சுற்றில் எவ்வித மாற்றமும் நிகழாத அளவிற்கு பேரதிக அளவுள்ளதாயிருக்கிறது என்று வைத்துக் கொண்டு மின்னழுத்தமானியின் அளவீட்டின் ஒப்புப் பிழையைக் கணக்கிடவும்.**



படம் 106

மெய்யான மின்னழுத்தமானியின் அளவீட்டை V எனவும், பேரதிக மின்தடையுள்ள மின்னழுத்தமானியின் அளவீட்டை V_∞ எனவும் குறிப்பிடுவோம். அப்போது, ஒப்புப்பிழையின் அளவு f பின்வருமாறு இருக்கும்:

$$f = \frac{V_\infty - V}{V} = 1 - \frac{V}{V_\infty} \qquad (170)$$

மேலும்,

$$V_\infty = \frac{\mathscr{E}}{R + r} R \qquad (171)$$

என்பதையும்

$$V = \frac{\mathscr{E}}{r + \frac{RR_V}{R + R_V}} \; \frac{RR_V}{R + R_V} \qquad (172)$$

என்பதையும் கணக்கிலெடுத்துக் கொள்வோம்.

(171), (172) சமன்பாடுகளை (170)-இல் பயன்படுத்தினால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$f = 1 - \frac{R_V (R + r)}{(R + R_V)\, r + RR_V} = 1 - \frac{R_V (R + r)}{(r + R)\, R_V + rR} =$$

$$= 1 - \frac{1}{1 + \dfrac{rR}{(r + R)\, R_V}}$$

$R_V \gg R$; $R > r$; எனவே, இச் சமன்பாட்டின் விகுதி (கீழ்ப் பகுதி) யிலுள்ள பின்னத்தின் மதிப்பு ஒன்று என்னும் அளவைக் காட்டிலும் நிரம்பவும் குறைவாயிருக்க வேண்டும். எனவே, எளிதில் நினைவில் வைத்துக் கொள்ளக் கூடிய, சற்றுத் தோராய மான சூத்திரம் ஒன்றை நாம் பயன்படுத்த முடியும்:

$$(1 + \lambda)^{\alpha} \cong 1 + \alpha\lambda \qquad (173)$$

$\lambda \ll 1$ என்னும் நிலையில், α-இன் மதிப்பு எதுவாயிருந்தாலும் (α முழு அல்லது பின்ன, நேரியல்புள்ள—'பாஸிடிவ்' அல்லது எதிரியல்புள்ள—'நெகடிவ்' மதிப்பா யிருந்தாலும்) இந்தச் சூத்திரம் மெய்யாக இருக்கும். $\alpha = -1$ என்றும், $\lambda = rR(r + R)^{-1} R_V^{-1}$ என்றும் வைத்துக்கொண்டு, (173) தோராயமான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$f \cong \frac{rR}{(r + R)\, R_V} \qquad (174)$$

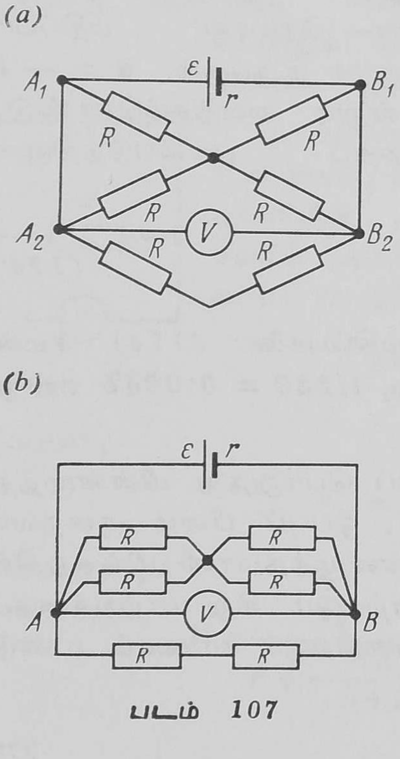
கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்மான மதிப்புகளை (174) சமன் பாட்டில் பயன்படுத்தினால் பிழை $f \cong 1/220 = 0 \cdot 0045$ என்று தெரிகிறது.

மாணவன் 'ஏ' : வெளித்தடையைப் பொறுத்து மின்னழுத்த மானியின் தடை அதிகமாயிருந்தால், ஒப்புப் பிழை குறைவா யிருக்கும் என்பதையும், எனவே, மின்னழுத்தமானி மின்சுற்றில் இணைக்கப்படும்போது மின்சுற்றில் ஏற்படும் சிறு மாற்றத்தைப் புறக்கணிப்பதற்கு மேலும் அதிக அளவிற்குக் காரணம் உண்டு என்பதையும் இது குறிக்கின்றதா?

ஆசிரியர்: ஆம், அதுவேதான். ஆனல், பிழை f சிறிய அளவாக இருப்பதற்கு, $R \ll R_V$ என்பது ஒரு போதுமான நிபந்தனையேயன்றி அது ஓர் அவசியமான நிபந்தனை இல்லை என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ளவும். $r \ll R_V$ என்னும் நிபந்தனை நிறைவேற்றப்பட்டால், அதாவது, மின்னழுத்த மானியின் மின்தடை மின்னோட்டத்தைத் தோற்றுவிக்கும் கருவியின் (மின்கலத்தின்) உள்தடையைவிட மிக அதிக மாயிருந்தால், பிழை f மிகச் சிறியது என்பது (174) சமன் பாட்டிலிருந்து தெளிவாக விளங்குகிறது. இதில், வெளித் தடை பேரதிகமாயிருக்கலாம்.

அடியிற்கண்ட கணக்கைப் போடுவதற்கு முயற்சி செய்யவும்: **படம் 107 *a*-இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின்சுற்றில் $\mathscr{E} = 6V$; $r = 2/3$ ஓம்; $R = 2$ ஓம்கள். மின்னழுத்தமானி காட்டும் அளவீட்டைக் கணக்கிடவும்.**

மாணவன் 'ஏ': மின்னழுத்தமானியின் தடை பேரதிகம் என்று வைத்துக் கொள்ளலாமா?



படம் 107

ஆசிரியர்: ஆம். இத் தடை கணக்கில் குறிப்பிடப் படவில்லை ஆதலால், நிச்சயமாக அவ்வாறு வைத்துக் கொள்ளலாம்.

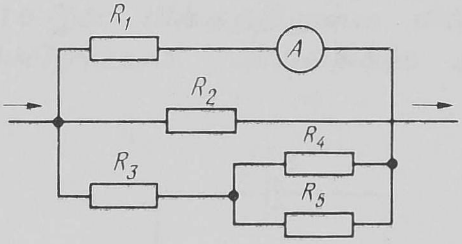
மாணவன் 'ஏ': ஆனல், மின் சுற்றின் நடுவிலுள்ள மின் தடை களின் வழியாக மின்னோட்டம் பாயுமா? ஒருவேளை A_1A_2, B_1B_2 பகுதிகளின் வழியாக நேராக அது பாய்ந்து விடுமோ?

ஆசிரியர்: இல்லை. மின்னோட் டங்களைப்பற்றிக் கவனிப்பதற்குமுன். படத்தை சற்று எளிமையானதாகச் செய்யும்படி சொல்வேன். A_1A_2, B_1B_2 பகுதிகளில் மின்தடை ஏது மில்லையாதலால், $\varphi_{A_1} = \varphi_{A_2}$; $\varphi_{B_1} = \varphi_{B_2}$. அடுத்து, மின்சுற்றில் இரண்டு

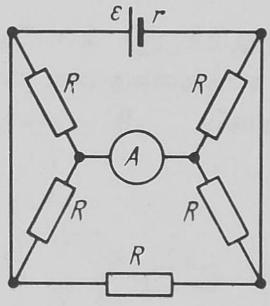
புள்ளிகள் ஒரே மின்னழுத்தமுள்ளனவாயிருந்தால், மின்தடைகளினூடே செல்லும் மின்னோட்டங்களின் அளவை மாற்றுமல் அப்புள்ளிகளை ஒன்றுகச் சேர்க்க முடியும் என்னும் விதியை நாம் பயன்படுத்த முடியும். இதை உபயோகித்து, A_1 புள்ளியை A_2 உடனும் B_1 புள்ளியை B_2 உடனும் ஒன்றுகும்படி செய்து விடலாம். அப்போது நமக்குக் கிடைப்பது படம் $107b$–இல் காட்டப்பட்டுள்ள படம். இதைக் கொண்டு கணக்கைப் போடுவது நிரம்பவும் எளிது. ஆகவே, நேராகக் கணக்கின் விடையையே சொல்லி விடுகிறேன்: மின்னழுத்தமானி காட்டும் அளவீடு $4V$. இதற்குத் தேவையான கணக்குவழிமுறைகளை வீட்டுக்கணக்காகப் போட்டுப் பார்க்கும்படி உனக்கு விட்டுவிடுகிறேன்.

கணக்குகள்

53. மின்சுற்று ஒன்றின் ஒரு பகுதியுடன் படம் 108-இல் காட்டியவாறு இணைக்கப்பட்டுள்ள ஆம்பியர்மானி (Ammeter) (மின்னோட்டமானி) காட்டும் அளவீடு $0.5\ A$. R_4 மின்தடையில் செல்லும் மின்னோட்டத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும். $R_1 = 2$ ஓம்கள், $R_2 = 4$ ஓம்கள், $R_3 = 1$ ஓம், $R_4 = 2$ ஓம்கள், $R_5 = 1$ ஓம்.



படம் 108



படம் 109

54. படம் 109-இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின்சுற்றில் $\mathcal{E} = 4V$, $r = 1$ ஓம், $R = 2$ ஓம்கள். ஆம்பியர்மானி காட்டும் அளவீட்டைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

55. மின்னியல்மானி (கால்வனுமீட்டர்) ஒன்றின் மின்தடை 0.2 ஓம். அதனுடன் 0.05 ஓம் உள்ள கிளைப்பிரிவு (Shunt) ஒன்று இணையாக (Parallel) (பக்கமாக) இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மின்தடை மொத்தமும் மின்னியல்மானியின் (கால்வனுமீட்டரின்) தடைக்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும் என்ருல், இந்த மின்சுற்றுடன் தொடராக இணைக்க வேண்டிய மின்தடை எவ்வளவாயிருக்க வேண்டும்?

56. *100* **ஓம்கள் மின்தடையுள்ள மின்னழுத்தமானி (வோல்ட்மீட்டர்) ஒன்று, மின்இயக்குவிசை** *10V*-**யும், உள்தடை** *1* **ஓமும் உள்ள ஒரு மின் கலத்தின் முனைகளுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. மின்னழுத்தமானி காட்டும் அளவீட்டையும், அதன் மின்தடை பேரதிகமாயிருந்தால், அதன் அளவீட்டின் ஒப்புப் பிழையையும் கணக்கிடவும்.**

57. *1* **ஓம் மின்தடையுள்ள ஓர் ஆம்பியர்மானி, மின் இயக்குவிசை** *10 V*-**யும், உள்தடை** *1* **ஓமும் கொண்ட மின்கலத்துடனும்** *49* **ஓம் வெளிமின்தடையுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆம்பியர்மானி காட்டும் அளவீட்டையும், அதற்கு மின்தடையே இல்லை என்று வைத்துக் கொண்டு அதன் ஒப்புப் பிழையையும் கண்டுபிடிக்கவும்.**

§ 28

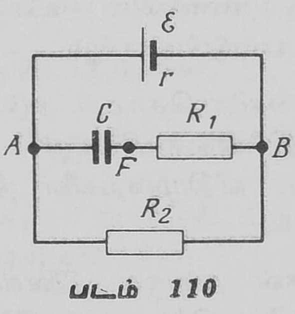
மின்னியல் உறைகலம் ஒன்றை ஒரு நேர்மின்னோட்ட மின்சுற்றில் இணைக்க முடியுமா?

ஆசிரியர்: பின்வரும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்வோம். படம் 110-இல் காட்டப்பட்டிருக்கும் மின் சுற்றில் C என்பது மின்னியல் உறை கலத்தின் மின்ஏற்புத் திறன். மின் னோட்டத்திற்குக் காரணமான மின் கலத்தின் மின் இயக்குவிசை $\mathscr{E}$ ஆக வும், அதன் உள்தடை r ஆகவும் இருந்தால், மின்னியல் உறைகலத் தின் தகடுகள் மீதுள்ள மின்சுமை Q-வைக் கணக்கிடவும்.

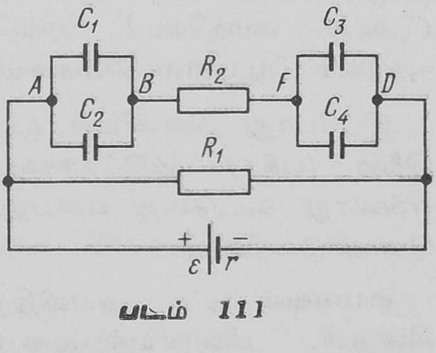
மாணவன் 'ஏ': ஆனால், நேர் மின்னோட்ட மின்சுற்றில் மின்னியல் உறைகலத்தைப் பயன்படுத்த முடி யுமா? எவ்வாறுயினும், அதன் வழி யாக மின்னோட்டம் எதுவும் பாயாது.

ஆசிரியர்: பாயாவிட்டால் என்ன? ஆனால், இணைக் கிளைகளில் அது பாயும்.

மாணவன் 'ஏ': இப்போது புரிவதுபோல் இருக்கிறது. படம் 110-இன் மின்சுற்றிலுள்ள மின்னியல் உறைகலத்தின் வழியாக மின்னோட்டம் பாய்வதில்லை ஆதலால், R_1 மின்தடையின்



படம் 110



படம் 111

வழியாகவும் அது பாயாது. மின்சுற்றின் வெளிப்பகுதியில், மின்னோட்டம் R_2 மின்தடையின் வழியாக மட்டுமே பாயும். $I=\mathscr{E}/(R_2+r)$ என்னும் சமன்பாட்டிலிருந்து மின்னோட்டத்தை

நாம் கண்டுபிடிக்க முடியும். A, B புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள மின்னழுத்த வேறுபாடு R_2 மின்தடைக்குக் குறுக்கே ஏற்படும் மின்னழுத்த இறக்கத்திற்குச் சமமாயிருக்கும். அதாவது,

$$\varphi_B - \varphi_A = IR_2 = \frac{\mathscr{E} R_2}{R_2 + r} \qquad (175)$$

அடுத்து என்ன செய்வது என்பது எனக்கு விளங்கவில்லை. மின்னியல் உறைகலத்தின் தகடுகள் மீதுள்ள மின்சுமையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு, முதலில் A, F புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள மின்னழுத்த வேறுபாட்டைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

ஆசிரியர்: R_1 மின்தடை வழியாக மின்னோட்டம் எதுவும் பாய்வதில்லை என்று நீ முடிவு செய்தது சரியே. ஆனால், அப்போது, மின்தடையின் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் ஒரே மின்னழுத்தம் இருக்க வேண்டும் (§ 24-இல் நாம் ஆராய்ந்ததை நினைவுக்குக் கொண்டுவரவும்). அதாவது, $\varphi_F = \varphi_B$. இதிலிருந்து, (175) சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, நமக்கு வேண்டிய மின்சுமையைக் கண்டுபிடிக்கிறோம்.

$$Q = \frac{C\mathscr{E} R_2}{R_2 + r} \qquad (176)$$

இப்போது, இன்னொரு கணக்கை எடுத்துக் கொள்வோம். **படம் 111–இல் காட்டப்பட்டிருக்கும் மின்சுற்றில், $\mathscr{E} = 4V$, $r = 1$ ஓம், $R_1 = 3$ ஓம்கள், $R_2 = 2$ ஓம்கள், $C_1 = 2$ மைக்ரோ F (மைக்ரோபாரட்கள்), $C_2 = 8$ மைக்ரோ F, $C_3 = 4$ மைக்ரோ F, $C_4 = 6$ மைக்ரோ F. ஒவ்வொரு மின்னியல் உறைகலத்தின் தகடுகள் மீதுமுள்ள மின்சுமையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.**

இப்போது மின்னியல் உறைகலங்களை தொடர் அடுக்காகவும், இணை (பக்க) அடுக்காகவும் இணைக்கும்போது அவற்றை எவ்வாறு கூட்டுவது என்பதுபற்றிய விதிமுறைகளை நினைவுக்குக் கொண்டுவரவும்.

மாணவன் 'ஏ': அவ்விதிமுறைகள் நன்றாக நினைவில் இருக்கின்றன. மின்னியல் உறைகலங்களை இணையாக இணைத்தால், அவற்றின் மொத்த மின்ஏற்புத்திறன் தனிப்பட்ட மின்ஏற்புத் திறன்களின் கூட்டுத் தொகையாகும்.

அதாவது,

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots \qquad (177)$$

அவற்றைத் தொடராக இணைத்தால், அவற்றின் மொத்த மின் ஏற்புத்திறன், தனிப்பட்ட மின்ஏற்புத்திறன்களின் எதிரீடு களின் கூட்டுத் தொகையின் எதிரீட்டுக்குச் (Reciprocal) சமமாகும், அதாவது,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \qquad (178)$$

ஆசிரியர்: சரி. (177) விதிமுறையைப் பயன்படுத்தி, A, B புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள மின்ஏற்புத் திறனைக் கண்டு பிடிக்கிறோம்.

$C_{AB} = 2$ மைக்ரோ $F + 8$ மைக்ரோ $F = 10$ மைக்ரோ F.

அங்ஙனமே, F, D புள்ளிகளுக்கிடையே

$C_{FD} = 4$ மைக்ரோ $F + 6$ மைக்ரோ $F = 10$ மைக்ரோ F.

A, D புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள மின்னழுத்த வேறுபாடு, R_1 மின்தடைக்குக் குறுக்கேயுள்ள மின்னழுத்த இறக்கத்திற்குச் சமமாகிறது. ஆக,

$$\varphi_D - \varphi_A = IR_1 = \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + r} = 3\ V$$

இதிலிருந்து, மின்சுற்றில் R_2-க்கு ஒரு பங்கும் இல்லை என்பதும், எனவே, அதைப் புறக்கணித்து விடலாம் என்பதும் தெளிவு.

$C_{AB} = C_{FD}$ ஆதலால்,

$$\varphi_B - \varphi_A = \varphi_D - \varphi_F = \frac{3V}{2} = 1.5\ V$$

கடைசியாக, நமக்குத் தேவையான மின்சுமைகளைக் கண்டு பிடிக்க முடியும்:

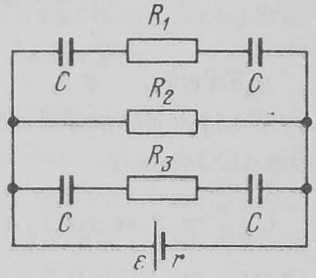
$Q_1 = C_1 (\varphi_B - \varphi_A) = 3$ மைக்ரோ C
(மைக்ரோ குலூம்ப்கள்)

$Q_2 = C_2 (\varphi_B - \varphi_A) = 12$ மைக்ரோ C

$$Q_3 = C_3\,(\varphi_D - \varphi_F) = 6 \text{ மைக்ரோ } C$$
$$Q_4 = C_4\,(\varphi_D - \varphi_F) = 9 \text{ மைக்ரோ } C$$

கணக்குகள்

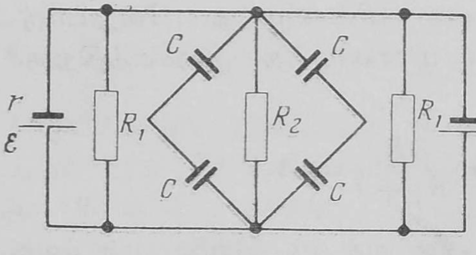
58. படம் 112-இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின்சுற்றில் $\mathcal{E}=5\ V$, $r=1$ ஓம், $R_2=4$ ஓம்கள், $R_1=3$ ஓம்கள், $C=3$ மைக்ரோ F. ஒவ்வொரு மின்னியல் உறைகலத்தின் தட்டுகள் மீதுமுள்ள மின்சுமையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.



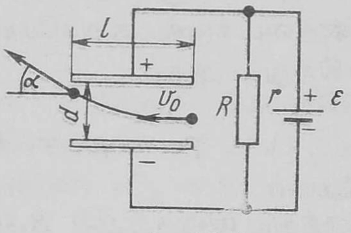
படம் 112

59. படம் 113-இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின் சுற்றில் இருக்கும் எல்லா அளவுகளும் தெரிந்திருக்கின்றன; ஒவ்வொரு மின்னியல் உறைகலத்தின் தட்டுகள் மீதுமுள்ள மின்சுமையைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

60. l நீளமுள்ள தகடுகள் கொண்ட ஓர் இணைத்தட்டு மின்னியல் உறைகலம், படம் 114-இல் காட்டப்பட்டிருப்பதுபோல், ஒரு மின்சுற்றில்



படம் 113

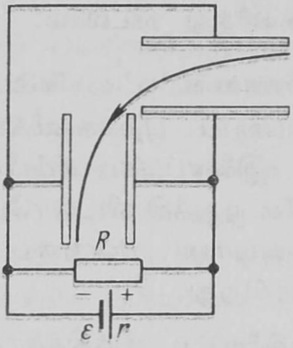


படம் 114

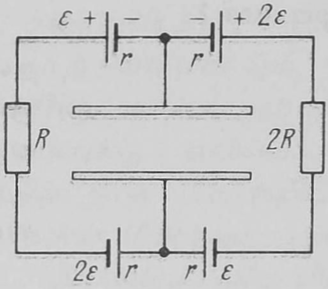
சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. மின் இயக்குவிசை $\mathcal{E}$, மின்கலத்தின் உள் தடை r, தட்டுகளுக்கிடையேயுள்ள தொலைவு d ஆகியவை கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. தட்டுகளுக்கு α கோணத்தில் மின்னியல் உறைகலத்திலிருந்து எலக்ட்ரான் வெளியே செல்லவேண்டும் என்றால், மின்னியல் உறைகலத்திற்கு இணையாக இணைக்கப்பட வேண்டிய மின்தடை R-இன் அளவு என்ன? எலக்ட்ரானின் நிறையும் (m) மின்சுமையும் (q) தெரிந்துள்ளன என வைத்துக் கொள்ளவும்.

61. ஒரே மாதிரியான, ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இணைத்தட்டு மின்னியல் உறைகலங்கள் இரண்டு படம் 115-இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின் சுற்றில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன; தட்டுகளின் நீளம் l மின்கலத்தின் மின் இயக்கு விசையும் $(\mathcal{E})$ உள்தடையும் (r) தெரிந்துள்ளன. ஓர் எலக்ட்ரான் முதல் மின்னியல் உறைகலத்தினுள் தட்டுகளுக்கு இணையாக v_0 நேர் வேகத்துடன் புகுந்து, இரண்டாவது மின்னியல் உறைகலத்திலிருந்து தட்டுகளுக்கு இணையாக

வெளியே செல்லவேண்டும் என்றால், மின்தடை R-இன் மதிப்பு என்ன என்பதைக் கண்டுபிடிக்கவும். எலக்ட்ரானின் நிறையும் (m) மின்சுமையும் (q) தெரிந்துள்ளன.



படம் 115



படம் 116

62. l நீளமுள்ள தகடுகளும் அவற்றுக்கிடையேயுள்ள தொலைவு d-யும் கொண்ட ஓர் இணைத்தட்டு மின்னியல் உறைகலம் படம் 116-இல் காட்டப் பட்டுள்ள மின்சுற்றில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது (மின் இயக்குவிசை $\mathcal{E}$-யும் உள் தடை r-உம் தெரிந்துள்ளன), எலக்ட்ரான் ஒன்று மின்னியல் உறைகலத்தினுள் தட்டுகளுக்கு இணையாக v_0 நேர்வேகத்துடன் உள்ளே செல்கிறது. m, q இரண்டும் தெரிந்திருந்தால் தட்டுகளுக்கு எந்தக் கோணத்தில் எலக்ட்ரான் மின்னியல் உறைகலத்திலிருந்து வெளியே செல்லும்?

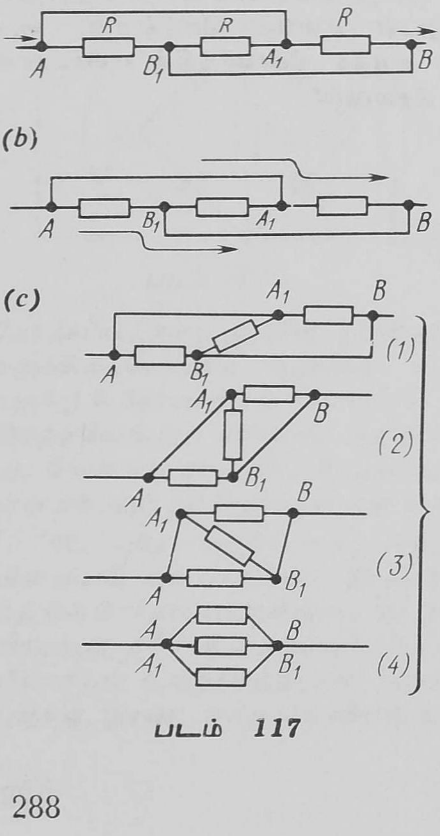
§ 29

மின்சுற்று ஒன்றின் கிளைப் பகுதியின் மின்தடையை உங்களால் கணக்கிட முடியுமா ?

(a)

(b)

(c)



படம் 117

ஆசிரியர் : படம் 117*a*–இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின்சுற்றின் பகுதியின் மின்தடையைக் கணக்கிடவும். இணைப்புக் கம்பிகளின் மின்தடையைப் புறக்கணித்து விடலாம்.

மாணவன் 'ஏ' : கம்பியின் மின் தடையைப் புறக்கணிக்கலாம் என்ருல் இணைப்புக் கம்பிகளை முழுவதுமே ஒதுக்கி விடலாமே. நமக்குத் தேவையான மின்தடை *3R*-க்குச் சமமாகிறது.

ஆசிரியர் : சிந்திக்காமல் பேசி விட்டாய். கம்பியின் மின்தடையைப் புறக்கணிப்பது வேறு, இணைப்புக் கம்பிகளை முழுவதுமே ஒதுக்கிவிடுவது வேறு (தேர்வு எழுதும் மாணவர்கள் பலர் இரண்டும் ஒன்றே என்று தவருக நினைத்துக் கொள்கிருர்கள்). மின் சுற்றிலிருந்து இணைப்புக் கம்பி ஒன்றை எடுத்து விடுவது என்ருல், பேரதிக மின்தடை ஒன்றை அதற்குப் பதிலாக வைப்பது என்று பொருளாகும். மாருக, இங்கே, இணைப்புக் கம்பிகளின் மின்தடை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாகும்.

மாணவன் 'ஏ' : ஆம், உண்மையே. அதைப்பற்றி நான் சிந்திக்கவேயில்லை. இப்போது பின்வரும் முறையில் இக்கணக்கை ஆராய்கிறேன். *A* புள்ளியில் மின்னேட்டம் இரண்டு ஓட்டங்களாகப் பிரிக்கப்படும்; இவற்றின் திசைகளைப் படம் 117*b*-இல்

அம்புக் குறிகளால் காட்டியிருக்கிறேன். இங்கு, நடுவிலுள்ள மின்தடையை அறவே ஒதுக்கி விடலாம்; மொத்த மின்தடை $R/2$-க்குச் சமம்.

ஆசிரியர் : மீண்டும் தவறு செய்து விட்டாய்! பின்வரும் விதி முறையைப் பயன்படுத்தும்படி கூறுகிறேன்: ஒரே மின்னழுத்த முள்ள புள்ளிகளை மின்சுற்றில் கண்டுபிடித்து, இப் புள்ளிகள் ஒன்றாகச் சேரும்படி, படத்தை மாற்றியமைக்கவும். மின்சுற்றின் பல்வேறு கிளைகளில் உள்ள மின்னோட்டங்கள் மாறாமலிருக்கும்; ஆனால், படம் கணிசமான அளவுக்கு எளிமையாக்கப்படும். இதைப்பற்றி § 27-இல் ஏற்கனவே நான் சொல்லியிருக்கிறேன். நமது கணக்கில் இணைப்புக் கம்பிகளின் மின்தடை பூஜ்யத்திற்குச் சமமாதலால், புள்ளிகள் A, A_1 இரண்டும் ஒரே மின்னழுத்தத் தைக் கொண்டுள்ளன. அங்ஙனமே, புள்ளிகள் B, B_1 இரண்டும் ஒரே மின்னழுத்தத்தைக் கொண்டுள்ளன. நான் சற்றுமுன் குறிப்பிட்ட விதிமுறைக்கிணங்க, ஒரே மின்னழுத்தமுள்ள புள்ளிகள் கடைசியாக ஒன்றோடொன்று சேரும்வகையில் படத்தை மாற்றுவோம். இதற்காக, இணைப்புக் கம்பிகளின் நீளத்தைப் படிப்படியாக குறைப்போம். இதன் அடுத்தடுத்த நிலைகள் படம் 117c-இல் காட்டப்பட்டுள்ளன. இதன் விளைவாக, கொடுக்கப்பட்ட மின்சுற்று, மூன்று மின்தடைகள் இணையாக இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அமைப்பு ஒன்றை ஒத்திருக் கிறது. ஆகவே, மின்சுற்றுப் பகுதியின் மொத்த மின்தடை $R/3$ ஆகிறது.

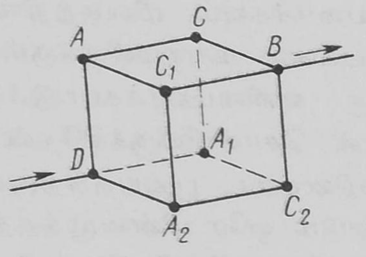
மாணவன் 'ஏ' : ஆம், உண்மையே. மின்தடைகள் இணையாக இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்பது படம் 117c–இலிருந்து தெளிவாக விளங்குகிறது.

ஆசிரியர் : பின்வரும் எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக் கொள் வோம். **இணைப்புக் கம்பிகள் ஒரு கன சதுர வடிவத்தில் அமைந் துள்ளன** (படம் 118*a*); **ஒவ்வொன்றிலும்** R **மின்தடை இருக் கின்றது. கனசதுரம், மின்சுற்று ஒன்றுடன், படத்தில் காட்டப் பட்டுள்ளதுபோல், இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கனசதுரத்தின் மொத்த மின்தடையைக் கணக்கிடவும்.**

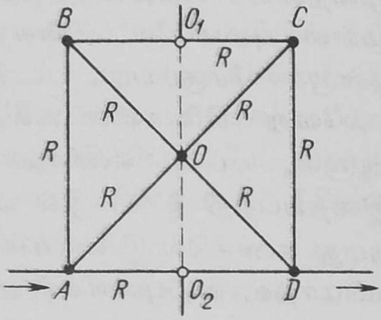
நான் மேலே குறிப்பிட்ட விதிமுறையுடன் தொடங்குவோம். ஒரே மின்னழுத்தமுள்ள புள்ளிகளைக் குறிப்பிடவும்.

மாணவன் 'ஏ': கன சதுரத்தின் மூன்று ஓரங்களான DA, DA_1, DA_2 ஆகியவை எல்லா அம்சங்களிலும் சமமாக இருப்பதால், A, A_1, A_2 ஆகிய மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே மின்னழுத்தம் உள்ளனவாயிருக்கும் (படம் 118*a*).

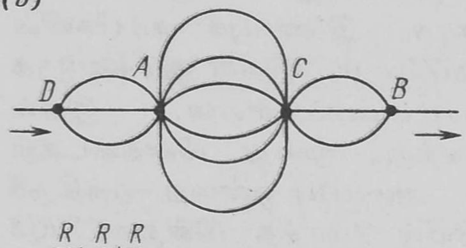
(*a*)



(*a*)

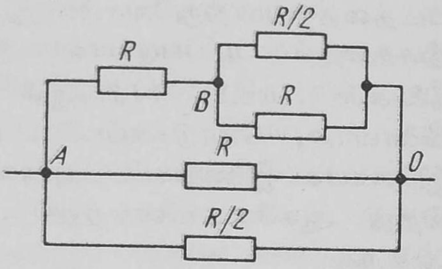


(*b*)



$\frac{R}{3}+\frac{R}{6}+\frac{R}{3}$

(*b*)



படம் 118

படம் 119

ஆசிரியர்: BC, BC_1, BC_2 ஓரங்களும் அங்ஙனமே உள்ளன; எனவே, C, C_1, C_2 ஆகிய புள்ளிகளும் ஒரே மின்னழுத்தம் கொண்டனவாய் இருக்கும். அடுத்து, கன சதுரத்தை இப் புள்ளிகளில் சிதைத்து, ஓரக் கம்பிகளை வளைத்து, ஒரே மின்னழுத்தமுள்ள புள்ளிகள் ஒன்றாயிருக்கும் வகையில் கம்பிகளை மீண்டும் இணைப்போம். இப்போது படம் எவ்வாறு தோற்றமளிக்கும்?

மாணவன் 'ஏ': படம் 118*b*-இல் காட்டப்பட்டிருப்பது போல் இருக்கும்.

ஆசிரியர் : சரி. படம் 118*b* (கனசதுரத்துடன் கூடிய) துவக்கப்படத்தைப் போன்றதே; ஆனால், அதைவிட நிரம்பவும் எளிமையானது. இப்போது, நமக்குத் தேவையான மொத்த மின்தடையைக் கணக்கிடுவதில் உனக்கு சிரமம் எதுவும் இருக்கக்கூடாது.

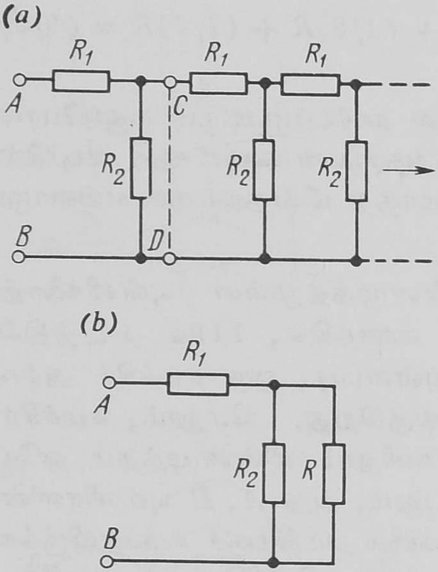
மாணவன் 'ஏ' : அது $(1/3)R + (1/6)R + (1/3)R = (5/6)$ R-க்குச் சமம்.

மாணவன் 'பி' : படம் 119*a*-இல் **காட்டப்பட்டிருப்பதைப்போல் மின்சுற்றில் இணைக்கப்பட்ட, மூலைவிட்டங்களுடன் கூடிய சதுர வடிவில் அமைந்துள்ள கம்பி அமைப்பின் மொத்த மின்தடையை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?**

ஆசிரியர் : மீண்டும், ஒரே மின்னழுத்தமுள்ள புள்ளிகளைத் தேட வேண்டும். மேற்கூறப்பட்ட கணக்கில், 119*a* படத்தில் நான் ஒரு பிரிகோட்டினால் காட்டியுள்ளபடி, ஒரு சமச்சீர் அச்சு இருப்பது நமக்குத் தெளிவாக விளங்குகிறது. மேலும், சமச்சீர் அச்சின்மீதுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளிலும் மின்னழுத்தம் ஒரே அளவுள்ளதாயிருக்க வேண்டும் என்பதும், அது A, D புள்ளிகளின் மின் அழுத்தங்களின் கூட்டுத்தொகையில் பாதிக்குச் சமமாயிருக்க வேண்டும் என்பதும்கூடத் தெளிவாகத் தெரிகிறது. ஆகவே, O, O_1, O_2 ஆகிய புள்ளிகளின் மின்னழுத்தங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாயிருக்கின்றன. நமது விதிமுறையின்படி, இம் மூன்று புள்ளிகளையும் ஒன்றோடொன்று சேருமாறு நாம் செய்ய முடியும். இதன் விளைவாக, மின்தடைகளின் இந்தச் சேர்க்கையை, தொடராக இணைக்கப்பட்டுள்ள, எல்லா அம்சங்களிலும் ஒரே மாதிரியாக உள்ள இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்க முடியும். இவற்றுள் ஒன்று படம் 119*b*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இப்பகுதியின் மின்தடையினைக் கணக்கிடுவது சிரமமில்லை. சதுரத்திலுள்ள ஒவ்வொரு கம்பியிலும் அல்லது இணைப்புக் கம்பியிலும் ஒரே மின்தடை R இருந்தால், பகுதியின் மொத்த மின்தடை $(4/15)$ R-க்குச் சமம். எனவே, சதுரத்தின் மொத்த மின்தடை $(8/15)$ R-க்குச் சமமாகிறது.

மாணவன் 'ஏ' : படத்தில் ஒரே மின்னழுத்தமுள்ள புள்ளிகளைக் கண்டுபிடித்து, அப்புள்ளிகளை ஒன்றுசேரும்படி செய்வதே முக்கியமான விதிமுறையாகும் என்று சொல்கிறீர்களா?

ஆசிரியர் : அதுவேதான். முடிவாக, முடிவில்லாத பகுதியுடன் இருக்கும் ஓர் எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக்கொள்ள விரும்பு கிறேன். **R_1, R_2 ஆகியவற்றுடன் கூடிய பகுதிகள் முடிவில்லாமல் தொடர்ந்துள்ள ஒரு மின்சுற்று உள்ளது** (படம் 120*a*). **A, B புள்ளிகளுக்கிடையேயுள்ள மொத்த மின்தடையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.**



படம் 120

மாணவன் 'ஏ' : கணக்கியல் பொது முடிவின் வகைத் தேர்வு முறையை (mathematical induction) நாம் பயன்படுத்த வேண் டுமோ, என்னவோ? முதலில், ஒரு பகுதி; அடுத்து இரண்டு பகுதிகள்; பிறகு மூன்று பகுதிகள் என்றவாறு எடுத்துக் கொண்டு ஆராய்வோம். இறுதியில், இம்முடிவை n பகுதி களுக்கு, $n \to \infty$ [n முடிவிலியை (infinity) நெருங்குகிறது] என்னும் நிலைக்குப் பயன்படுத்த முயலு வோம்.

ஆசிரியர் : இல்லை, இங்கு கணக்கியல் பொதுமுடிபின் வகைத் தேர்வு முறை நமக்குத் தேவையில்லை. முடிவிலியிலிருந்து ஒரு பகுதியை எடுத்துவிட்டால் அது மதிப்பில் மாறுவதில்லை என்னும் உண்மையுடன் நாம் தொடங்குவோம். படத்திலிருந்து (படம் 120*a*–இல் காட்டப்பட்டுள்ள பிரிகோட்டினூடே) முதல் பகுதியை நீக்கிவிடுவோம். முடிவில்லாத பகுதிகள் இன்னமும் எஞ்சியிருக்கும் என்பது தெளிவு; எனவே, C, D புள்ளிகளுக் கிடையேயுள்ள மின்தடை நமக்குத் தேவையான மின்தடை R–க்குச் சமமாயிருக்கும். ஆக, முதல் படத்தைப் படம் 120*b*–இல் காட்டியுள்ளபடி மாற்ற முடியும். படம் 120*b*–இல் காட்டப் பட்டுள்ள மின்சுற்றுப் பகுதியின் மொத்த மின்தடை $R_1 + RR_2/(R + R_2)$–க்குச் சமமாகும். இப்பகுதி, மின்சுற்றின் தொடக்க பகுதிக்குச் சமமாதலால், அதன் மின்தடை நமக்குத் தேவை யான மின்தடை R–க்குச் சமம்.

எனவே,

$$R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}$$

அதாவது, *R*-ஐப் பொறுத்தவரை பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடு கிடைக்கிறது:

$$R^2 - RR_1 - R_1R_2 = 0$$

இதிலிருந்து கிடைப்பது

$$R = \frac{R_1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + 4\,\frac{R_2}{R_1}}\right) \quad (179)$$

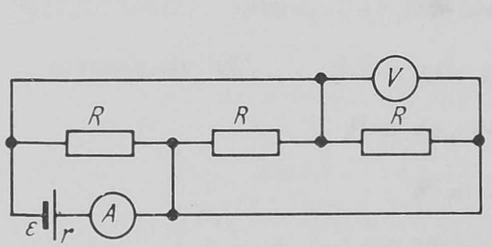
மாணவன் 'ஏ': நிச்சயமாக இது ஒரு சுவையான வழியேயாகும்.

கணக்குகள்

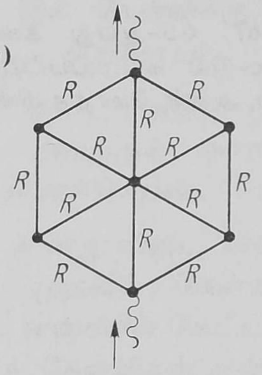
63. படம் 121-இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின் சுற்றில் $\mathscr{E} = 4$V, $r = 1$ ஓம், $R = 45$ ஓம்கள். மின்னழுத்தமானி, ஆம்பியர்மானி காட்டும் (readings) அளவீடுகளைக் கணக்கிடவும்.

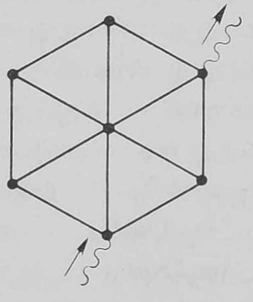
64. படம் 119*a*-இல் சதுரம் *A*, *C* புள்ளிகளில் மின்சுற்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது என்று வைத்துக் கொண்டு, சதுரத்தின் மொத்த மின் தடையை கண்டுபிடிக்கவும்.

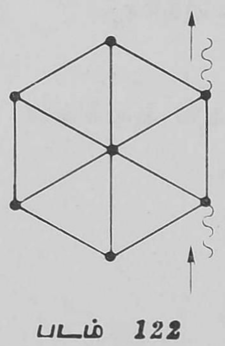
65. மூலை விட்டங்களுடன் (diagonals) கூடிய ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணம் (hexagon) கம்பியினாலாகியுள்ளது. ஒவ்வோர் இணைப்புக் கம்பியின் மின்தடை *R*-க்குச் சமம்.



படம் 121

(a)


(b)


(c)


படம் 122

படம் 122 *a*-இல் காட்டப்பட்டிருப்பதைப்போல், அறுகோணம் மின்சுற்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அறுகோணத்தின் மொத்த மின்தடையைக் கண்டு பிடிக்கவும்.

66. 65-ஆவது கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அறுகோணம் படம் 122*b*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைப்போல் மின்சுற்றுடன் இணைக்கப்பட்டிருந்தால், அதன் மொத்த மின்தடையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

67. 65-ஆவது கணக்கில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அறுகோணம் படம் 122*c*–இல் காட்டப்பட்டிருப்பதைப்போல், மின்சுற்றுடன் இணைக்கப்பட்டிருந்தால், அதன் மொத்த மின்தடையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

§ 30

மின் விளக்கு ஏன் எரிந்து போயிற்று?

மாணவன் 'ஏ' : மின்விளக்கு ஏன் எரிந்து போகிறது? அதற்குக் காரணம், அதிகப்படியான மின் னழுத்த வேறுபாடா, அல்லது அதிகப்படியான மின்னோட்டமா?

ஆசிரியர் : இக் கேள்விக்கு எவ் வாறு நீ விடை கூறுவாய்?

மாணவன் 'ஏ' : அதிக மின் னோட்டமே அதற்குக் காரணம் என்று நான் நினைக்கிறேன்.

ஆசிரியர் : உனது விடை எனக்கு பிடிக்கவில்லை. முதலில், கேள்வியை நீ குறிப்பிட்ட வகையில் கேட்டால், அதை தந்திரக் கேள்விகள் என்னும் வகையில் சேர்க்க வேண்டும். ஒரு மின்விளக்கு எரிந்துபோவதற்குக் காரணம், ஓரலகுநேரத்தில் நிரம்பவும் அதிகப்படியான வெப்பம் ஏற்படுவதுதான்; அதாவது, ஓரலகுநேரத்தில் மின்னோட்டத்தின் வெப்பவிளைவில் திடீரென நிரம்ப அதிகரிப்பு ஏற்படுவதுதான். இதற்குக் காரணம், பின்வருபவற்றுள் ஏதாவதொன்றில் ஏற்படும் மாறுதலாக இருக்கலாம்: மின்விளக்கிற்கு அளிக்கப்படும் மின்னழுத்த வேறுபாடு, மின்விளக்கினூடே செல்லும் மின்னோட்டம், மின்விளக்கிற்குள்ள மின்தடை. இப்போது, மின்னோட்டம் ஒன்று குறிப்பிட்டதொரு மின்தடை R–இன் வாயிலாகச் செல்லும்போது, ஏற்படக்கூடிய அல்லது செலவழியக்கூடிய திறனைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு உனக்குத் தெரிந்திருக்கும் சூத்திரங்களை நினைவுபடுத்திக் கொள்வோம்.

மாணவன் 'பி' : பின்வரும் சூத்திரங்கள் எனக்குத் தெரியும்:

$$P = (\varphi_1 - \varphi_2)I \qquad (180)$$

$$P = I^2 R \qquad (181)$$

$$P = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{R} \qquad (182)$$

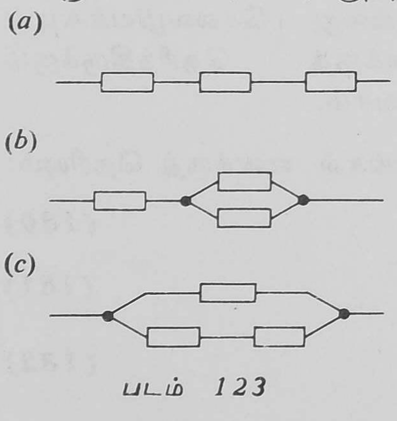
இங்கு, P என்பது மின்தடை R-இல் ஏற்படும் திறனையும் $(\varphi_1 - \varphi_2)$ என்பது R மின்தடைக்குக் குறுக்கேயுள்ள மின்னழுத்த வேறுபாட்டையும், I என்பது R மின்தடையின் வழியாகப் பாயும் மின்னோட்டத்தையும் குறிக்கின்றன.

மாணவன் 'ஏ' : மின்னோட்டத்தின் வர்க்கம், மின்தடை ஆகியவற்றின் அளவுகளில் திறனைக் குறிப்பிடும் *(181)* சூத்திரத்தையே நாங்கள் சாதாரணமாகப் பயன்படுத்தினோம்.

ஆசிரியர் : மூன்று சூத்திரங்களும் சமம் என்பது தெளிவு; ஏன் எனில், ஓம் விதியைப் பயன்படுத்தினால், ஒரு சூத்திரத்தை மற்ற சூத்திரங்களாக மாற்றமுடியும். சூத்திரங்கள் சமமாயிருப்பதனால்தான், நமது கணக்கிற்கு விடைகாணும்போது, மின்னோட்டத்தையோ, மின்னழுத்த வேறுபாட்டையோ தனித் தனியாகக் கவனிக்கக்கூடாது என்பதைப் புரிந்துகொள்ள வேண்டும். மின்னோட்டம், மின்னழுத்த வேறுபாடு, மின்தடை— மூன்றையுமே சேர்த்து எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். (மாணவன் 'ஏ' யினிடம்) அது சரி, ஏனைய சூத்திரங்களைவிட *(181)* சூத்திரத்தை நீ ஏன் விரும்பினாய்?

மாணவன் 'ஏ' : பொதுவாக, மின்விளக்கு ஒன்றுக்கு அளிக்கப்படும் மின்னழுத்த வேறுபாடு நிலையானதாகவே இருக்கிறது. எனவே, திறன் மின்னழுத்த வேறுபாட்டைச் சார்ந்திருப்பதற்குத் தனிப்பட்ட முக்கியத்துவம் எதுவும் கிடையாது. மூன்று சூத்திரங்களிலும் *(181)* சூத்திரம் நிரம்பவும் பயனுள்ளதாயிருக்கிறது.

ஆசிரியர் : *(181)* சூத்திரத்திற்கு ஒரு சிறப்பிடம் அளிப்பதில் நீ தவறு செய்கிறாய். பின்வரும் கணக்கைக் கவனிக்கவும். **மேஜை மின் அடுப்பு (Electric table stove) ஒன்றின் எரியும் பகுதி சம மின் தடையுள்ள மூன்று பகுதிகளினால் ஆகியுள்ளது. மூன்று பகுதிகளும் இணையாக இணைக்கப்பட்டால், தேநீர்க் கொதிகலத்திலுள்ள நீர் 6 நிமிஷங்களில் கொதிக்கத் தொடங்குகிறது. அப் பகுதிகள்** படம் *123*-இல் **காட்டப்பட்**



படம் *123*

டிருப்பதைப்போல் இணைக்கப்பட்டால், அதே நிறையுள்ள நீர் கொதிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் என்ன ?

மாணவன் 'ஏ': ஒவ்வொரு பகுதியின் மின்தடையையும் R என வைத்துக் கொண்டு, ஒவ்வொரு வகை இணைப்பிற்கும் எரியும் பகுதியின் மொத்த மின்தடையை முதலில் கண்டுபிடிக்கிறோம். (இணையாக இணைக்கப்பட்ட) தொடக்க நிலையில், மொத்த மின் தடை $R_0 = R/3$. a, b, c நிலைகளுக்கு (படம் 123-ஐப் பார்க்கவும்) மொத்த மின்தடை வருமாறு:

$$\left.\begin{aligned} R_a &= 3R \\ R_b &= R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} R \\ R_c &= \frac{2R^2}{3R} = \frac{2}{3} R \end{aligned}\right\} \qquad (183)$$

அடுத்து, மேஜையின் அடுப்புக்கு அளிக்கப்படும் மின்னழுத்த வேறுபாட்டை U எனக் குறிப்பிட்டால், ஓம் விதியைப் பயன்படுத்தி, எரியும் பகுதியின் வழியாகச் செல்லும் மொத்த மின்னோட்டத்தை ஒவ்வொரு நிலைக்கும் நாம் கண்டுபிடிக்கமுடியும் . . .

ஆசிரியர் (குறுக்கிட்டு): மின்னோட்டத்தைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டியது அவசியமில்லை. ஒவ்வொரு நிலையிலும் தேநீர்க் கொதிகலத்திலுள்ள நீரைக் கொதிநிலைக்குக் கொண்டு வருவதற்கு ஆகும் நேரங்களை t_0, t_a, t_b, t_c என்று குறிப்பிடுவோம். உண்டாகும் வெப்பமானது திறன், நேரம் ஆகிய இரண்டின் பெருக்குத் தொகைக்குச் சமமாகும். ஒவ்வொரு நிலையிலும், அதே அளவு வெப்பம் உண்டாக்கப்படுகிறது. திறனைக் கணக்கிடுவதற்கு (182) சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால், நமக்குக் கிடைப்பது

$$\frac{U^2 t_0}{R_0} = \frac{U^2 t_a}{R_a} = \frac{U^2 t_b}{R_b} = \frac{U^2 t_c}{R_c} \qquad (184)$$

(183) சமன்பாடுகளை (184)-இல் பயன்படுத்தி, பொதுக் காரணிகளை, (U^2, $1/R$) நீக்கிவிட்டால் நமக்கு கிடைப்பது

$$3t_0 = \frac{t_a}{3} = \frac{2t_b}{3} = \frac{3t_c}{2}$$

இதிலிருந்து நமக்குத் தேவையான மதிப்புகளை எளிதாகக் கண்டு பிடிக்கிறோம்: $t_a = 9t_0 = 54$ நிமிஷங்கள்; $t_b = 9\,t_0/2 = 27$ நிமிஷங்கள்; $t_c = 2t_0 = 12$ நிமிஷங்கள். மேஜை மின் அடுப்பிற்கு அளிக்கப்பட்ட மின்னழுத்த வேறுபாடு நிலையான மதிப்பு உடைய தாயிருந்ததனால்தான், இக்கணக்கில் (182) சூத்திரத்தைப் பயன் படுத்துவது அதிக எளிதாயிருந்தது. ஆனால், அடியிற்காணும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்ளவும். மின் இயக்குவிசை $\mathcal{E}$-யும் உள்தடை r-உம் உள்ள மின்னோட்டமூலம் (**Current source**) (மின்னோட்டத்தை அளிக்கவல்ல மூலம்) ஒன்று வெளிமின்தடை R-க்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மின்னோட்டமூலத்தின் பயனுறு திறன் (**Efficiency**) என்ன?

மாணவன் 'பி' : மின்னோட்டமூலம் ஒன்றின் பயனுறுதிறன் என்பது பயனுள்ள திறனுக்கும், அதாவது வெளிமின்தடை மீது செலவழிக்கப்படும் திறனுக்கும், மொத்த திறனுக்கும் அதாவது, வெளிமின்தடை, உள்மின்தடை ஆகியவை மீது செலவழிக்கப் படும் திறன்களின் கூட்டுத் தொகைக்குமுள்ள தகவு ஆகும்:

$$\eta = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r} \qquad (185)$$

ஆசிரியர் : சரி. **மின்னோட்ட மூலத்தின் உள்தடை மாறாமலிருந்து வெளி மின்தடை மட்டும் மாறுவதாக வைத்துக் கொள்ளவும். இதில், மின்னோட்ட மூலத்தின் பயனுறுதிறன் எவ்வாறு மாறும்?**

மாணவன் 'பி' : $R = 0$ ஆக இருக்கும்போது [மின்னோட் டத்தின் குறுக்குப் பாய்ச்சலின்போது, (**Short circuit**)] ($\eta = 0$. $R = r$ ஆக இருக்கும்போது, $\eta = 0.5$. R பேரதிக (**Infinitely high**) அளவிற்கு அதிகரிக்கும்போது, பயனுறுதிறனின் மதிப்பு ஒன்றின் மதிப்பை நெருங்குகிறது.

ஆசிரியர் : முழுவதும் சரி. **இதில், பயனுள்ள திறன் (அதாவது, வெளிமின் தடைமீது செலவழிக்கப்படும் திறன்) எவ்வாறு மாறுதலடையும்?**

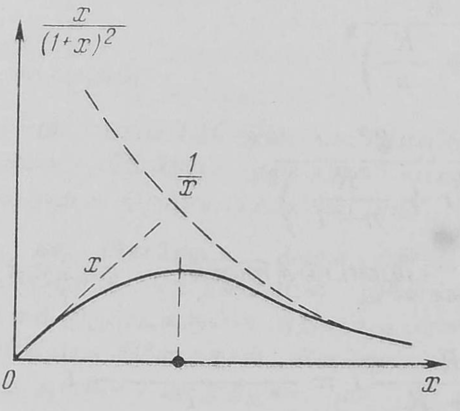
மாணவன் 'பி' : R அதிகமாகும்போது, மின்னோட்ட மூலத்தின் பயனுறுதிறனும் அதிகமாவதால், பயனுள்ள திறனும் அதிகரிக்கும் என்பது தெளிவு. சுருங்கச் சொன்னால், R அதிக அளவுள்ளதாய் இருக்க இருக்க, பயனுள்ள திறனும் அதிகமாயிருக்கும்.

ஆசிரியர்: நீ சொல்வது தவறு. மின்னோட்டமூலத்தின் பயனுறு திறன் அதிகரிக்கிறது என்றால், பயனுள்ள திறனுக்கும் மின்னோட்டமூலத்தின் மொத்தத் திறனுக்குமிடையே உள்ள தகவில் அதிகரிப்பு ஏற்படுகிறது என்பது பொருள்—பயனுள்ள திறனின் அளவு குறையவும் குறையலாம். உண்மையில், பயனுள்ள திறன்

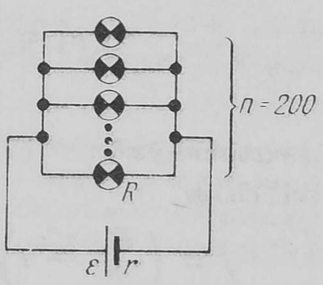
$$P_u = \frac{\mathscr{E}^2}{(R+r)^2} R = \frac{\mathscr{E}^2}{r} \; \frac{x}{(x+1)^2} \qquad (186)$$

இதில், $x = R/r$. $x \ll 1$ என்றால், $P_u \propto x$. $x \gg 1$ என்றால், $P_u \propto 1/x$. $x = 1$ (அதாவது $R = r$) ஆக இருக்கும்போது P_u, அதன் அதிகபட்ச அளவை அடைகிறது: $P_u = \mathscr{E}^2/(4r)$. $y = x/(x+1)^2$ என்னும் சார்பலனைக் குறிப்பிடும் வரைகோடு ஒன்று படம் 124-இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. வெளிமின் தடை அதிகரிக்கும்போது பயனுள்ள திறனில் ஏற்படும் மாறுதலை அது காட்டுகிறது.

அடியிற்காணும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்ளவும். **ஒவ்வொன்றும் 300 ஓம்கள் மின்தடையுடன் கூடிய, ஒரே மாதிரியான இருநூறு மின்விளக்குகள், மின்இயக்குவிசை 100 *V*-யும் உள்தடை 0.5 ஓமும் கொண்ட ஒரு மின்னோட்ட மூலத்துடன் இணையாக இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு மின்விளக்கின் மீதும் செலவழிக்கப்**



படம் 124



படம் 125

படும் திறனையும், இருநூறில் ஒரு மின்விளக்கு எரிந்து போய்விட்டால், ஒவ்வொரு மின்விளக்கின் மீதும் செலவழிக்கப்படும் திறனில்

ஏற்படும் ஒப்பு மாற்றத்தையும் (relative change) கணக்கிடவும். இணைப்புக் கம்பிகளின் மின்தடையைப் புறக்கணித்து விடவும் (படம் 125).

மாணவன் 'பி': வெளிச் சுற்றிலுள்ள மொத்த மின்னோட்டம் $I_t = \mathscr{E}/(r + R/n) = 50A$. ஒவ்வொரு மின்விளக்கிலும் பாயும் மின்னோட்டம் $I = I_t/n = 0.25A$. அடுத்து, ஒவ்வொரு மின் விளக்கின்மீதும் செலவழிக்கப்படும் திறனை நாம் கண்டு பிடிக்கமுடியும்: $P = I^2R = 37.5W$ இருநூறில் ஒரு மின்விளக்கு எரிந்துபோய்விட்டால், ஒவ்வொரு மின்விளக்கிற்கும் திறனில் ஏற்படும் ஒப்பு மாற்றத்தைக் கணக்கிடுவதற்கு, முதலில், $n = 199$ என்னும்போது ஒவ்வொரு மின்விளக்கிற்குமான திறன் P_1-ஐக் கணக்கிட்டு, பிறகு கீழ்க்காணும் தகவின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிப்பேன்:

$$f = \frac{P_1 - P}{P} \qquad (187)$$

ஆசிரியர்: நமக்குத் தேவையான தகவு f-ஐக் கணக்கிடுவதற்கு இந்த வழிமுறையை நான் ஏற்றுக்கொள்ள மாட்டேன். மின்தடைகள் R, r, மின்விளக்குகளின் எண்ணிக்கை n ஆகியவற்றின் அளவுகளில் பொதுவடிவில் அதைக் குறிப்பிட வேண்டும். எனவே,

$$P = \frac{R}{n^2} \frac{\mathscr{E}^2}{\left(r + \frac{R}{n}\right)^2}$$

$$p_1 = \frac{R}{(n-1)^2} \quad \frac{\mathscr{E}^2}{\left(r + \frac{R}{n-1}\right)^2}$$

இச்சமன்பாடுகளை (187)-இல் பயன்படுத்தினால் நமக்குக் கிடைப்பது

$$f = \left(\frac{P_1}{P} - 1\right) = \frac{nr + R}{nr - r + R} - 1 = \frac{1}{1 - \frac{1}{nr + R}} - 1$$

இக் கடைசிச் சமன்பாட்டின் விகுதியில் (பின்னத்தின் கீழ்ப் பகுதியில்) உள்ள பின்னம் ஒன்றைவிட மிகவும் குறைவாயுள்ளது

(ஏன் எனில், மின்சுற்றில் பல மின்விளக்குகள் உள்ளன; ஒவ்வொன்றின் மின்தடையும் மின்னோட்டமூலத்தின் உள்தடையை விட மிகவும் அதிகமாயுள்ளது). ஆகவே, (173) தோராயச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்:

$$f = \left(1 - \frac{r}{nr + R}\right)^{-2} - 1 \cong \frac{2r}{nr + R} \qquad (188)$$

எண்மான மதிப்புகளை (188) சமன்பாட்டில் பயன்படுத்தினால் $f = 0.0025$ என்று தெரிகிறது.

மாணவன் 'பி' : முதலில் P_1-ஐக் கணக்கிட்டு, பிறகு, (187) சமன்பாட்டில் எண்மான மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தி f-ஐக் கண்டுபிடிப்பதை ஏன் வேண்டாம் என்கிறீர்கள்?

ஆசிரியர் : $f = 0.0025$. அதாவது, உன்னுடைய (எண்மான) வழிமுறையை இம்முடிவைப் பெறுவதற்குப் பயன்படுத்தினால் P_1-இன் மதிப்பை நான்காவது தசமத்தானம் வரை நுட்பமாகக் கணிக்க வேண்டிவரும். எந்த அளவு நுட்பமாக P_1-இன் மதிப்பைக் கணிக்க வேண்டும் என்பதைக்கூட உன்னால் முன்னமேயே அறிய முடியாது. நமது கணக்கில் P_1-இன் மதிப்பை இரண்டு தசமத்தானம்வரை நுட்பமாகக் கணக்கிட்டால், P_1-இன் மதிப்பும் P-இன் மதிப்பும் ஒன்றே என்னும் முடிவிற்கு வருவாய்.

கணக்குகள்

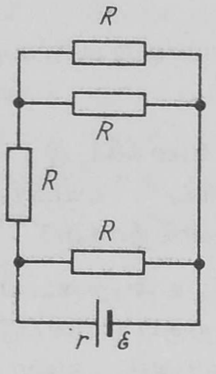
68. படம் 126-இல் காட்டப்பட்டுள்ள மின்சுற்றில் $\mathscr{E} = 100\ V$, $r = 36$ ஓம்கள். மின்னோட்ட மூலத்தின் பயனுறுதிறன் 50%. மின்தடை R-ஐயும் பயனுள்ள திறனையும் கணக்கிடவும்.

69. மின்னோட்ட மூலம் ஒன்று, அதன் உள்தடையைப்போல் நான்கு மடங்குள்ள மின்தடையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் உள்தடையைப் போல் இரு மடங்குள்ள அதிகப்படியான மின்தடை ஒன்றை வெளி மின்தடைக்கு இணையாக இணைத்தால், மின்னோட்ட மூலத்தின் பயனுறுதிறன் எவ்வாறு (சத வீத அளவில்) மாறுதலடையும்?

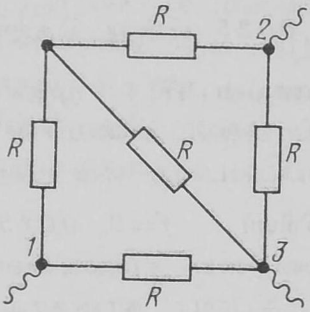
70. R அளவுள்ள ஒரே மாதிரியான பல மின்தடைகள் படம் 127-இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போன்றதோர் அமைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு முறையில், இந்த அமைப்பு 1, 2 புள்ளிகளில் மின்னோட்ட மூலத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது; இன்னொரு முறையில் 1, 3 புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட்

டுள்ளது. முதல் முறையிலும் இரண்டாவது முறையிலும் உள்ள பயனுறுதிறன்களின் தகவு 16/15-க்குச் சமமாயிருந்தால், மின்னோட்ட மூலத்தின் உள்தடையைக் கணக்கிடவும். இப் பயனுறுதிறன்களையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

71. மேஜையின் அடுப்பு ஒன்றின் எரியும் பகுதியிலுள்ள மின்தடைகள் படம் 127-இல் காட்டப்பட்டிருப்பதைப்போல் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த



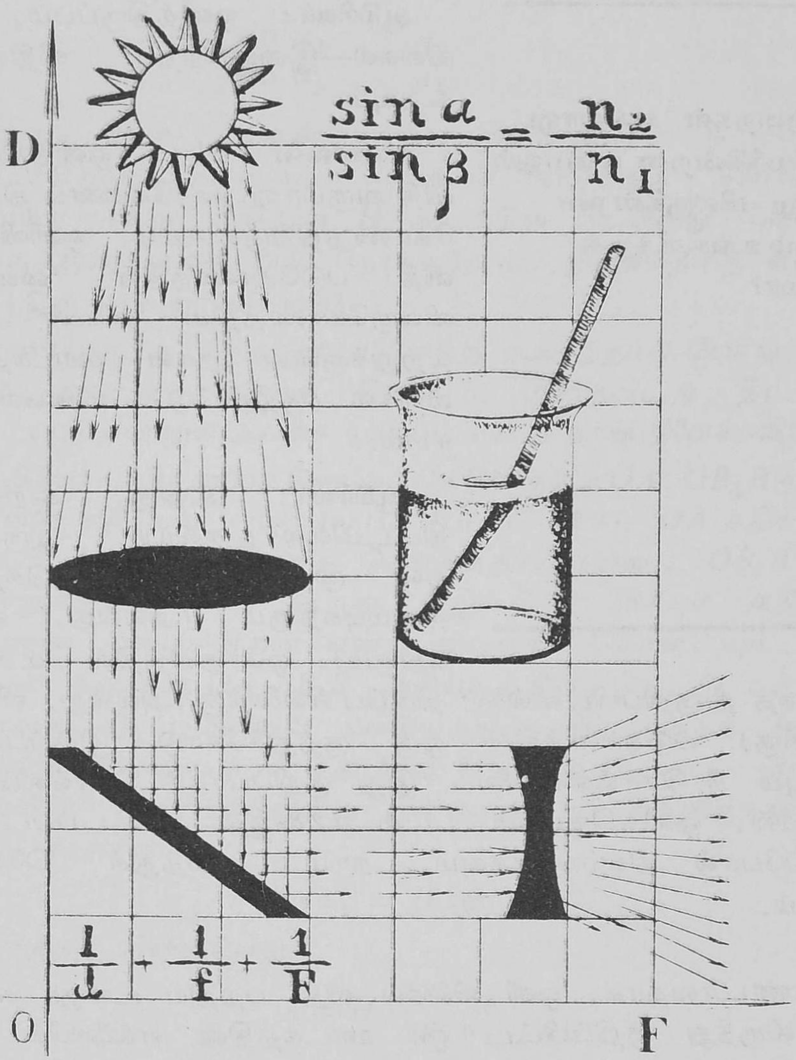
படம் 126



படம் 127

ஏற்பாடு 1, 2 புள்ளிகளில் பிரதான மின்தரவுடன் (Supply Mains) இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது; சற்று நேரத்திற்குப் பிறகு, 500 கிராம் நீர் கொதி நிலைக்குச் சூடாக்கப்படுகிறது. மின்தடைகளின் இந்த ஏற்பாடு 1, 3 புள்ளிகளில் பிரதான மின்தரவுடன் இணைக்கப்பட்டால், அதே நேரத்தில் எவ்வளவு நீர் கொதிநிலைக்கு சூடாக்கப்படும்?

72. ஒரே அளவு மின்தடையுள்ள இரு பகுதிகள் உடைய மேஜை மின் அடுப்பு ஒன்றின் மீது 20°C வெப்ப நிலையில் ஒன்றரை லிட்டர் நீர் 15 நிமிஷங்களுக்குச் சூடாக்கப்படுகிறது. இப்பகுதிகள் இணையாக இணைக்கப்பட்டால், நீர் கொதிக்கத் தொடங்கி, 100 கிராம் நீர் நீராவியாக மாற்றப்படுகிறது. இப் பகுதிகளைத் தொடராக இணைத்து. 60 நிமிஷங்களுக்கு நீரைச் சூடாக்கினால், நீருக்கு என்னவாகும்? ஆவியாதலின் உள்ளுறை வெப்பம் (Latent heat of vaporization) 539 காலெரி/கிராம். ஒரு பகுதியில் மட்டுமே மின்னோட்டம் இருக்கும்படி செய்தால், இந்த அளவு நீரைக் கொதிநிலைக்குச் சூடாக்குவதற்கு எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும்?



வடிவவியல் ஒளியியல் விதிகள் மனிதருக்குப் பல நூற்றுண்டு களாகத் தெரிந்துள்ளன. இருப்பினும், அவற்றின் நேர்த்தியும் முழுமையும் இன்னமும் நம்மை வியப்படையச் செய்கின்றன. பல்வேறு ஒளியியல் அமைப்புகளில் உருவாகும் பிம்பங்களை நிறுவுவதற்கான பயிற்சிகளைச் செய்வதன் வாயிலாக நீங்களே இதைக் கண்டு பிடியுங்கள்.

ஒளித்திருப்பம், ஒளிவிலகல் பற்றிய விதிகளை நாம் ஆராய்வோம்.

§ 31

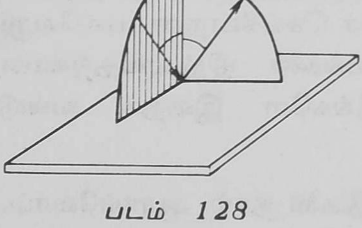
ஒளிக்கற்றைகள் எவ்வாறு திருப்பப்படுகின்றன என்பதும் எவ்வாறு விலகுகின்றன என்பதும் உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஆசிரியர் : ஒளித்திருப்பம், ஒளி விலகல்—இவைபற்றிய விதிகளைக் கூறவும்.

மாணவன் 'ஏ' : ஒளித்திருப்ப விதி வருமாறு: படுகோணம் திரும்பு கோணத்திற்குச் சமம். ஒளிவிலகல் விதி: படுகோணத்தின் 'ஸைன்', விலகுகோணத்தின் 'ஸைன்' ஆகிய வற்றுக்குள்ள தகவு ஊடகத்தின் விலகல் (குறியீட்டு) எண்ணிற்குச் சமம்.

ஆசிரியர் : உனது கூற்றுகள் திட்டமில்லாதனவாய் இருக்கின்றன. முதலாவதாக, படுகதிரும் திரும்புகதிரும் (அல்லது, விலகு கதிரும்), ஒரேதளத்தில் உள்ளன என்பதை நீ குறிப்பிடவில்லை; திருப்ப எல்லைக்கு (அல்லது, விலகல் எல்லைக்கு) படுதானத்தில் ஒரு குத்துக்கோடு இருப்பதைப் பற்றியும் நீ சொல்லவில்லை. இது குறிப்பாகச் சொல்லப்படா விட்டால், ஒளித்திருப்பம் படம் 128-இல் காட்டப்பட்டிருப் பதைப்போல் நிகழ்வதாகவும் நாம் வைத்துக் கொள்ள முடியும்.

இரண்டாவதாக, ஒளி விலகல் விதி பற்றிய உனது கூற்று, வளியிலிருந்து குறிப்பிட்ட ஓர் ஊடகத்தின் எல்லையில் ஒளிக் கதிர்படும் ஒரு சிறப்பு நிலையையே குறிக்கின்றது. பொது நிலையில், விலகல் (குறியீட்டு) எண் n_1 உள்ள ஓர் ஊடகத்திலிருந்து, விலகல் (குறியீட்டு) எண் n_2 உள்ள ஓர் ஊடகத்தின் எல்லையில் ஒளிக்கதிர் விழுவதாக வைத்துக்கொள்ளவும். படுகோணத்தை α_1, என்றும் விலகுகோணத்தை α_2 என்றும் குறிக்கின்றோம். இப்போது,



படம் 128

ஒளிவிலகல் விதியைப் பின்வருமாறு எழுதமுடியும்:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (189)$$

வளிக்கு $n_1 = 1$ என்ருல், இதிலிருந்து நீ கூறியது கிடைக்கிறது. பின்வரும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்ளவும். **நாணயம் ஒன்று நீரினுள் H ஆழத்தில் கிடக்கிறது. மேலிருந்து செங்குத்தாக அதை நாம் நோக்குவோம். நாணயத்தை எவ்வளவு ஆழத்தில் நாம் பார்ப்போம்?**

மாணவன் 'ஏ' : நாணயம் சற்று உயர்ந்தால் போல் காணப் படும் என்பது எனக்குத் தெரியும். இதைவிடத் திட்டமான விடையை என்னுல் அளிக்க முடியும் என்று நான் நினைக்கவில்லை.

ஆசிரியர் : நாணயத்தின் மையத்திலிருந்து OA, OB_1B என்னும் இரண்டு கதிர்களை வரைவோம் (படம் 129). OA கதிர் விலகுவதில்லை (ஏனெனில், அது செங்குத்தாயுள்ளது); OB_1B கதிர் விலகலுக்குள்ளாக்கப்படுகிறது. இவ்விரு விரியும் கதிர்களும் கண்ணுள் நுழைகின்றன என்று வைத்துக் கொள்ளவும். கண், விரியும் கதிர்கள் OA, B_1B ஆகியவற்றின் வெட்டு புள்ளியில், அதாவது, O_1 புள்ளியில் நாணயத்தின் பிம்பத்தைக் காணும். நமக்குத் தேவையான தொலைவு h ஆழம் H-க்குப் பின்வரும் வகையில் தொடர்புள்ளது என்பதைப் படத்திலிருந்து தெளிவாகக் காணலாம்:

$$h \tan \alpha_1 = H \tan \alpha_2$$

இதிலிருந்து கிடைப்பது

$$h = H \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \qquad (190)$$

கோணங்களின் மதிப்பு மிகவும் குறைவாயிருப்பதால் பின் வரும் தோராயச் சூத்திரத்தை நாம் பயன்படுத்த முடியும்.

$$\tan \alpha \cong \sin \alpha \cong \alpha \qquad (191)$$

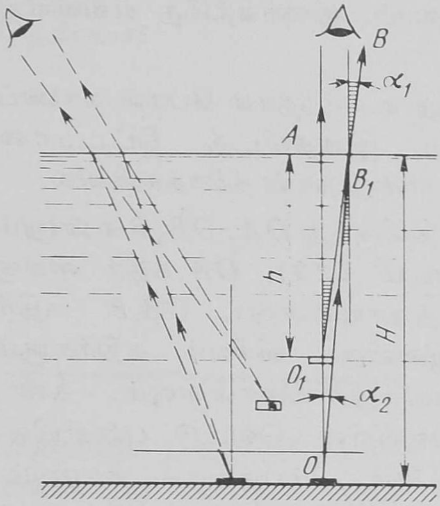
(இதில் கோணம் 'ரேடியன்' அலகுகளில் கூறப்படுகிறது; 'டிகிரி' களில் அல்ல). (191) சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி (190) சமன்பாட்டைப் பின்வருமாறு மாற்றி எழுதமுடியும் :

$$h \cong H \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{H}{n} \qquad (192)$$

நீருக்கான n-இன் மதிப்பு $4/3$ ஆதலால், $h = (3/4)H$.

மாணவன் 'பி': செங்குத்தாகப் பார்க்காமல், ஒரு பக்கத்தி லிருந்து நாம் நாணயத்தைப் பார்த்தால், என்ன நேரும்?

ஆசிரியர்: அப்போது, நாணயம் உயர்ந்தால் போல் மட்டு மல்லாது, சற்றுத் தள்ளியும் காணப்படும் (படம் 129-இல் உள்ள பிரிகோடுகளைப் பார்க்கவும்). இங்கே, கணக்கிடுவது சிக்கலுள்ள தாயிருக்கும் என்பது தெளிவு. பின் வரும் கணக்கை எடுத்துக் கொள்ள வும். h உயரமுள்ள ஒரு நீர்மூழ்கி ஆள் H ஆழமுள்ள ஓர் ஏரியின் அடித்தளத்தில் நின்று கொண்டிருக் கிறான். நீர்ப் பரப்பினால் திருப்பப் பட்டு அவன் பார்க்கக்கூடிய அடித் தளப் புள்ளிகளுக்கும் அவன் நின்று கொண்டிருக்கும் புள்ளிக்கு மிடையேயுள்ள குறைந்தபட்சத் தொலைவைக் கணக்கிடவும்.



படம் 129

மாணவன் 'ஏ': அத்தகைய கணக்குகளைப் போடுவதற்கு எனக்குத் தெரியும். நமக்குத் தேவையான தொலைவை L என்று குறிப்பிடுவோம். A புள்ளியிலிருந்து நீர்மூழ்கி ஆளின் கண்ணிற்குச் செல்லும் ஒளிக்கதிரின் பாதை படம் 130–இல் காட்டப் பட்டுள்ளது. ஏரியின் பரப்பினால் திருப்பப்பட்டு நீர்மூழ்கி ஆள் பார்க்கக்கூடிய குறைந்தபட்ச அருகாமையிலுள்ள புள்ளி A ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, இன்னும் சற்று அருகாமையிலுள்ள B என்னும் புள்ளியிலிருந்து வரும் ஒளிக்கதிர் நீர்மூழ்கி ஆளின் கண்ணிற்குத் திரும்பி வருவதில்லை (படம் 130–இல் உள்ள பிரிகோட்டைப் பார்க்கவும்). α முழு அகத்திருப்பத்திற்கான (**Total internal reflection**) மாறுதானக் கோணமாகும் (**Critical angle**). அது பின்வரும் சூத்திரத்திலிருந்து கண்டு பிடிக்கப்படுகிறது:

$$\sin \alpha = \frac{1}{n} \tag{193}$$

படத்திலிருந்து

$$L = h \tan\alpha + 2\,(H-h) \tan\alpha = (2H-h) \tan\alpha$$

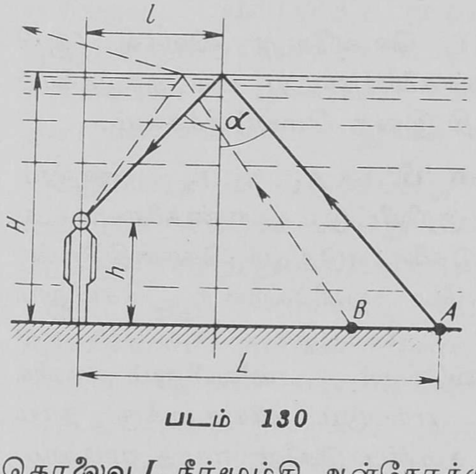
என்பது தெளிவாக விளங்குகிறது. $\tan\alpha = \sin\alpha/\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ ஆதலால், *(193)* சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தினுல் நமக்குக் கிடைப்பது

$$L = \frac{2H-h}{\sqrt{n^2-1}} \tag{194}$$

$n = 4/3$ என்பதைப் பயன்படுத்தினுல், $L = (3/\sqrt{7})\,(2H-h)$ என்று தெரிகிறது.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. நீர்மூழ்கி ஆள் தனது தலைக்கு நேர் மேலே பார்க்கும் பிம்பத்தின் அமைப்பு எத்தகையதாயிருக்கும்?

மாணவன் 'ஏ' : தலைக்கு நேர் மேலே ஆரம் $l = (H-h)/\sqrt{n^2-1} = (3/\sqrt{7})\,(H-h)$ உள்ள பிரகாசமான வட்டம் ஒன்றை அவன் காண்பான் (படம் 130-ஐப் பார்க்கவும்). இவ்வட்டத்தின் எல்லைகளுக்கப் பால், ஏரியின் அடித்தளத்தில் கிடக்கும் பண்டங்களின் பிம் பங்களை அவன் காண்பான்.



படம் 130

மாணவன் 'பி' : நீர்மூழ்கி ஆள் நின்று கொண்டிருக்கும் ஏரியின் அடித்தளப் பகுதி சம தளமாக இல்லாது, சாய்தளமாக இருந்தால் என்ன ஆகும்?

ஆசிரியர் : அப்போது, தொலைவு L நீர்மூழ்கி ஆள்நோக்கும் திசையினைப் பொறுத்திருக்கும் என்பது தெளிவு. நீர்மூழ்கி ஆள் சாய்தளத்தின் வழியாக மேல் நோக்கி பார்க்கும்போது இத்தொலைவு குறைந்தபட்ச அளவுள்ளதாகவும், எதிர்த்திசையில் பார்க்கும்போது அதிகபட்ச அளவுள்ளதாகவும் இருக்கும் என்பதை நீ எளிதில் கண்டு கொள்ளலாம். முந்தைய கணக்கில் நாம் கண்டுபிடித்த விடை, ஏரியின் ஆழம்

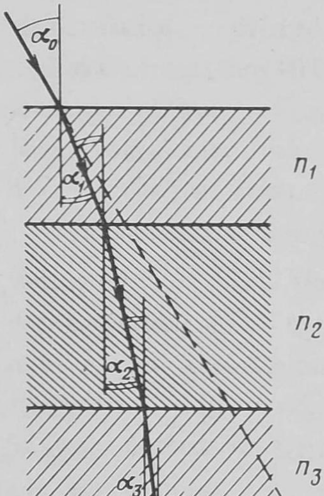
மாறுதிருக்கும் திசையில் (அதாவது, கரைக்கு இணையான திசையில்) நீர்மூழ்கி ஆள் நோக்கும்போதுதான் உண்மையாயிருக்கும். ஏரியின் அடித்தளம் சாய்தளமாக இருக்கும் கணக்கு ஒன்று வீட்டு வேலைக்காகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது (கணக்கு 74-ஐப் பார்க்கவும்).

மாணவன் 'ஏ' : ஒளிபுகும் சமதள-இணைத்தகடுகளை ஒளிக் கற்றையின் பாதையில் வைத்து, அதன் திசையை நம்மால் மாற்றமுடியுமா?

ஆசிரியர் : நீ என்ன நினைக்கிறாய்?

மாணவன் 'ஏ' : கோட்பாட்டு அளவில், மாற்றமுடியும் என்று நான் நினைக்கிறேன். ஒளிக்கற்றை ஒளிவிலகலுக்குள்ளாகும் போது, தகட்டினுள் வேறொரு திசையில் செல்கிறது என்பதை நாம் அறிவோம்.

மாணவன் 'பி' : நான் இதை ஏற்றுக் கொள்ளவில்லை. தகட்டிலிருந்து வெளியே வந்தபிறகு, ஒளிக்கற்றை இன்னமும் தொடக்கத் திசைக்கு இணையாகவே இருக்கும்.



படம் 131

ஆசிரியர் : வெவ்வேறு விலகல் (குறியீட்டு) எண்களையுடைய பல தகடுகளைப் பயன்படுத்தி இதை மெய்ப்பிக்கவும்.

மாணவன் 'பி' : n_1, n_2, n_3 என்னும் விலகல் (குறியீட்டு) எண்களையுடைய மூன்று தகடுகளை எடுத்துக் கொள்கிறேன். இவற்றினூடே ஒளிக்கற்றை செல்லும் பாதை படம் 131-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வோர் எல்லையிலும் ஒளிக் கற்றைக்கு ஏற்படும் விலகலுக்கு நாம் பின்வரும் சமன்பாடுகளை எழுத முடியும்.

$$\frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha_1} = n_1; \quad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1};$$

$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3} = \frac{n_3}{n_2}; \quad \frac{\sin\alpha_3}{\sin\alpha_4} = \frac{1}{n_3}$$

இச் சமன்பாடுகளின் இடது பகுதிகள் யாவற்றையும், அங்ஙனமே, வலது பகுதிகள் யாவற்றையும் பெருக்கினுல் நமக்குக் கிடைப்பது $(\sin \alpha_0/\sin \alpha_4) = 1$. ஆகவே, $\alpha_0 = \alpha_4$. நாம் மெய்ப்பிக்கத் தொடங்கிய உண்மையும் இதுவே.

ஆசிரியர் : முழுவதும் சரி. இப்போது, வடிவவியல் ஒளியியல் விதிகளைப் பயன்படுத்துவதிலுள்ள வரம்புகளைப் பற்றி கவனிக்கலாம்.

மாணவன் 'பி' : ஒளியின் அலைநீளம் அல்லது அதைவிடக் குறைவான தொலைவுகளுக்கு இவ்விதிகளைப் பயன்படுத்த முடியாது. அத்தகைய சிறிய தொலைவுகளில் ஒளியின் அலைத் தன்மைகள் வெளிப்படத் தொடங்குகின்றன.

ஆசிரியர் : நீ சொல்வது சரி. இது, தேர்வு மாணவர்கள் சாதாரணமாகப் போதிய அளவிற்கு உணராத ஒன்றுகும். பெரும் தொலைவுகளுக்கு இவ்விதிகளைப் பயன்படுத்துவதிலுள்ள வரம்புகளைப் பற்றி உன்னுல் சொல்ல முடியுமா?

மாணவன் 'பி' : தொலைவுகள் ஒளியின் அலைநீளத்தைவிட அதிகமாயிருந்தால், வடிவவியல் ஒளியியல் விதிகளை அந்த ஒளிக்குப் பயன்படுத்த முடியும். அவ்வாறுதான் எங்களுக்கு இதற்கு முன்பு சொல்லப்பட்டிருக்கிறது. பெரும் தொலைவுகளுக்கு வடிவவியல் ஒளியியல் விதிகளைப் பயன்படுத்துவதற்குத் தடைகள் எவையும் இல்லை என்றே நான் கருதுகிறேன்.

ஆசிரியர் : நீ நினைப்பது தவறு. பின்வரும் சித்திரம் ஒன்றைக் கற்பனை செய்து கொள்ளவும்: ஒளிக்கற்றை ஒன்றை, அது ஒளிச்சிதறலுக்கு உள்ளாகாத வகையில் வெளியில் நீ அனுப்புகிருய். ஒரு 'செக்கண்டு' நேரத்தில் ஒளிக்கற்றையை அனுப்பும் கருவியை $60°$ அளவுள்ள கோணத்திற்குத் திருப்புவதாக வைத்துக் கொள். கேள்வி என்னவென்ருல், இந்தத் திருப்பு இயக்கத்தின் போது, ஒளிக்கற்றையை அனுப்பும் கருவியிலிருந்து 3,00,000 கிலோமீட்டர் தொலைவில் இருக்கும் ஒளிக்கற்றைப் புள்ளிகளின் நேர்வேகம் எவ்வளவாக இருக்கும்?

மாணவன் 'பி' : உங்கள் கேள்வி எனக்குப் புரிகிறது. அத்தகைய புள்ளிகள் ஒளியின் நேர்வேகத்தைவிட அதிகமான நேர் வேகங்களுடன் செல்ல வேண்டும். ஆயினும், சார்புக் கொள்கையின்படி (Theory of relativity), ஒளியின் நேர்வேகத்தைவிட அதிக

மாயிருக்கும் நேர் வேகங்கள் என்பது (அவை பொருளினாலான பண்டங்களின் நேர் வேகங்களாக மட்டும் இருந்தால்) சாத்திய மில்லாத ஒன்றாகும். இங்கு ஒளிக்கற்றை ஒன்றை ஆராய்கிறோம்.

ஆசிரியர் : நல்லது; ஒளிக்கற்றை பொருளினால் ஆகியது இல்லையா? வடிவவியல் ஒளியியல் மாபெரும் தொலைவு களுக்கு பொருந்தாது என்பதை நீ தெளிவாகப் பார்க்கலாம். இங்கு, ஒளிக்கற்றை 'போட்டான்'கள் என்றழைக்கப்படும் ஒளித்துகள்களின் அருவியே என்பதை நாம் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். கருவியைத் திருப்புவதற்கு முன்பு, கருவி யிலிருந்து அனுப்பப்பட்ட ஒளித்துகள்கள் பின்னால் நடந்த கருவி யின் திருப்பம் பற்றி எதுவும் தெரியாமல் அவை அனுப்பப்பட்ட திசையிலேயே தொடர்ந்து சென்று கொண்டிருக்கின்றன. எனவே, ஒளிக்கற்றை திரும்புவதை நாம் பார்ப்பதில்லை.

மாணவன் 'பி' : பெரும் தொலைவுகளுக்கு வடிவவியல் ஒளியியல் விதிகளைப் பயன்படுத்துவதற்கான வரம்பை எண்மான மதிப்பளவில் நம்மால் எவ்வாறு கணக்கிட முடியும்?

ஆசிரியர் : அத் தொலைவுகள் எவ்வாறு இருக்க வேண்டும் என்றால், ஒளி அவற்றைத் தாண்டுவதற்குத் தேவையான நேரம், கொடுக்கப்பட்ட கணக்கில் உள்ள குறிப்பிட்ட நேரத்தைவிட (எடுத்துக்காட்டாக, ஒளிக்கற்றையை அனுப்பும் கருவியைத் திருப்புவதற்குத் தேவையான நேரத்தைவிட) மிக மிகக் குறை வாக இருக்க வேண்டும். அங்ஙனம் இருந்தால், ஒளிக்கற்றை மொத்தமாக சிதைவதில்லை; எனவே, வடிவவியல் ஒளியியல் விதிகளை நாம் பயன்படுத்த முடியும்.

கணக்குகள்

73. நீருக்கடியிலுள்ள, கண்ணாடித் தகட்டினால் மூடப்பட்ட ஒரு பண்டத்தை நாம் மேலேயிருந்து செங்குத்தாகப் பார்க்கிறோம். தகடு 5 செ. மீ. தடிம னுள்ளது; அதற்கு மேலே 10 செ. மீ. நீரடுக்கு இருக்கின்றது. கண்ணாடியின் விலகல் (குறியீட்டு) எண் 1.6. நீரின் பரப்பில் இருந்து எவ்வளவு தொலைவில் நாம் பண்டத்தை காணுவோம்?

74. 1.8 மீ. உயரமுள்ள நீர்மூழ்கி ஆள் ஒருவன் 5 மீ. ஆழமுள்ள ஓர் இடத்தில் ஏரியின் அடித்தளத்தில் நிற்கின்றான். அடித்தளம் 15° கோணத்

திற்குச் சாய்ந்துள்ளது. நீர்ப்பரப்பினுல் திருப்பப்பட்டு அவன் பார்க்கக்கூடிய அடித்தளப் புள்ளிகளுக்கும் அவன் நின்று கொண்டிருக்கும் புள்ளிகளுக்கு மிடையேயுள்ள குறைந்தபட்ச தொலைவை கணக்கிடவும்.

75. விலகல் (குறியீட்டு) எண் 1.5 உள்ள, 5 செ.மீ. தடிமனுள்ள கண்ணுடித் தகடு ஒன்று உள்ளது. தகட்டினுல் திருப்பப்படும் கதிர்களும் அதனுல் விலகலுக்குள்ளாகும் கதிர்களும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்க வேண்டும் என்ருல் (வளியிலிருந்து) படுகோணத்தின் மதிப்பு எவ்வள வாக இருக்க வேண்டும்?

76. விலகல் (குறியீட்டு) எண் n, தடிமன் d ஆகியவற்றுடன் கண்ணுடித் தகடு ஒன்று உள்ளது. வளியிலிருந்து தகடுமீது ஏற்படும் படுகோணம், கண்ணுடியின் முழு அகத் திருப்பக் கோணத்திற்குச் சமமாயுள்ளது கண்ணுடித் தகட்டினுடே ஒளிக்கதிர் செல்லும்போது அதற்கு ஏற்படும் இடப் பெயர்ச்சி யைக் கணக்கிடவும்.

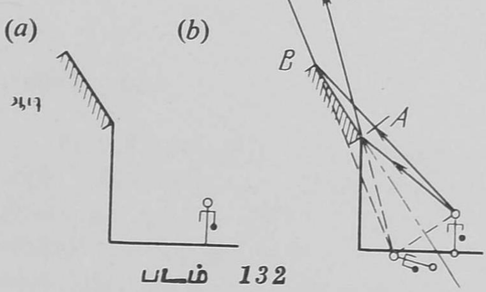
§ 32

ஆடிகளினுலும் லென்சுகளினுலும் அமைக்கப்படும் பிம்பங்களை நீங்கள் எவ்வாறு வரைவீர்கள்?

ஆசிரியர் : லென்சுகள், சமதள, கோளக ஆடிகள் ஆகியவற்றைப் போன்ற பல்வேறு ஒளியியல் அமைப்புக்களினுல் அமைக்கப்படும் பிம்பங்களைத் தேர்வு மாணவர்கள் வரைய முடியாமல் இருப்பதை நாம் அடிக்கடி காண்கிருேம். குறிப்பான வகைகளுக்குரிய சில எடுத்துக் காட்டுகளை நாம் கவனிப்போம். படம் *132a*-இல் காட்டப்பட்டிருப்பதைப்போல், சமதள ஆடி ஒன்றில் அமைக்கப்படும் ஒரு மனிதனின் பிம்பத்தை வரையவும்.

மாணவன் 'ஏ' : ஆடி அந்த மனிதனுக்கு மிகவும் நிரம்ப உயரத்தில் இருப்பதால், அதனுல் பிம்பம் எதுவும் அமைக்கப்படுவதில்லை என்று எனக்குத் தோன்றுகிறது.

ஆசிரியர் : தவறு. கண்ணுடியில் ஒரு பிம்பம் இருக்கும். அது அமைக்கப்படும் முறை படம் *132b*–இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பிம்பத்தை வரைவதற்கு, ஆடியின் பரப்பை குறிப்பிடும் கோட்டை நீட்டி, இந்த கோட்டுக்கு (ஆடியின் பரப்பிற்கு) பொருத்தமாக மனிதனின் உருவத்திற்குச் சமச் சீராகப் பிம்பத்தை வரைய வேண்டும் என்பது தெளிவாக விளங்கும்.



படம் 132

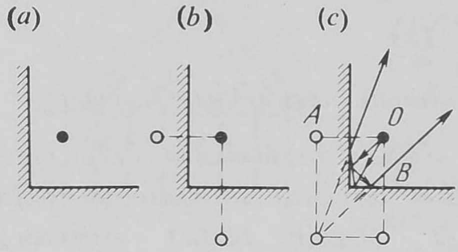
மாணவன் 'ஏ' : ஆம், எனக்குப் புரிகிறது; ஆனுல், அம் மனிதன் தனது பிம்பத்தைப் பார்க்க முடியுமா?

ஆசிரியர் : அது வேறு கேள்வி. உண்மையில், அம் மனிதன் தனது பிம்பத்தை பார்க்க மாட்டான். ஏன் எனில், ஆடி அவனுக்கு நிரம்பவும் உயரத்தில் இருக்கிறது; மேலும், வசதி

யில்லாது சாய்ந்தும் உள்ளது. மனிதனின் பிம்பம் AA_1, BB_1 கதிர்களுக்கிடையேயுள்ள கோணத்திற்குள் உள்ள ஒருவருக்குத் தான் தென்படும். பார்ப்பவனின் கண்ணிற்கு, பார்க்கப்படும் பண்டத்திலிருந்து விரிந்து வரும் கதிர்களின் கற்றையே வருகிறது என்பதை நினைவிற்கு கொண்டுவருவது இப்போது பொருத்தமாயிருக்கும். இக் கதிர்களின் அல்லது, அவற்றின் தொடர்ச்சிகளின் வெட்டுப் புள்ளியில்தான் கண் பண்டத்தின் பிம்பத்தைப் பார்க்கும் (படங்கள் 129, 132*b*-ஐப் பார்க்கவும்).

ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ள இரு சமதள ஆடிகளினால் அமைக்கப்படும் பிம்பத்தை எப்படி வரைவது என்பதை எடுத்துக் கொள்ளவும் (படம் 133*a*).

மாணவன் 'ஏ': ஆடிகளின் இரு சமதளங்களிலும் ஏற்படும் பண்டத்தின் ஒளித் திருப்பத்தை நாம் வரைகிறோம், அவ்வளவு தான். ஆக, படம் 133*b*-இல் காட்டப்பட்டிருப்பதைப் போல் நமக்கு இரு பிம்பங்கள் கிடைக்கின்றன.



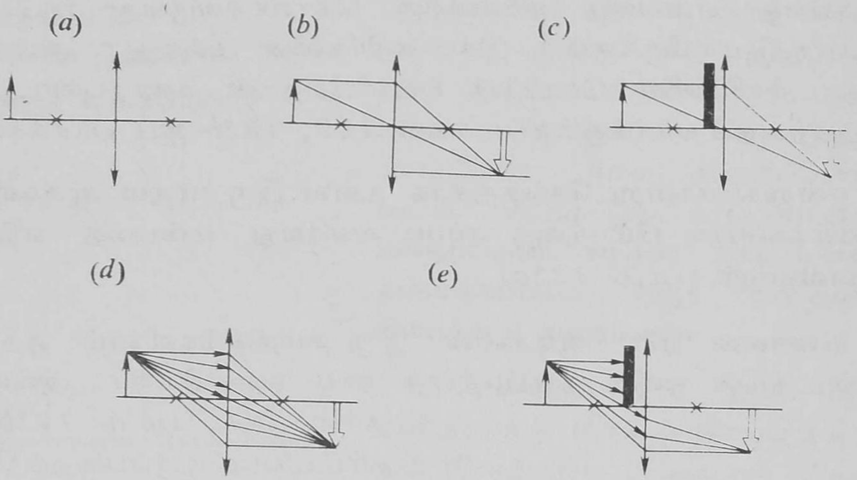
படம் 133

ஆசிரியர்: மூன்றாவது பிம்பத்தை நீ விட்டு விட்டாய். *AOB* நேர்கோணத்திற்குள் (படம் 133*c*) இருக்கும், பண்டத்திலிருந்து வரும் கதிர்கள் இருமுறை, அதாவது, முதலில் ஓர் ஆடியிலிருந்தும், பிறகு மற்றோர் ஆடியிலிருந்தும் திருப்பம் அடைகின்றன என்பதைக் கவனிக்கவும். இவ்விரு கதிர்களின் பாதைகளும் படம் 133*c*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளன. இக் கதிர்களின் தொடர்ச்சிகளின் வெட்டுப் புள்ளி பண்டத்தின் மூன்றாவது பிம்பத்தை நிர்ணயிக்கிறது.

அடுத்து, குவிலென்சு ஒன்றுள்ள பல எடுத்துக் காட்டுகளைக் கவனிப்போம். படம் 134*a*-இல் காட்டப்பட்டிருப்பதைப்போல், அத்தகைய லென்சு ஒன்றினால் அமைக்கப்படும் பிம்பத்தை வரையவும்.

மாணவன் 'ஏ' அது மிகவும் எளிது. நான் வரைந்திருப்பதைப் படம் 134*b*-இல் பார்க்கலாம்.

ஆசிரியர் : நல்லது. இப்போது, படம் 134*c*-இல் காட்டியிருப்பதைப் போல், லென்சின் ஒருபாதி ஒளி புகா மறைப்பு **(opaque screen)** ஒன்றினல் மூடப்பட்டிருப்பதாக வைத்துக் கொள்ளவும். இப்போது பிம்பத்திற்கு என்னவாகும்?



படம் 134

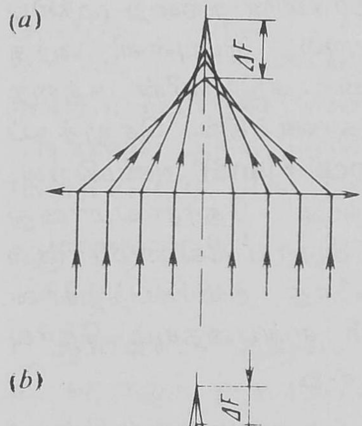
மாணவன் 'ஏ' : இப்போது, பிம்பம் மறைந்து போகும்.

ஆசிரியர் : தவறு. அம்பின் எந்தப் புள்ளியின் பிம்பமும் (எடுத்துக்காட்டாக, அதன் தலையின் பிம்பம்) ஏராளமான கதிர்களின் வெட்டினல் உண்டாகிறது (படம் 134*d*) என்பதை மறந்துவிட்டாய். பொதுவாக, நாம் இரண்டு கதிர்களையே தெரிந்தெடுக்கிறோம்; ஏன் எனில், பொதுவாக, இவ்விரண்டின் பாதைகளே, பிம்பத்தின் இடத்தையும் அளவையும் நிர்ணயிப்பதற்குப் போதுமானவை. நமது எடுத்துக்காட்டில், மறைப்பு லென்சின்மீது விழும் கதிர்களின் ஒருபகுதியை மறைத்து விடுகிறது. ஆனல், கதிர்களின் மறுபகுதி லென்சினூடே சென்று, பண்டத்தின் பிம்பத்தை அமைக்கிறது (படம் 134*e*). பிம்பத்தை அமைப்பதில் குறைந்த எண்ணிக்கையுள்ள கதிர்களே பங்கு கொள்வதால், அது முன்போல் அவ்வளவு பிரகாசமாய் இராது.

மாணவன் 'பி' : உங்கள் விளக்கத்திலிருந்து, லென்சின் ஒரு பகுதியை ஒளிபுகாமறைப்பு ஒன்றினல் மூடினல், பிம்பத்தின் பிரகாசம் **(brightness)** மட்டுமே குறைகிறது என்றும்,

வேறு ஒன்றும் ஆவதில்லை என்றும் தெரிகின்றது. ஆயினும், நிழற்படங்கள் (போட்டோப் படங்கள்) எடுப்பதுடன் தொடர்பு கொண்ட எவருக்கும், நிழற்படப் பெட்டி ('போட்டோ காமிரா')த் திறப்புத்துளையின் **(Aperture)** பரப்பைக் குறைத்தால், (அதாவது, லென்சின் பயனுடைய பரப்பைக் குறைத்தால், பிம்பத்தின் பிரகாசம் குறைவதோடுகூட மற்றொரு விளைவும், அதாவது, பிம்பம் நுட்பமானதாக, அல்லது நன்கு தெளிவானதாக அமைவதும் ஏற்படுகிறது என்பது தெரியும். இது ஏன் ஏற்படுகிறது?

ஆசிரியர்: இது ஒரு பொருத்தமான கேள்வி. பின்வரும் விபரத்தை நான் வலியுறுத்துவதற்கு இக்கேள்வி உதவுகிறது: நமது பிம்ப அமைப்பு முறைகள் யாவும், ஒளியியல் அமைப்பில் (நமது எடுத்துக்காட்டில், லென்சில்) உள்ள குறைபாடுகளை நாம் புறக்கணித்துவிட முடியும் என்பதை ஆதாரமாகக் கொண்டவை. இங்கு, ''குறைபாடுகள்'' என்னும் சொல் பொருத்தமாக இராதோ என்னவோ; ஏன் எனில், நாம் குறிப்பிடும் குறைபாடுகள் லென்சின் தற்செயலான குறைபாடுகள் அல்ல; அவை அதன் அடிப்படைத் தன்மைகள் காரணமாக ஏற்படுபவையாகும். முக்கிய ஒளியியல் அச்சுக்கு இணையாகவும், அதிலிருந்து வெவ்வேறு இடைவெளிகளிலும் இருக்கும் இரு கதிர்கள் லென்சின் வழியாகச் சென்றால், லென்சில் ஏற்படும் ஒளி விலகலுக்குப் பின்னர், அவை முக்கிய ஒளியியல் அச்சை, திட்டமாகச் சொன்னால், வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன (படம் 135*a*). அதாவது, லென்சின் குவியப்புள்ளி (முக்கிய ஒளியியல் அச்சுக்கு இணையாக உள்ள எல்லாக் கதிர்களின் வெட்டுப்புள்ளி), அல்லது, அதன் குவியம் தெளிவற்றிருக்கிறது. பண்டத்தின் தெளிவான பிம்பம் ஏற்பட முடியாது.



படம் 135

முக்கிய அச்சிலிருந்து வெவ்வேறு கதிர்களின் தொலைவு வேறுபாடுகள் அதிகமாயிருக்க இருக்க, பிம்பம் அதிக அளவுக்குத் தெளிவில்லாமல் இருக்கும். திறப்புத்துளையின் பரப்பு சுருங்கி விரியும் மறைப்பினுல் (Iris) குறைக்கப்படும்போது, குறுகலான ஒளிக்கற்றையையே லென்சு உள்ளே செல்ல அனுமதிக்கிறது. இதன் காரணமாக பிம்பத்தின் கூர்மை சிறிதளவு மேம்பாடு அடைகிறது (படம் 135*b*).

மாணவன் 'பி' : இவ்வாறு, இடைத்திரை (diaphragm) ஒன்றைப் பயன்படுத்தி, பிம்பத்தின் கூர்மையை அதிகரிக்கச் செய்கிறோம்; ஆனுல், அதன் பிரகாசம் குறைந்து போகிறது.

ஆசிரியர் : அதுவேதான். ஆனுல், லென்சுகளினுல் ஏற்படுத்தப்படும் பிம்பங்களை வரைவதில், இணைக்கதிர்கள் ஒரே புள்ளியில் வெட்டுகின்றன என்று தேர்வு மாணவர்கள் எண்ணுவதற்குக் காரணம் உள்ளது. இணைக் கதிர்களின் கற்றை முக்கிய ஒளியியல் அச்சின் திசையிலேயே சென்ருல், இப்புள்ளி அந்த அச்சின்மீதே அமைகிறது; ஆனுல், இணைக் கதிர்களின் கற்றை முக்கிய ஒளியியல் அச்சிற்கு ஒரு கோணத்தில் செலுத்தப் பட்டால், இப்புள்ளி குவியத்தளத்தில் (Focal Plane) அமைகிறது. எனினும், இவ்வாறு வைத்துக் கொள்வது தோராயமானது தான் என்பதையும், மேலும் திட்டமாக ஆராய வேண்டுமானுல் ஒளியியல் அமைப்புக்களின் குறைபாடுகளைத் தவிர்ப்பதற்கான திருத்தங்களைச் செய்ய வேண்டியிருக்கும் என்பதையும் தேர்வு மாணவன் புரிந்து கொள்வது முக்கியமானது.

மாணவன் 'ஏ' : ஒரு லென்சின் குவியத்தளம் என்ருல் என்ன?

ஆசிரியர்: அது, முக்கிய ஒளியியல் அச்சுக்குச் செங்குத்தாகவும் லென்சின் முக்கிய குவியம் வழியாகச் செல்வதாகவும் உள்ள தளமாகும். இப்போது, சமதள ஆடியினுல் உண்டாகும் பிம்பத்திற்கும், படம் 134-இல் காட்டப்பட்டுள்ள எடுத்துக் காட்டில் குவிலென்சினுல் உண்டாகும் பிம்பத்திற்குமுள்ள வேறுபாடு என்ன?

மாணவன் 'ஏ' : முதலாவதில் (அதாவது, ஆடியில்) ஏற்படும் பிம்பம் மாய பிம்பம்; இரண்டாவதில் (அதாவது, லென்சில்) ஏற்படும் பிம்பம் நிஜ பிம்பம்.

ஆசிரியர் : சரி. மாய (Virtual) பிம்பத்திற்கும் நிஜ (real) பிம்பத்திற்குமுள்ள வேறுபாட்டைச் சற்று விரிவாகச் சொல்.

மாணவன் 'பி' : ஒளிக் கதிர்களின் தொடர்ச்சிகள் வெட்டிக் கொள்வதனுல் மாய பிம்பம் உண்டாகிறது; மாருக, ஒளிக் கதிர்களே வெட்டிக் கொள்வதனுல் நிஜ பிம்பம் ஏற்படுகிறது. எனவே, ஒளிக்கதிர்கள் ஊடுருவிச் செல்ல முடியாத சுவருக்குப் பின்புறமாக இருப்பதைப் போல் தோன்றும் ஒரு மாய பிம்பத்தைப் பார்க்க முடிவதில் வியப்பு ஏதுமில்லை.

ஆசிரியர் : முற்றிலும் சரி. மாய பிம்பம் ஒன்றைக் குறிப்பிட்ட நிலைகளிலிருந்து மட்டுமே பார்க்க முடியும் என்பதையும் கவனிக்கவும். நிஜ பிம்பத்தைப் பொறுத்தவரையில், அது இருக்குமிடத்தில் ஒரு திரையை வைத்து, அதன்மீது காணப்படும் நிஜ பிம்பத்தை எந்த நிலையிலிருந்து வேண்டுமானுலும் பார்க்க முடியும். படம் *136a*-இல் காட்டப்பட்டுள்ள எடுத்துக் காட்டைக் கவனிக்கவும். AA_1 **என்னும் கதிர் குவிலென்சு ஒன்றின் வழியாகச் சென்றபின் அதன் பாதையை விரைந்து கண்டு பிடிக்கவும்; இந்த லென்சின் வழியாகச் செல்லும் மற்ருெரு கதிரின் பாதை** (படம் *136a*-இல் BB_1 B_2) **தெரிந்துள்ளது.**

மாணவன் 'ஏ' : ஆனுல், லென்சின் குவியத் தொலைவு தெரியாதே.

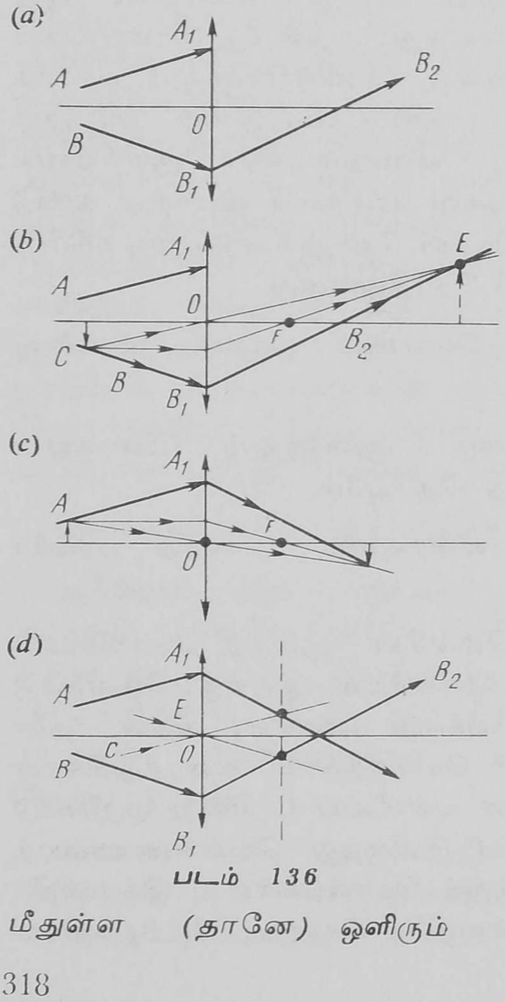
ஆசிரியர் : ஆனுல், லென்சுக்கு முன்னுலும் பின்னுலும் உள்ள மற்ற ஒரு கதிரின் பாதை தெரியுமே.

மாணவன் 'ஏ' : இத்தகைய வரைவுகளை நாங்கள் பள்ளிக் கூடத்தில் பயின்றதில்லை.

மாணவன் 'பி' : முதலில், லென்சின் குவியத் தொலைவைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் என்று நினைக்கிறேன். இதற்கு, லென்சுக்கு இடதுபக்கம் எங்கேயாவது அம்புக்குறி ஒன்றை, அதன் தலை BB_1 கதிரைத் தொடும்வகையில் செங்குத்தாக வரைந்துகொள்வோம். அம்புக்குறியின் தலையின் புள்ளியை C என்று குறிப்பிடுவோம் (படம் *136b*). பின்னர், C-இலிருந்து லென்சின் மையத்தின் வழியாக ஒரு கதிரை எடுத்துக் கொள்வோம். இக் கதிர் ஒளிவிலகல் அடையாது லென்சின்வழியே சென்று, B_1 B_2 கதிரை

E என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். எனவே, E புள்ளி அம்புக்குறியின் தலையின் புள்ளியின் பிம்பம் என்பது தெளிவாக விளங்குகிறது. அம்புக்குறியின் தலை C-இலிருந்து முக்கிய ஒளியியல் அச்சுக்கு இணையாக மூன்றாவது கதிர் ஒன்றை இப்போது வரையவேண்டும். ஒளிவிலகல் அடைந்தபின், இக் கடைசிக் கதிர் அம்புக்குறியின் தலைப் புள்ளியின் பிம்பத்தின் வழியாக, அதாவது, E புள்ளியின் வழியாக செல்லும். இந்த மூன்றாவது கதிர் முக்கிய அச்சை வெட்டும் புள்ளியே நமக்குத் தேவையான குவியப்புள்ளியாகும். இந்த வரைவு படம் 136*b*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

குவியத் தொலைவு தெரிந்திருப்பதால், AA_1 கதிரின் பாதையை, அது லென்சினால் ஒளிவிலகல் அடைந்த பிறகு, நாம் வரைய முடியும். AA_1 கதிரின் மீது தலைப்புள்ளிபடும் வகையில் மற்றோர் அம்புக் குறியை வரைந்து இதைச் செய்ய முடியும் (படம் 136*c*). கணக்கிடப்பட்ட குவியத் தொலைவின் மதிப்பைப் பயன் படுத்தி, இந்த இரண்டாவது அம்புக் குறியின் பிம்பத்தை நாம் வரைய முடியும். நமக்கு வேண்டிய கதிரானது A_1 வழியாகவும், அம்புக் குறியின் பிம்பத்தின் தலைவழியாகவும் செல்லும். இவ் வரைவு படம் 136*c*-இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 136

ஆசிரியர் : நீ கூறிய வழி முறைகள் சரியானவையே. அவை, ஓர் உதவிப் பண்டத்தின் (அம்பின்) பிம்பத்தைக் கண்டுபிடிப்பதை ஆதாரமாகக் கொண்டிருப்பவை ஆகும். லென்சின் முக்கிய அச்சின் மீதுள்ள (தானே) ஒளிரும் புள்ளியினுடைய பிம்பத்தின்

இடத்தைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு இவ் வழிமுறை வசதியானது என்பதைக் கவனிக்கவும். இதில், ஒளிரும் புள்ளியில் அம்புக் குறியை வரைந்து, அதன் பிம்பத்தை வரைவது வசதியானது. அம்புக்குறியின் பிம்பத்தின் அடிப்பகுதி ஒளிரும் புள்ளியின் பிம்பம் என்பது தெளிவாக விளங்குகிறது.

ஆனால், நமது எடுத்துக்காட்டுக்கு இவ்வழி முறை சிக்கலானதாகும். எளிமையான வரைவு ஒன்றை நான் காண்பிக்கிறேன். லென்சின் குவியத் தொலைவைக் கண்டு பிடிப்பதற்கு, லென்சின் மையத்தின் வழியாகவும், BB_1 கதிருக்கு இணையாகவும் EO கதிரை வரைய முடியும் (படம் 136*d*). இவ்விரு கதிர்களும் இணையானவையாதலால், லென்சுக்குப் பின்புறம் அவை லென்சின் குவியத்தளத்தில் ஒன்றை ஒன்று வெட்டு கின்றன (குவியத் தளத்தின் வெட்டுமுகம் படம் 136*d*-இல் ஒரு பிரிகோட்டினல் காட்டப்பட்டுள்ளது). பின்னர், லென்சின் மையத்தின் வழியாகவும், AA_1 கதிருக்கு இணையாகவும் CO கதிரை வரைகிறோம். இவ்விரு இணைக்கதிர்களும், லென்சின் வழி யாகச் சென்றபிறகு குவியத்தளத்திலேயே ஒன்றை ஒன்று வெட்ட வேண்டும். ஆதலால், AA_1 கதிரின் பாதையை, அது லென்சின் வழியாகச் சென்ற பிறகு, நாம் நிர்ணயிக்க முடியும். இம்மாதிரியான வரைவு நீ குறிப்பிட்டதைவிட மிக்க எளிமை யானதாக இருப்பதை நீ கவனிக்கலாம்.

மாணவன் 'பி': ஆம். உங்கள் வழிமுறை மிக்க எளிமை யானதே.

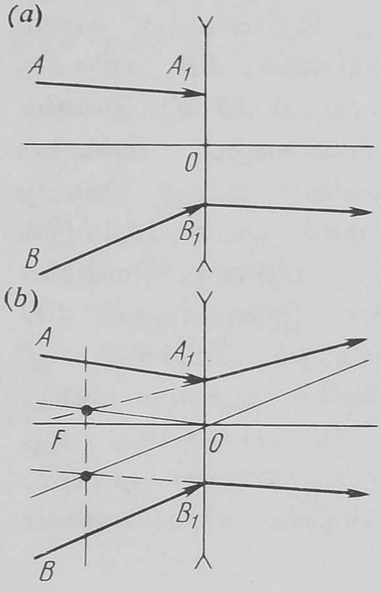
ஆசிரியர்: குவிலென்சுக்குப் பதிலாக, குழிலென்சு உள்ள அதேமாதிரியான கணக்கிற்கு விடை கண்டுபிடிப்பதற்கு இவ் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தவும் (படம் 137*a*).

மாணவன் 'பி': முதலில்,. BB_1 கதிருக்கு இணையாகவும் லென்சின் மையத்தின் வழியாகவும் ஒரு கதிரை வரைவேன். முந்திய கணக்கிற்கு மாறுபடும் வகையில், இங்கே கதிர்களின் தொடர்ச்சி களே ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக்கொள்ளும் (மையத்தின் வழியே செல்லும் கதிரைப் பொறுத்தவரையில் மட்டும், தொடர்ச்சியும் கதிரும் ஒன்ருகவே இருக்கும்). இதன் விளைவாக, வெட்டுப் புள்ளி உள்ள குவியத்தளம், லென்சுக்கு வலதுபுறமாக இருப்ப

தற்குப் பதிலாக, இப்போது இடதுபுறம் இருக்கும் (படம் 137b–இல் உள்ள பிரிகோட்டைப் பார்க்கவும்).

ஆசிரியர் (குறுக்கிட்டு) : குழிலென்சுகளில் பிம்பம் எப்போதும் மாயபிம்பமாகவே இருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

மாணவன் 'பி' (தொடர்ந்து) : அடுத்து, லென்சின் மையத்தின் வழியாகவும் AA_1, கதிருக்கு இணையாகவும் ஒரு கதிரை வரைவேன். இக் கதிர்களின் தொடர்ச்சிகள் குவியத் தளத்தில் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் என்பதை ஆதாரமாகக் கொண்டு, நமக்குத் தேவையான கதிரை என்னல் வரைய முடியும்.



படம் 137

ஆசிரியர் : நல்லது. இப்போது, குவிலென்சின் குவியப் புள்ளிக்கு முன்னதாக ஒரு பகுதியும் அதற்குப் பின்னதாக மற்ரெரு பகுதியும் இருக்கும் வகையில் (திட்டமான அகலமுள்ள) ஒரு பண்டத்தை வைத்தால், அதன் பிம்பம் எங்கு இருக்கும் என்பதைச் சொல்லவும்.

மாணவன் 'பி' : லென்சிலிருந்து வெவ்வேறு தொலேவுகளிலுள்ள பண்டத்தின் பல புள்ளிகளின் பிம்பங்களே வரைவேன். குவியப் புள்ளிக்கு அப்பாலுள்ள புள்ளிகளுக்கு நிஜபிம்பமும் (அது லென்சுக்கு வலதுபுறம் இருக்கும்), குவியப்புள்ளிக்கு முன்னதாக உள்ள புள்ளிகளுக்கு மாயபிம்பமும் (அது லென்சுக்கு இடதுபுறம் இருக்கும்) ஏற்படும். நாம் தெரிந்தெடுக்கும் புள்ளிகள் குவியத்தை நெருங்க நெருங்க, பிம்பங்கள் முடிவிலியை நோக்கிச் (லென்சுக்கு வலதுபுறமோ, இடதுபுறமோ) செல்லும்.

ஆசிரியர் : சிறப்பாகக் கூறினய். ஆக, நமது எடுத்துக்காட்டில், பண்டத்தின் பிம்பம் (லென்சுக்கு வலதுபுறமும் இடதுபுறமும் உள்ள) இருபகுதிகளினல் ஆகியுள்ளது. ஒவ்வொரு பகுதியும் லென்சிலிருந்து குறிப்பிட்டதொரு திட்டமான

தொலைவில் தொடங்கி முடிவிலிவரை தொடர்ந்திருக்கிறது. எனவே, 'ஒரு பண்டத்திற்கு ஒரே சமயத்தில் நிஜபிம்பமும் மாயபிம்பமும் இருக்க முடியுமா?' என்னும் கேள்விக்கு 'இருக்க முடியும்' என்பதே விடை என்பதைப் பார்க்கலாம்.

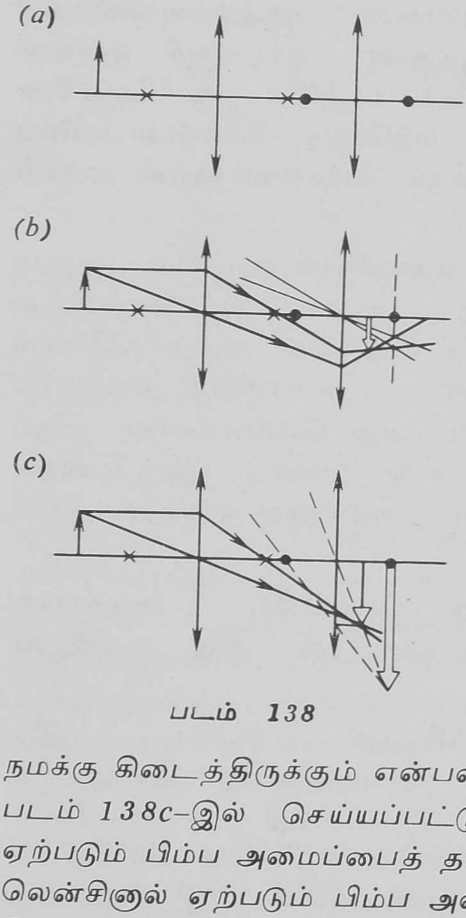
லென்சுகளினால் ஏற்படும் பிம்பங்களை வரையும் வழிமுறை நன்கு உனக்குத் தெரிந்திருக்கிறது என்பது இப்போது தெரிகிறது. எனவே, மேலும் சிக்கலான ஒரு கணக்கை, அதாவது, இரண்டு லென்சுகள் கொண்ட அமைப்பு ஒன்றினால் ஏற்படும் பிம்பத்தை வரைவதை இப்போது எடுத்துக் கொள்வோம். **ஒரே முக்கிய ஒளியியல் அச்சும், வெவ்வேறு குவியத் தொலைவுகளும் உள்ள இரண்டு குவிலென்சுகள் உள்ளன. அத்தகைய ஒளியியல் அமைப்பினால் ஏற்படும், செங்குத்தான அம்புக்குறி ஒன்றின் பிம்பத்தை வரையவும்** *(படம் 138a)*. **படத்தில் ஒரு லென்சின் குவியப் புள்ளிகள் × குறியினாலும், மற்றொரு லென்சின் குவியப் புள்ளிகள் முழுவதும் கறுப்பாயிருக்கும் வட்டங்களினாலும் காட்டப் பட்டுள்ளன.**

மாணவன் 'பி': இரண்டு லென்சுகளினால் ஏற்படும் அம்புக் குறியின் பிம்பத்தை வரைவதற்கு, முதலாவது லென்சினால் ஏற்படும் பிம்பத்தை முதலில் வரைய வேண்டும். அதைச் செய்யும் போது இரண்டாவது லென்சை நாம் புறக்கணித்து விடலாம். பின்னர், இந்த பிம்பத்தை இரண்டாவது லென்சுக்கான உருப் பொருளாகக் கொண்டு, முதலாவது லென்சு இருப்பதைப் புறக்கணித்துவிட்டு, இரண்டாவது லென்சினால் ஏற்படும் அதன் பிம்பத்தை வரைகிறோம்.

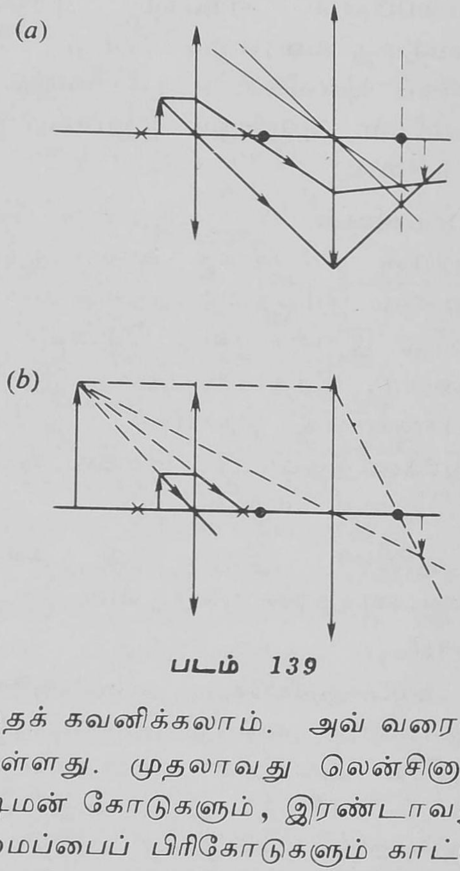
ஆசிரியர்: இங்கு நீ தவறு செய்கிறாய். அத்தகைய விடையை நான் பலதடவை கேட்டிருக்கிறேன். அது முற்றிலும் தவறு.

அம்புக்குறியின் தலைப்பகுதியிலிருந்து கிளம்பும் இரு கதிர்களை எடுத்துக்கொண்டு, லென்சுகளின் அமைப்பின் வழியே அவற்றின் பாதைகளைத் தொடர்ந்து கவனிப்போம் (படம் 138 *b*). முதலாவது லென்சின் வழியாகச் சென்றபின் கதிர்களின் பாதைகளை எளிதில் வரையலாம். இரண்டாவது லென்சின் வழியாகச் சென்றபின் அவற்றின் பாதைகளைக் கண்டு பிடிப்பதற்கு, நமது கதிர்களுக்கு இணையாகவும் லென்சின்

மையத்தின் வழியாகவும் உள்ள துணைக் கதிர்களை வரைவோம். இதில், முந்திய கணக்குகளில் நாம் கவனித்த கோட்பாட்டை (லென்சின் வழியாகச் செல்லும் இணைக் கதிர்கள் குவியத் தளத்தில் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் என்பதை) நாம் பயன் படுத்துகிறோம். அம்புக்குறியின் தலைப்பகுதியின் பிம்பம், இரண்டு தொடக்கக் கதிர்களும் இரண்டாவது லென்சைத் தாண்டியபிறகு ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளியில் அமைந்திருக்கும். இவ் வரைவு படம் 138*b*-இல் விரிவாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது. இப்போது, நீ சொல்லியபடி செய்திருந்தால், என்ன முடிவு



படம் 138



படம் 139

நமக்கு கிடைத்திருக்கும் என்பதைக் கவனிக்கலாம். அவ் வரைவு படம் 138*c*–இல் செய்யப்பட்டுள்ளது. முதலாவது லென்சினுல் ஏற்படும் பிம்ப அமைப்பைத் தடிமன் கோடுகளும், இரண்டாவது லென்சினுல் ஏற்படும் பிம்ப அமைப்பைப் பிரிகோடுகளும் காட்டு கின்றன. முடிவு முற்றிலும் வேறுவிதமாய் (முழுவதும் தவருய்!) இருந்திருக்கும் என்பது உனக்கு விளங்கும்.

மாணவன் 'பி' : நான் குறிப்பிட்டபடியே பிம்பத்தை வரைந்ததுபற்றி நான் நிச்சயமாகச் சொல்ல முடியும்.

ஆசிரியர் : நீ அவ்வாறு செய்திருக்கலாம். உண்மை என்னவென்முல், சில நிலேகளில் உனது வரைவு முறை சரி யானதாக இருந்துவிடலாம்; ஏன் எனில், முடிவு எனது முறையில் கிடைத்ததற்குச் சரியாயிருக்கிறது. இதே எடுத்துக்காட்டில், அம்புக்குறியை முதலாவது லென்சுக்கு இன்னும் சற்று அருகா மையில், அதாவது, குவியப்புள்ளிக்கும் லென்சுக்குமிடையே வைத்தால் நான் மேலே கூறியதைப் புரிந்து கொள்ளலாம். படம் *139a* எனது முறைப்படி பிம்பம் வரையப்படுவதையும், படம் *139b* உனது முறைப்படி அது வரையப் படுவதையும் காட்டு கின்றன. இந் நிலேயில், உனது முடிவும் எனது முடிவும் ஒன்ரு யிருப்பதை நீ பார்க்கலாம்.

மாணவன் 'பி' : ஆனுல், பிம்பத்தை வரைவதற்கு எனது முறையைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை முன்னதாகவே எப்படி நான் தீர்மானிக்க முடியும் ?

ஆசிரியர் : இரண்டு லென்சுகளுக்கு உனது முறையைப் பயன்படுத்தக்கூடிய நிபந்தனேகளேக் குறிப்பிடுவதற்குச் சிரமம் எதுவும் இராது. லென்சுகளின் எண்ணிக்கை அதிகமானுல், இந் நிபந்தனேகள் அதிக அளவுக்குச் சிக்கலுள்ளனவாய் ஆகின்றன. அவற்றை ஆராய்வது தேவையே இல்லே. என் முறையைப் பயன்படுத்தினுல் ஒரு சிரமமும் ஏற்படாது. ஆனுல், இன்னெரு கேள்வி கேட்க விரும்புகிறேன்: இருபுறக் குழிலென்சு **(double concave)** ஒன்று குவிலென்சாக இருக்க முடியுமா?

மாணவன் 'பி' : சாதாரண நிலேகளில் இருபுறக் குழிலென்சு ஒன்று கதிர்களே விரியச் செய்யும் லென்சாகவே இருக்கும். ஆனுல், அதைவிட அதிக ஒளிவிலகல் (குறியீட்டு) எண்ணுள்ள ஊடகத்தில் அதை வைத்தால் அது குவிலென்சாக ஆகும். அதே நிலேகளில் இருபுறக் குவிலென்சு ஒன்று குழிலென்சாக இருக்கும்.

§ 33

ஆடிகள் மற்றும் லென்சுகள் பற்றிய கணக்குகளை நீங்கள் எவ்வளவு நன்ருகப் போட முடியும்?

ஆசிரியர்: லென்சுகள், கோளக (குழி, குவி) ஆடிகள் பங்கேற்கும் கணக்குகளைப் போடுவதில் நிரம்பவும் பயன்படும் சில பொதுக் கருத்துக்களைச் சொல்ல விரும்புகிறேன். அத்தகைய கணக்குகளுக்கான சூத்திரங்களை இரு தொகுதிகளாகப் பிரிக்க முடியும். முதல் தொகுதி: லென்சின் (அல்லது, ஆடியின்) குவியத் தொலைவு F பண்டத்திலிருந்து லென்சுக்கு (அல்லது, ஆடிக்கு) உள்ள தொலைவு d, பிம்பத்திலிருந்து லென்சுக்கு (அல்லது, ஆடிக்கு) உள்ள தொலைவு f ஆகியவற்றைத், தொடர்புபடுத்தும் சூத்திரங்கள்:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F} \qquad (195)$$

இதில் d, f, F ஆகியவை இயற்கணிதவியல் அளவுருக்களாசக் கருதப்படுகின்றன; இவற்றின் குறிகள் நிலைக்குநிலை மாறலாம். சாத்தியமான நிலைகள் மூன்றே: அவை பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

குவிலென்சுகளும் குழிஆடிகளும்	
$d > F$	$d < F$
1. $d > 0, F > 0, f > 0$ நிஜபிம்பம்	2. $d > 0,\ F > 0,\ f < 0$ மாயபிம்பம்
குழி (விரிவு) லென்சுகளும் குவி ஆடிகளும்	
3. $d > 0,\ F < 0,\ f < 0$ மாயபிம்பம்	

ஆக, d எப்போதும் நேரியல்புள்ளது ('பாஸிடிவ்'); குவியத் தொலைவு F, குவிலென்சுகளுக்கும் குழிஆடிகளுக்கும் நேரியல் புள்ளது ('பாஸிடிவ்'); குழி (விரிவு) லென்சுகளுக்கும் குவி ஆடிகளுக்கும் எதிரியல்புள்ளது ('நெகடிவ்'); தொலைவு f, நிஜ பிம்பங்களுக்கு நேரியல்புள்ளது ('பாஸிடிவ்'); மாயபிம்பங் களுக்கு எதிரியல்புள்ளது ('நெகடிவ்').

மாணவன் 'ஏ': இந்த அட்டவணை, (195) பொதுச் சூத்திரத்திலிருந்து, மேற்குறிப்பிட்ட அளவுருக்களின் எண் கணிதவியல் மதிப்புகள் உள்ள மூன்று சூத்திரங்களைப் பெறு வதற்கு நமக்கு உதவுகிறது:

$$\left.\begin{aligned} &\text{நிலை 1}: \quad \frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F} \\ &\text{நிலை 2}: \quad \frac{1}{d}-\frac{1}{f}=\frac{1}{F} \\ &\text{நிலை 3} \quad \frac{1}{d}-\frac{1}{f}=-\frac{1}{F} \end{aligned}\right\} \qquad (196)$$

ஆசிரியர்: நீ கூறுவது முற்றிலும் சரி.

மாணவன் 'ஏ': லென்சுகளுக்கும் அவற்றுக்கு இணையான கோளக ஆடிகளுக்குமுள்ள ஒற்றுமையை நான் எவ்வாறோ இதுகாறும் கவனித்ததில்லை.

ஆசிரியர்: இரண்டாவது தொகுதி: லென்சின் (அல்லது, ஆடியின்) குவியத் தொலைவையும் அதன் பிற சிறப்பியல்பு களையும் தொடர்புபடுத்தும் சூத்திரங்கள். ஆடிகளைப் பொறுத்த வரை இருப்பது பின்வரும் எளிமையான தொடர்பு :

$$F = \pm \frac{R}{2} \qquad (197)$$

இங்கு, R, ஆடியின் வளைவு ஆரத்தைக் குறிக்கிறது. 'ப்ளஸ்' குறி குழி ஆடிகளையும் (குவியம் நேரியல்புள்ளது—'பாஸிடிவ்'); 'மைனஸ்' குறி குவி ஆடிகளையும் (குவியம் எதிரியல்புள்ளது— 'நெகடிவ்') குறிக்கின்றன. லென்சுகளைப் பொறுத்தவரை இருப்பது அடியிற்காணும் தொடர்பு :

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \qquad (198)$$

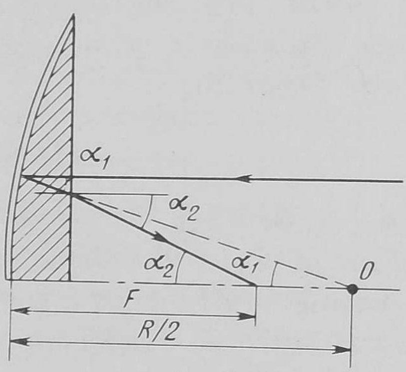
இங்கு, n லென்சின் பொருளின் ஒளிவிலகல் (குறியீட்டு) எண்ணையும், R_1 மற்றும் R_2 லென்சின் வளைவு ஆரங்களையும் குறிப்பிடுகின்றன. R லென்சின் குவிந்த பக்கத்தைக் குறித்தால், அது 'ப்ளஸ்' குறியுள்ளதாகவும், குழிவான பக்கத்தைக் குறித்தால், அது 'மைனஸ்' குறியுள்ளதாகவும் வைத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. இருபுறக் குவிலென்சு, சமதளக் குவிலென்சு, குவி–குழி (மேற்புறம் குவிந்த) லென்சு இவை யாவுமே குவி லென்சுகளே என்பதை நீ உணரலாம்; ஏன் எனில், (198) சூத்திரத்தின்படி அவற்றின் குவியம் நேரியல்புள்ளது ('பாஸிடிவ்').

மாணவன் 'ஏ': n_0 ஒளிவிலகல் (குறியீட்டு) எண் உள்ள ஓர் ஊடகத்தில் லென்சை வைத்தால், (198) சூத்திரத்தில் என்ன மாறுதல்களைச் செய்ய வேண்டியிருக்கும்?

ஆசிரியர்: (198) சூத்திரத்திற்குப் பதிலாக, சூத்திரம் பின்வருமாறு இருக்கும்:

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (199)$$

ஒளியியல் நோக்கில் அடர்த்தி குறைவான ஊடகத்திலிருந்து $(n_0 < n)$ அடர்த்தி அதிகமாயுள்ள ஊடகத்திற்கு $(n_0 > n)$ச் செல்லும்போது, (199) சூத்திரத்தின்படி குவியத்தின் குறி எதிரிடையாக மாறுகிறது; எனவே, குவிலென்சு குழிலென்சாக ஆகிறது; மறுதலையாக, குழிலென்சு குவிலென்சாக ஆகிறது. குறிப்பிட்ட சில கணக்குகளை போடுவோம். **வளைவு ஆரம் R, விலகல் (குறியீடு) எண் n உள்ள சமதள–குவிலென்சு ஒன்றின் குவிந்த பக்கம் ரசம் பூசப் பெற்று, ஒரு சிறப்பு வகைக் குழி ஆடி தயாரிக்கப்படுகிறது. ஆடியின் குவியத் தொலைவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.**



படம் 140

மாணவன் 'ஏ': இக் கணக்கை நான் போடுகிறேன். லென்சின் முக்கிய ஒளியியல் அச்சுக்கு இணையான ஒரு கதிருடன் தொடங்குகிறோம். ரசம் பூசப்

பெற்ற பரப்பிலிருந்து அது திருப்பப்பட்ட பிறகு, அது லென்சிற்கு வெளியே செல்கிறது; எனவே, விலகலுக்குள்ளாகிறது (படம் 140). ஒளிக்கதிர் விலகலுக்குள்ளாகாமல் இருந்திருந்தால், அது முக்கிய அச்சை (197) சூத்திரத்திற்கேற்ப, ஆடியிலிருந்து $R/2$ தொலைவில் வெட்டியிருக்கும். விலகலின் விளைவாக, ஒளிக்கதிர் ஆடிக்குச் சற்று அருகாமையிலேயே முக்கிய அச்சை வெட்டுகிறது. நமக்குத் தேவையான குவியத் தொலைவை F என்று குறிப்பிடுவோம். படத்திலிருந்து தெளிவாகத் தெரிவது

$$\frac{R}{2} \tan \alpha_1 = F \tan \alpha_2$$

α_1, α_2 இரண்டின் அளவும் மிகவும் சிறியதாயிருப்பதால், (191) சூத்திரத்தை நாம் பயன்படுத்த முடியும். எனவே,

$$\frac{R}{2F} = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \cong \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = n$$

இதிலிருந்து கிடைப்பது

$$F = \frac{R}{2n} \qquad (200)$$

மாணவன் 'பி' : இக்கணக்கை வேருெரு முறையில் போடலாம் என்று சொல்ல விரும்புகிறேன். F_1, F_2 குவியத் தொலைவுகள் கொண்ட இரண்டு லென்சுகள் சேர்ந்த ஓர் அமைப்பின் குவியத் தொலைவு F என்ருல், லென்சுகளின் திறன்களின் கூட்டுத் தொகையை நிர்ணயிக்கும் விதிமுறையினுல் அதைக் கண்டு பிடிக்கலாம்:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \qquad (201)$$

நமது கணக்கில், (198) சமன்பாட்டின்படி $F_1 = R/(n-1)$ குவியத் தொலைவுள்ள ஒரு லென்சும், $F_2 = R/2$ குவியத் தொலைவுடன் கூடிய ஒரு குழி ஆடியும் உள்ளன. எனவே, (201) சூத்திரத்தின் இம்மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தினுல் நமக்குக் கிடைப்பது:

$$\frac{1}{F} = \frac{n-1}{R} + \frac{2}{R} \qquad (202)$$

இதிலிருந்து கிடைப்பது

$$F = \frac{R}{n+1} \qquad (203)$$

மாணவன் ‘ஏ’ கணக்கைச் சரியாகப் போடவில்லை என்பதையே இது காட்டுகிறது [(200) சமன்பாட்டில் அவன் காட்டிய விடையைப் பார்க்கவும்].

ஆசிரியர் : (மாணவன் ‘பி’யினிடம்): இல்லை, நீ போட்டது தான் தவறு. (200) சமன்பாடு சரியானதே.

மாணவன் ‘பி’ : அவ்வாருனால், (201) விதிமுறை தவருனதா?

ஆசிரியர் : இவ்விதிமுறை சரியானதே; அதை இந்தக் கணக்கிற்கும் பயன்படுத்தலாம்.

மாணவன் ‘பி’ : (201) விதிமுறை சரி என்ருல், (202) சமன்பாடும் சரியானதாகவே இருக்கவேண்டும் அல்லவா?

ஆசிரியர் : இங்கேதான் தவறு செய்கிருய். உண்மை என்னவெனில் ஒளிக்கதிர், லென்சின் வழியாக இருமுறை செல்கிறது. எனவே, ஆடியின் திறனையும் இரண்டு லென்சுகளின் திறன்களையும் நீ கூட்டிக் கொள்ள வேண்டும். (202) சமன் பாட்டிற்குப் பதிலாக, நீ எழுதியிருக்க வேண்டியது

$$\frac{1}{F} = \frac{2\,(n-1)}{R} + \frac{2}{R}$$

இதிலிருந்து, $(1/F) = (2n - 2 + 2)/R$ என்பதையும், எனவே, $F = R/(2n)$ என்பதையும் தெரிந்து கொள்ளலாம். இது (200) சமன்பாட்டின் முடிவை ஒத்திருக்கிறது.

இன்னொரு கணக்கை எடுத்துக் கொள்ளவும். **ஒரு குவிலென்சு ஒரு பண்டத்தின் பிம்பத்தை நான்கு மடங்கு பெருக்குகிறது. பண்டம் 5 செ.மீ. தொலைவு நகர்த்தப்பட்டால், உருப் பெருக்கம் (magnification) ஒரு பாதியாகக் குறைகிறது. லென்சின் குவியத் தொலைவைக் கண்டுபிடிக்கவும்.**

மாணவன் ‘ஏ’ : இத்தகைய கணக்குகளைப் போடுவதில் எனக்கு குழப்பமே உண்டாகிறது. முதல் நிலைக்கான கதிர்களை

வரைந்து, பிறகு, இரண்டாவது நிலைக்கான கதிர்களை வரைந்து, இரு பாதைகளையும் ஒப்புநோக்க வேண்டும் என்று நினைக்கிறேன்.

ஆசிரியர்: இக் கணக்கில், கதிர்களின் பாதைகளை வரைய வேண்டியதே இல்லை. *(195)* சூத்திரத்தின்படி, கொடுக்கப் பட்டுள்ள நிலைக்கு நாம் $(1/F) = (1/d_1) + (1/f_1)$ என்று எழுத முடியும். $(f_1/d_1) = k_1$ என்பது முதல் நிலைக்கான உருப்பெருக்க மாதலால்,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{k_1 d_1} = \frac{k_1 + 1}{k_1 d_1}$$

அல்லது

$$d_1 = F\,\frac{k_1 + 1}{k_1}$$

ஒப்புமை விதிமுறைக்கிணங்க இரண்டாவது நிலைக்கு நாம் பின்வருமாறு எழுதமுடியும்:

$$d_2 = F\,\frac{k_2 + 1}{k_2}$$

ஆக,

$$d_2 - d_1 = F\,\frac{k_1 - k_2}{k_1 k_2} \qquad (204)$$

நமது கணக்கின்படி, $d_1 - d_2 = 5$ செ. மீ. $k_1 = 4$, $k_2 = 2$. *(204)* சமன்பாட்டில் இம் மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தினால் $F = 20$ செ.மீ. என்று அறிகிறோம்.

கணக்குகள்

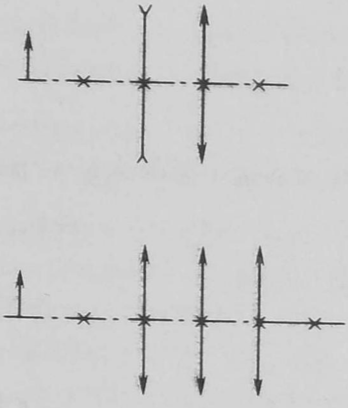
77. 30 செ. மீ. குவியத் தொலைவுள்ள ஒரு லென்சு ஒரு பண்டத்தின் உருவளவில் 2/3 மடங்குள்ள ஒரு பிம்பத்தை ஏற்படுத்துகிறது. அது எத்தகைய லென்சு (குவிலென்சா, குழிலென்சா)? பண்டத்திலிருந்து அதன் தொலைவு என்ன? பண்டம் லென்சிலிருந்து 20 செ. மீ. நகர்த்தப்பட்டால், பிம்பத்தின் உருவளவும் தொலைவும் என்ன?

78. 50 செ. மீ. வளைவு ஆரமுள்ள குழி ஆடி ஒன்றின் முக்கிய ஒளியியல் அச்சின்மீது ஒளிப்புள்ளி ஒன்று அமைந்துள்ளது. அது ஆடியிலிருந்து

15 செ.மீ. தொலைவில் உள்ளது. அதன் பிம்பம் எங்கிருக்கும்? அதிலிருந்து ஆடி இன்னொரு 15 செ.மீ. நகர்த்தப்பட்டால், பிம்பத்திற்கு என்ன ஆகும்?

79. ஓர் ஒளியியல் அமைப்பில் ஒரு குவிலென்சும் ஒரு குழிலென்சும் உள்ளன [படம் 141*a*; × குறிகள் லென்சுகளின் குவியங்களை (குவியப் புள்ளிகளை)க் குறிக்கின்றன]. லென்சுகளின் குவியத் தொலைவுகள் 40 செ. மீ. குழிலென்சுக்கு முன்பாக 80 செ. மீ. தொலைவில் பண்டம் இருக்கிறது. இவ்வமைப்பினால் ஏற்படுத்தப்படும் பிம்பத்தை வரைந்து, அது இருக்குமிடத்தைக் கணக்கிடவும்.

80. 30 செ.மீ. குவியத் தொலைவுள்ள ஒரே மாதிரியான மூன்று குவிலென்சுகளினால் ஆகியுள்ளது ஓர் ஒளியியல் அமைப்பு. லென்சுகள் படம் 141*b*-இல் காட்டப்பட்டிருப்பதுபோல் அமைக்கப்பட்டுள்ளன (× குறிகள் லென்சுகளின் குவியப்புள்ளிகளைக் குறிக்கின்றன). மிகவும் அருகாமையிலுள்ள லென்சிலிருந்து பண்டம் 60 செ. மீ. தொலைவில் உள்ளது. இவ்வமைப்பினால் ஏற்படுத்தப்படும் பிம்பம் எங்கே உள்ளது?



படம் 141

81. 60 செ. மீ. வளைவு ஆரமுள்ள, சமதள-குவிலென்சு ஒன்றின் குவிந்த பக்கம் ரசம் பூசப்பட்டு, குழி ஆடி ஒன்று தயாரிக்கப்படுகிறது. இந்த ஆடியின் முன் 25 செ. மீ. தொலைவில் ஒரு பண்டம் இருக்கிறது. லென்சுப் பொருளின் ஒளிவிலகல் (குறியீட்டு) எண் 1.5 ஆக இருந்தால், ஆடியிலிருந்து பிம்பத்தின் தொலைவையும் பிம்பத்தின் உருப்பெருக்கத்தையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

82 50 செ. மீ. வளைவு ஆரமுள்ள, சமதள-குழிலென்சு ஒன்றின் குழிந்த பக்கம் ரசம் பூசப்பட்டு, குவி ஆடி ஒன்று தயாரிக்கப்படுகிறது. இந்த ஆடியின் முன் 10 செ. மீ. தொலைவில் ஒரு பண்டம் இருக்கிறது. லென்சுப் பொருளின் ஒளிவிலகல் (குறியீட்டு) எண் 1.5 ஆக இருந்தால், ஆடியிலிருந்து பிம்பத்தின் தொலைவையும் உருப்பெருக்கத்தையும் கண்டுபிடிக்கவும்.

விடைகள்

1. 20 மீ; 1 செகண்ட்; $v_A = 10.2$ மீ./செ.; $v_B 10.6$ மீ./செ.;

2. $v_0 = 11.3$ மீ./செ.; $x = 4$ மீ.; $y = 0.8$மீ.; $t = 0.5$ செ.; $v_A = 9.4$மீ./செ.; v_B 15.2 மீ./செ.;

3. (1) $t\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}$;

   (2) $t\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \sin\alpha_1 \sin\alpha_2}$.

4. $\frac{3}{2}\sqrt{2\frac{H-h}{g}} + \sqrt{\frac{H+3h}{2g}}$

5. $\cot\alpha = \frac{P-4F}{4P}$.

6. $2\frac{v_0^2}{g}\ \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$.

7. 13.8 மீ./செ.

8. 37.2 மீ./செ.; 1280 J.

9. 2.6மீ./செ.^{2}; 42 N; 8.5 N.

10. 3.3 மீ/செ.^{2}; 13 N.

11. 3.5 மீ./செ.^{2}; 33.6 N; 50.4 N.

12. 6.9மீ./செ.^{2}; 8.8N; 16.2N; 1.5 N.

15. 0.45.

16. 7:4:1.

17. $\sqrt{5\,gR}$.

18. $\frac{81\,\pi}{8GT^2}$.

19. $h = R\left(1 - \frac{g}{\omega^2 R}\right)$; $F = m\omega^2 R$.

20. 1.5 R.

21. 120 கிலோகிராம்/மீ^{3}.

22. 3900 J.

23. 0.27.

24. 0.5

25. $F = mg\left(\frac{H}{h} + 1\right) - Vg\rho_w$;

$$h_1 = 2h\left(\frac{V\rho_w}{m} - 1\right) - H.$$

26. 7.5 கிலோமீட்டர்/மணி; 4.65 மீ.

27. $h = \frac{v_0^2}{2g}\left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{\cos^2\alpha \sin\alpha}{\sin\alpha + k\cos\alpha}$

28. (1) $h_1 = \frac{2}{9g}\left(4gl\sin^2\frac{\alpha}{2} + v_0^2\right)$;

$$h_2 = \frac{1}{18g}\left(4gl\sin^2\frac{\alpha}{2} + v_0^2\right);$$

(2) $h = \frac{1}{18g}\left(4gl\sin^2\frac{\alpha}{2} + v_0^2\right)$.

29. v_{min} (குறைந்தபட்ச நேர்வேகம்) $= \frac{m+M}{m}\sqrt{5gl}$.

30. $H = \frac{M-m}{M+m}$.

31. $\frac{HM}{4M+3m}$.

32. $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}$

33. 4.

34. 0.43 மீ./செ.

35. 27.4 மீ/செ.^{2}; முடுக்கத்தின் திசை செங்குத்தாக மேல்நோக்கியுள்ளது.

36. 1.28N; 1.28 N; 0.62 N; 1.56 N;

37. தகட்டின் மையத்திற்கு வலதுபுறம் $\frac{3}{22}R$ தொலைவில்

38. $0.05 \frac{V}{S}$.

39. 11.3 செ.மீ.; 13.4 மில்லிகிராம்.

40. 3 செ.மீ. இறங்கும்; 15.4 மில்லிகிராம்.

41. 59 கிராம்.

42. (1) 138 J; (2) 171 J.

43. 1.5 செ.மீ. அதிக நீளம் அடைகிறது;
21.5 மில்லி கிராம்.

44. 735 கிராம்; பனி ஏற்படாது; 0.58%.

45. 3×10^{-8} செ.; 5×10^{8} மீ/செ.

46. 147 V/m.

47. $\frac{mg + Eq}{\cos \alpha}$; $\frac{(mg + Eq)\, l \sin \alpha \tan \alpha}{2}$.

48. $\frac{(m_1 - m_2)\, g + E\,(q_1 - q_2)}{m_1 + m_2}$;

$$\frac{2\, m_1 m_2 g + (m_2 q_1 + m_1 q_2)\, E}{m_1 + m_2}.$$

49. $\sqrt{5\,(mg + Eq)\,\frac{l}{m}}$.

50. $1.83\, q$.

51. $\sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha} - \frac{q^2}{ml^8 \sin^8 \alpha}}$; $\frac{mg}{\cos \alpha}$.

52. $\sqrt{5gl - \frac{q^2}{ml}}$.

53. 0.2 A.

54. 1 A.

55. 0.16 ஓம்.

56. 9.9V; 1%

57. $0.196\ A$; 1.96%.

58. $6 \times 10^{-6} C$.

59. $$\frac{\mathcal{E}\, C R_1 R_2}{R_1 r + 2 R_2 r + 2 R_1 R_2}.$$

60. $$\frac{r d m v_0^2 \tan \alpha}{\mathcal{E} q l - d m v_0^2 \tan \alpha}.$$

61. $$\frac{r d m v_0^2}{\mathcal{E} q l - d m v_0^2}.$$

62. ஆர்க் $\tan \frac{3\, \mathcal{E} q l}{v_0^2 m d}$.

63. $3.75\ V$; $0.25\ A$.

64. $\frac{2}{3} R$.

65. $\frac{4}{5} R$.

66. $\frac{3}{4} R$.

67. $\frac{11}{20} R$.

68. 60 ஓம்கள்; 70W.

69. 28.6% அளவு குறைகிறது.

70. $\frac{R}{8}$; 89%; 83%.

71. 800 கிராம்.

72. 100 கிராம் நீர் ஆவியாக மாற்றப்படும்; 21 நிமிஷங்கள்.

73. 10.8 செ.மீ.

74. 7.4 மீ.

75. 56°; 2.3 செ.மீ.

76. $$\frac{d}{n}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}\right).$$

77. அது ஒரு (விரியச் செய்யும்) குழிலென்சு; $d = 15$ செ.மீ; பிம்பம் லென்சிலிருந்து 6 செ.மீ. நகரும்; $k = 0.4$.

78. $f = 37.5$ செ.மீ.; பிம்பம் நிஜபிம்பம் ஆகிவிடும்; $f_1 = 150$ செ.மீ.

79. குவிலென்சுக்கு வலதுபுறமாக 100 செ.மீ. தொலைவில்

80. நடு லென்சின் மையத்தில்.

81. $f = 100$ செ.மீ. ; $k = 4$.

82. $f = 6.3$ செ.மீ. ; $k = 0.63$.

சொல் விளக்கம்*

'ஆர்க் டான்' (*Arc tan*) : குறிப்பிட்ட எண்ணிற்குச் சமமாயுள்ள 'டான்' மதிப்புடைய 'ரேடியன்' அலகுகளில் அளக்கப்பட்ட கோணம். இங்ஙனமே, 'ஆர்க்ஸைன்', 'ஆர்க் கொஸைன்' முதலியனவும் உண்டு.

இயக்கவியல் (**Dynamics**) : பண்டங்களின் மீது விசைகள் செயல்படும் போது, அவற்றில் ஏற்படும் இயக்க மாறுதல் களின் விளைவாகப் பண்டங்களில் தோன்றும் தன்மையை ஆராயும் அறிவியல் துறை. விசை இயல் (**Mechanics**) என்பதன் ஒரு பிரிவு. இயக்கத்திற்கான காரணங்களை (விசைகளை) ஆராயாது, இயக்கத்தின் வடிவமைப்பியலை மட்டுமே ஆராய்வது சலனவியல் (*Kinematics*) எனப்படுகிறது.

உந்தம் மோமென்டம் (**Momentum**) : ஒரு பண்டத்திற்கு அதன் நிறை (**Mass**) (*மாஸ்*), நேர் வேகம் (**Velocity**) ஆகியவை காரணமாக இருக்கும் இயல்பு. நிறை, நேர்வேகம் ஆகியவற்றின் பெருக்கு தொகை.

'எலக்ட்ரான்' (**Electron**) அணு உட்கருவைச் சுற்றி வரும் எதிர் மின் சுமைத்துகள் - 'மின்னணு' என்றும் சொல்லப் படுகிறது.

கலை (அதிர்வு நிலை–Phase) : அலை இயக்கம் ஒன்றின் பாதையில் குறிப்பிட்ட ஒரு கணத்தில் பெயர்ச்சிகள் (**Displacements**) திட்ட மாய் ஒரே மாதிரியாக, அதாவது, அவற்றின் அளவுகள் சமமாயும்

---

* தமிழ்ப் பயிற்று மொழியில் கற்பித்தல் என்பது நடைமுறைக்கு வந்து பல ஆண்டுகள் ஆகியிருப்பதாலும், பள்ளி நிலையிலும் கல்லூரி நிலையிலும் தமிழில் அறிவியல் பாடநூல்கள் பெருமளவிற்கு வெளியிடப்பட்டிருப்பதாலும், மாணவர்களுக்குத் தமிழில் உள்ள விஞ்ஞானச் சொற்கள் நன்கு பழக்கமாகி உள்ளன. எனவே, மிக முக்கியமான விஞ்ஞானச் சொற்களுக்கு மட்டுமே இங்கு விளக்கம் தரப்பட்டுள்ளது. (மொ-ர்).

அவை மாறும் முறை ஒரே மாதிரியாயும் இருந்தால், அப் பெயர்ச்சிகள் உள்ள இடங்கள் யாவும் ஒரே கலை அல்லது அதிர்வு நிலையுடன் கூடியவை ஆகும்

'கொஸைன்' (Cosine) : 'காஸ்' (cos) என்றும் சுருக்கமாகக் கூறப்படுகிறது. 'ஸைன்' விளக்கம் காண்க.

சமனிலி (Inequality): $a > b$ (a, b-ஐ விட அதிக மதிப்புடையது) அல்லது $a < b$ (a, b-ஐ விடக் குறைவான மதிப்புடையது) என்னும் கணிதவியல் குறியீட்டுத் தொடர்.

சலனவியல் (Kinematics) : 'இயக்க வியல்' விளக்கம் காண்க.

சார்பலன் (Function) : ஓர் அளவின் (y) மதிப்பு, மற்றோர் அளவின் (x) மதிப்பில் ஏற்படும் மாறுதலினால் மாறுதலடையும்போது (y, x-இன் சார்பலன் எனப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, $y = 2x$ (அதாவது, $f(x) = 2x$) என்னும் போது, y, x-இன் சார் பலன்; x-இன் மதிப்பில் ஏற்படும் மாறுதல் y-இன் மதிப்பில் மாறுதலை உண்டாக்குகிறது.

சார்புத் தத்துவம் (Theory of Relativity) : ஐன்ஸ்டைனின் சித்தாந்தம். தனி அல்லது சார்பற்ற இயக்கம் இருக்க முடியாது என்றும், 'காலமும், (நீளம், அகலம், ஆழம் என்னும் மூன்று அளவுகளையுடைய) வெளியும் தனித் தனியானவை அல்ல, ஒன்றை ஒன்று சார்ந்திருப்பவையே' என்றும் கூறும் கொள்கை.

'டாஞ்செண்ட்' (Tangent) : 'டான்' (Tan) என்றும் சுருக்கிக் கூறப்படுவது. 'ஸைன்' விளக்கம் காண்க.

திணையியல் நிலையளவுரு (Parameter) : பொதுவாக மாறுபட்டு, குறிப்பிட்ட தறுவாயில் மட்டும் நிலையான மதிப்புடைய அளவுரு.

தொடர் வரை (Asymptote) : வளைகோடு ஒன்றை அணுகிக் கொண்டே போகும், ஆனால், அதனுடன் ஒருபோதும் இணையாது செல்லும் நேர்கோடு.

நியமப்பாதை (Locus) : குறிப்பிட்ட புள்ளி ஒன்றின் நியமப் பாதை, அதன் அருகிலுள்ள தானங்களின் வழியாக வரையக்கூடிய, எனவே, வெளியில் (space) அதன் பாதையைக் குறிப்பிடவல்ல கோடு ஆகும்.

நேர்வேகம் (Velocity) : ஒரு பண்டம் ஓரிடத்திலிருந்து மற்றோரிடத்திற்கு நகரும்போது அதற்குப் 'பெயர்ச்சி' (Displacement) ஏற்படுகிறது. பெயர்ச்சியின் வீதம், அதாவது, ஓர் அலகு நேரத்தில் (ஒரு 'ஸெக்கண்'டில்) ஏற்படும் பெயர்ச்சி அளவு வேகம் (speed) எனப்படுகிறது. பெயர்ச்சியின் வீதத்தை மட்டுமின்றி, அது நிகழும் திசையையும் சேர்த்துக் குறிப்பிடுவது நேர்வேகம் (velocity). நேர்வேகம் ஒரு 'வெக்டர்' அளவுரு.

பரவளையம் (பாரபோலா Parabola) : உச்சிகள் ஒன்றை யொன்று தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் இரட்டைக் கூம்பு ஒன்றை ஒரு சம தளத்தினல் வெட்டும்போது கூம்பின் (cone) அச்சுக்கும் வெட்டும் சமதளத்திற்கும் இடையிலுள்ள கோணத்தைப் பொருத்து, வெவ்வேறு வெட்டுமுகங்கள் (sections) கிடைக்கின்றன. அக்கோணம், கூம்பின் அரைக்குத்துக் கோணத்திற்குச் சமமாயிருந்தால், வெட்டுமுகம் 'பாரபோலா' அல்லது பரவளையம் எனப்படுகிறது.

முடிவிலி (அநந்தம்-Infinity) : பெறுமானமுள்ள எந்த எண்ணையும் விட அதிக மதிப்புள்ள அளவுரு.

'ரேடியன்' (Radian) : கோணத்தின் அளவு வட்டம் ஒன்றின் ஆரத்திற்கு (Radius)ச் சமமாயுள்ள வில்லினல் (A·c) வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தப்படும் கோணம் ஒரு 'ரேடியன்' எனப்படுகிறது. ஒரு ரேடியன் 57° 17'-க்குச் சமம்.

'லாகிரிதம்' (Logarithm) : a என்னும் எண், b என்னும் பிறிதோர் எண்ணின் அடுக்காகக் குறிப்பிடப்பட்டால், அதாவது $a = b^n$ என்றால், n என்பது b அடிக்கு (base) a-இன் 'லாகிரிதம்' எனப்படுகிறது.

$n = \log_b{}^a$. சாதாரண லாகிரிதங்களின் அடி 10. லாகிரிதங்கள் பெருக்கல், வகுத்தல் போன்ற கணக்கு முறைகளை எளிதாக்கு கின்றன.

'வெக்டர்' (Vector) : முழுவதும் வரையறுப்பதற்குத் திசையை யும் குறிப்பிட வேண்டிய பௌதிக அளவுரு; திசையறுதி. அளவு என்பது மட்டுமே கொண்டது அளவறுதி; 'ஸ்கேலர்' (scaler) அளவுரு எனப்படுகிறது.

'ஸைன்' (Sine) : முக்கோண கணிதவியலின் (Trigonometry) தகவுகளுள் (Ratios) ஒன்று. நேர் கோண முக்கோணம் ஒன்றில், குறிப்பிட்டதொரு கோணத்தின் 'ஸைன்' மதிப்பு, அதன் எதிர்ப் பக்கத்திற்கும் கர்ணத்திற்கும் (Hypotenuse) உள்ள தகவுக்குச் சமம். அங்ஙனமே, அக் கோணத்தின் 'கொஸைன்' (cosine) அல்லது சுருக்கமாகக் 'காஸ்' (cos) அதன் அருகிலுள்ள 'பக்கத்திற்கும் கர்ணத்திற்குமுள்ள தகவுக்குச் சமம். அதன் 'டாஞ்சென்ட்' (Tangent) அல்லது சுருக்கமாக 'டான்' (Tan) அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்கும் அருகிலுள்ள பக்கத்திற்குமுள்ள தகவுக்குச் சமம்.

'ஸ்கேலர்' (Scaler) : அளவுறுதி. 'வெக்டர்' விளக்கம் காண்க.

'ஹார்மானிக்' இயக்கம் (Hormonic Motion) : வட்டத்தின் சுற்றுவரையைச் சுற்றி ஒரு சீராகச் செல்லும் புள்ளி ஒன்றிலிருந்து இறங்கும் குத்துக் கோட்டின் அடித்தளம் அவ்வட்டத்தின் விட்டம் (Diameter) நெடுகச் செல்லும் இயக்கம்; தனிவிசை இயக்கம்.

சொல் வரிசை*

அகற்சி நேர்வேகம்	—	Escape velocity
அச்சுத் தொலைவுகள்	—	Co-ordinates
அடர்த்தி	—	Density
அதிர்வு	—	Vibration
அதிர்வு நேரம்	—	Period of vibration
அலைவு	—	Oscillation
அலைவு நேரம்	—	Period of oscillation
அவதி நிலை	—	Critical state
அழுத்தம்	—	Pressure
அளவீடு	—	Reading
அளவுரு	—	Quantity
அனுப்பீட்டுக் கருவி	—	Transmitter
ஆம்பியர் மானி ('அம்மீட்டர்'— மின்னோட்டமானி)	—	Ammeter
ஆவியாதல்	—	Evaporation
இணை (பக்க) அடுக்காக	—	In parallel
இணைகரம்	—	Parallelogram
இயற்கணிதவியல் (குறியியல் கணிதம்)	—	Algebra
இரு படி	—	Quadratic
இழு விசை	—	Tension
ஈரப்பதன்	—	Humidity
ஈர்ப்பு	—	Gravity
ஈர்ப்பு மையம்	—	Centre of Gravity
ஈர்ப்பு விசை	—	Gravitational force
உராய்வு	—	Friction

* மொழி பெயர்ப்பாளர் அமைத்தது.

உருகல்	—	Fusion
உருப்பெருக்கம்	—	Magnification
உருளை	—	Cylinder
உள்ளுறை வெப்பம்	—	Latent heat
ஊசல்	—	Pendulum
எடை	—	Weight
எண்ணளவில்	—	Numerically
எண்மான மதிப்பு	—	Numerical value
எதிரீடு	—	Reciprocal
எதிர்ச் செயல் விசை	—	Bearing force
ஏற்றச் கோணம்	—	Angle of elevation
ஒப்பு ஈரப்பதன்	—	Relative Humidity
ஒப்புப் பிழை	—	Relative Distortion
ஒரு படி	—	Linear
ஒளிக் கதிர்	—	Ray of Light
ஒளிக் கற்றை	—	Light Beam
ஒளித் திருப்பம்	—	Reflection of Light
ஒளித்துகள் ('போட்டான்')	—	Photon
ஒளி விலகல்	—	Refraction of Light
கரை திறன்	—	Solubility
கவர்ச்சி	—	Attraction
கன இணைகரம்	—	Parallelopiped
கன சதுரம்	—	Cube
கிடை அச்சு	—	Horizontal axis
குணகம்	—	Co-efficient
குவியம்	—	Focus
குவி லென்சு	—	Convex lens
குழி லென்சு	—	Concave lens
குறை முடுக்கம்	—	Retardation (De-celeration)
கூம்பு	—	Cone
சடத்துவம்	—	Inertia
சமநிலை	—	Equilibrium
சம நிலை நிலை	—	Equilibrium state
சாய்கோணம்	—	Angle of inclination
சுழல் பாதை	—	Orbit

சுழற்சி இயக்கம்	—	Rotational motion
சுழற்சித் திருப்புத் திறன்	—	Rotational moment
செங்குத்து	—	Vertical
செவ்வகம்	—	Rectangle
செறிவு	—	Intensity
சைகை	—	Signal
தகவு (விகிதம்)	—	Ratio
தகைவு	—	Stress
தடை	—	Resistance
தனிவெப்பநிலை அளவுமுறை	—	Absolute scale of temperature
தாக்கு விசை	—	Effort
தாங்கு எதிர்ச்செயல் விசை	—	Bearing reaction
திட நிலை	—	Solid state
திரவநிலை	—	Liquid state
திருப்பம்	—	Reflection
திறப்புத் துளை	—	Aperture
தொகு விசை	—	Resultant force
தொங்கட்டான்	—	Bole
தொடர் அடுக்காக	—	In series
தொடர்புக் கட்டுக்கோப்பு	—	Frame of reference
நான்முகக் கட்டி	—	Tetrahedron
நிலை அச்சு	—	Vertical axis
நிலை பேறு	—	Stability
நிலை மின்னியல்	—	Electro-statics
நிறை	—	Mass
பகுத்தல்	—	Resolution
பயனுறுதிறன்	—	Efficiency
பழைய பௌதிகம்	—	Classical physics
பளு	—	Load
பிம்பம்	—	Image
பின்னல் அமைப்பு	—	Lattice
புதிய பௌதிகம்	—	Modern Physics
பெயர்ச்சி இயக்கம்	—	Translatory motion
பொது வாயு நிலை எண்	—	Universal gas constant

பொலிவு	—	Brightness
மசகு	—	Lubricant
மாறுதானக் கோணம்	—	Critical angle
மிதப்பு	—	Buoyancy
மின் இயக்கு விசை	—	Electro-motive force
மின் கடவா இடைப்பொருள்	—	Dielectric
மின் சுமை	—	Electric charge
மின் சுற்று	—	Electric circuit
மின் தடை	—	Electrical resistance
மின் தரவு	—	Electric supply
மின்னழுத்தம் (மின் மட்டம்)	—	Electric potential
மின்னழுத்தமானி (வோல்ட் மீட்டர்)	—	Voltmeter
மின்னியல் உறை கலம்	—	Electrical capacitor
மின்னியல்மானி	—	Galvanoscope
மின்னேற்புத்திறன்	—	Electrical capacitance
மின்னோட்டத்தின் குறுக்குப் பாய்ச்சல்	—	Electrical short circuit
மின்னோட்டம்	--	Electric current
வர்க்க மூலம்	—	Square root
வளி	—	Air
வளி மண்டலம்	—	Atmosphere
வளைவு ஆரம்	—	Radius of curvature
வாயு	—	Gas
வாயு நிலை	—	Gaseous state
விகித சமம்	—	Proportion
விசை	—	Force
விசை இரட்டை	—	Force couple
விசைக் கோடுகள்	—	Lines of force
விரி கோணம்	—	Obtuse angle
விலகல்	—	Refraction
விளைவு	—	Effect
வீச்சு	—	Amplitude
வெப்ப ஏற்புத் திறன்	—	Thermal (heat) capacity

அன்புள்ள வாசகரே!

மீர் பதிப்பகம் பலவிதமான விஞ்ஞான, தொழில்நுட்ப நூல்களைத் தமிழ் மொழியில் வெளியிடும். உங்களுக்கு வேண்டிய புத்தகங்கள் எத்தகையவை என்பதையும் இவைகளைப் பற்றிய உங்களது அபிப்பிராயங்களையும் ஆலோசனைகளையும் நமக்குத் தெரிவிக்கும்படி வேண்டுகிறோம்.

நமது முகவரி:
சோவியத் நாடு. மாஸ்கோ.
ரீஜ்ஸ்கி பெரெயூலக், 2.